

Сборник задач и упражнений по технологии РЭА

ВЫСШЕЕ
ОБРАЗОВАНИЕ



**Сборник
задач
и упражнений
по технологии
РЭА**

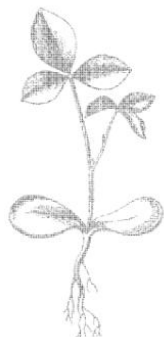
Сборник задач и упражнений по технологии РЭА

Под редакцией Е. М. ПАРФЕНОВА

Допущено Министерством
высшего и среднего специального
образования СССР
в качестве учебного пособия
для студентов вузов,
обучающихся по специальности
«Конструирование и производство
радиоэлектронной аппаратуры»



МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1982



Scan AAW

ББК 32.844
С23
УДК 621.396.6 (0.76)

А. С. Беляева, К. И. Билибин, К. Б. Лукин,
Е. М. Парфенов, В. В. Павловский, А. В. Фролов

Рецензенты:

кафедра радиотехнических си-
стем Воронежского политехни-
ческого института

кафедра технологии радио-
аппаратостроения ЛЭИС им.
М. А. Бонч-Бруевича

Сборник задач и упражнений по технологии РЭА:
С23 Учеб. пособие/Под ред. Е. М. Парфенова. — М.: Высш.
школа, 1982. — 255 с., ил. Авт. указ. на обороте тит. л.

50 к.

В учебном пособии рассматриваются методы анализа и оптимизации техно-
логических процессов применительно к решению практических задач, связанных
с моделированием технологических систем, технологии печатных плат, сборкой
узлов, контролем качества при производстве РЭА и проектированием технологи-
ческой оснастки; даются методические указания для решения задач по основным
разделам курса «Технология РЭА, оборудование и автоматизация»; приводятся
справочные данные, рабочие формулы и схемы; в каждом разделе даются зада-
чи с ответами для самостоятельного решения.

Предназначается для студентов радиотехнических специальностей. Может
быть использовано инженерами-технологами РЭА.

С $\frac{2402020000-026}{001(01)-82}$ 105—82

ББК 32.844
6Ф2.1

Предисловие

XXVI съезд КПСС поставил перед работниками радио-промышленности задачу дальнейшего повышения эффективности производства РЭА на основе внедрения новейших достижений микроэлектроники, оптоэлектроники, лазерной техники, применения малооперационных, малоотходных и безотходных технологических процессов, а также использования автоматизированных методов изготовления, контроля и испытания продукции.

Осуществить поставленную задачу могут только высококвалифицированные инженерные кадры. Поэтому возрастает роль и ответственность высшей школы в подготовке этих кадров.

Опыт преподавания курса «Технология РЭА, оборудование и автоматизация» показывает, что наибольшие трудности у студентов связаны с практическим применением теоретических знаний. Чтобы закрепить теоретические знания и выработать навыки анализа технологичности конструкций РЭА, проектирования технологических процессов и оснастки, необходимо решить значительное количество прикладных задач. Однако литературы по данному вопросу в настоящее время нет. Те немногие примеры решения технологических задач, которые приведены в учебниках и учебных пособиях, носят слишком общий характер или, наоборот, иллюстрируют решение узких, частных задач. Поэтому возникла необходимость издания сборника задач и упражнений по технологии радиоэлектронной аппаратуры.

В настоящем учебном пособии, состоящем из пяти глав, приведены решения практических вопросов по основным разделам курса «Технология РЭА, оборудование и автоматизация».

Книга написана с использованием основных положений теории вероятностей, математической статистики, теории случайных функций, корреляционного и дисперсионного анализа, а также лекций и результатов научно-исследовательских работ авторов, опыта отечественной и зарубежной промышленности.

В каждой главе содержатся краткие методические указания по основным положениям моделирования и проектирования технологических процессов, проектирования оснастки, анализа и оптимизации технологических процессов, расчета технологической точности, а также приводятся рабочие формулы и схемы, применение которых иллюстрируется решением типовых задач и упражнений. Решение трудоемких задач сопровождаются подробным пояснением. При решении отдельных задач необходимо использовать средства вычислительной техники.

По всем разделам книги даются задачи и упражнения для самостоятельного решения, а для проверки правильности их решения приведены ответы. В книге имеется справочный и иллюстративный материал, необходимый для решения конкретных задач.

Учебное пособие создано коллективом авторов: предисловие написал Е. М. Парфенов, гл. 1 — В. В. Павловский, гл. 2 — Е. М. Парфенов и А. С. Беляева, гл. 3 — А. В. Фролов, гл. 4 — К. Б. Лукин, гл. 5 — К. И. Билибин.

Авторы выражают благодарность коллективам кафедры ТРАС Ленинградского электротехнического института связи им. проф. М. А. Бонч-Бруевича и кафедры радиотехнических систем Воронежского политехнического института за замечания, сделанные при рецензировании учебного пособия, а также В. К. Бирюкову, оказавшему большую помощь авторам при подготовке настоящего издания.

Авторы признательны научно-методической комиссии специальностей 0705 и 0648 и ее председателю д-ру техн. наук, проф. В. Б. Пестрякову за помощь и поддержку при подготовке рукописи учебного пособия к изданию.

Замечания и отзывы направлять по адресу: Москва, К-51, Неглинная ул., 29/14, изд-во «Высшая школа».

Авторы

Глава 1

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Технология — это искусство изготовления, или в современном понимании — наука о закономерностях превращения материалов, полуфабрикатов и энергии в готовые изделия. В современных условиях массового выпуска микроэлектронной аппаратуры технологический процесс производства радиоизделий стал большим и сложным, требующим «системного» подхода к его анализу и синтезу. Математическое описание сложных диффузных систем [к ним относится и технологический процесс изготовления радиоэлектронной аппаратуры (РЭА)] с целью их изучения нельзя производить детерминистическими законами, необходимо прибегать к использованию моделей. «Под моделью, — пишет Штофф [1], — понимается такая мысленно представляемая или материально реализованная система, которая, отображая или воспроизводя объект исследования, способна замещать его так, что ее изучение дает нам новую информацию об этом объекте».

Математическая модель может давать лишь какое-то представление о поведении большой системы. Одни и те же аспекты изучаемой системы можно описывать различными моделями, одновременно имеющими право на существование.

Итак, модель — это образ большой системы, а моделирование — метод формализации и математического описания системы.

Технологический процесс изготовления РЭА принято делить на частные технологические процессы, которые обычно изучаются в трех аспектах: физико-химического содержания, организации проведения (протекания) и управления процессом.

Если говорить о подсистемах технологического процесса как большой системы, то удобно представить ее структуру следующей иерархической моделью.

Процессы первого иерархического уровня — это процессы изготовления и подготовки деталей для сборки. Главное внимание на этом уровне уделяется физико-химическому содержанию процесса изготовления деталей. Второй, более высокий иерархический уровень составляют технологические процессы сборки, регулировки, настройки, ремонта, контроля, испытаний и приемки узлов, блоков и аппаратов. На этом уровне изучается в основном организация проведения перечисленных процессов. Совокупность всех частных технологических процессов первого и второго иерархических уровней составляет третий иерархический уровень, т.е. изготовление РЭА. Здесь главными являются проблемы управления (в том числе проблемы АСУТП).

В данной главе рассматриваются некоторые простейшие модели, используемые при изучении технологических процессов первого уровня. Информацию, необходимую для их построения, можно получить из технологического эксперимента, т. е. эксперимента, в ходе которого в результате воздействия на материал, заготовку, деталь или сборочную единицу происходит целенаправленное изменение его состояния, параметра или характеристики. Предполагается, что читатель знаком с особенностями проведения активного и пассивного экспериментов.

Далее рассмотрены наиболее распространенные модели дисперсионного и регрессионного анализов. Предполагается, что с моделями, полученными методом изучения поверхности отклика, студенты знакомы из курса теоретических основ конструирования, технологии и надежности, а изучение моделей процессов второго иерархического уровня с использованием теории массового обслуживания в данную книгу не включено из-за ограниченности ее объема.

§ 1.1. ПЛАНИРОВАНИЕ И ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ОДНОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА В ТЕХНОЛОГИИ РЭА

Основные расчетные зависимости

Предположим, что технолога РЭА интересует выходной параметр процесса Y , полученный из однофакторного планируемого эксперимента, где единственным фактором является A . Допустим, что этот фактор можно считать главной причиной изменения выходного параметра, и эксперимент проводится в совершенно случайном порядке, т. е. полностью рандомизирован. Модель эксперимента в этом случае можно представить следующим образом:

$$Y_{ik} = M\{Y\} + A_i + \varepsilon_{k(i)}, \quad \begin{matrix} k = 1, 2, \dots, m; \\ i = 1, 2, \dots, a, \end{matrix} \quad (1.1)$$

где Y_{ik} — k -е наблюдение на i -м уровне; $M\{Y\}$ — общее среднее значение всего эксперимента, состоящего из бесконечного числа опытов (гипотетическая генеральная совокупность), фиксированный для всех испытаний параметр; A_i — эффект i -го уровня единственного фактора A ; $\varepsilon_{k(i)}$ — случайная ошибка в k -м наблюдении на i -м уровне.

Предполагают, что $\varepsilon_{k(i)}$ — независимые, нормально распределенные, случайные величины с нулевым средним и независимой от уровня фактора дисперсией, т. е. имеющие распределение $N(0, \sigma^2\{e\})$, где $\sigma^2\{e\}$ — общая дисперсия для всех испытаний. Если уровни испытаний фиксированы, то A_1, A_2, \dots, A_a считают постоянными и предполагают, что $\sum_{i=1}^a A_i = 0$.

Результаты эксперимента представлены в левой части табл. 1.1

Таблица 1.1

Номер уровня фактора A	Номер испытания						Среднее по i -му уровню
	1	2	...	k	...	m	
1	Y_{11}	Y_{12}	...	Y_{1k}	...	Y_{1m}	$M\{Y_1\}$
2	Y_{21}	Y_{22}	...	Y_{2k}	...	Y_{2m}	$M\{Y_2\}$
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	...	\vdots	...
i	Y_{i1}	Y_{i2}	...	Y_{ik}	...	Y_{im}	$M\{Y_i\}$
\vdots
a	Y_{a1}	Y_{a2}	...	Y_{ak}	...	Y_{am}	$M\{Y_a\}$
							$M\{Y\}$

Для исследования такого полностью рандомизированного эксперимента используют однофакторный дисперсионный анализ. Устанавливают нулевую гипотезу $H_0: A_i = 0$, которую проверяют для всех i . Если гипотеза верна, то никаких эффектов уровней фактора A нет (центры распределения совокупностей, образованных испытаниями одного уровня фактора A , совпадают), и каждое измерение Y_{ik} можно представить средним значением генеральной совокупности $M\{Y\}$ со случайной ошибкой $\epsilon_{k(i)}$. Если верна альтернативная гипотеза H_1 , то фактор A имеет существенное влияние на выходной параметр процесса Y . Для проверки нуль-гипотезы применяется F -критерий (критерий Фишера) — отношение дисперсий выборок, который сравнивается с табулированным значением предельного распределения.

Так как в практических расчетах пользоваться гипотетическими генеральными совокупностями нет возможности, то берут случайные выборки, и из них определяют соответствующие оценки параметров совокупности. Для простоты дальнейшего изложения примем, что все выборки, соответствующие вариантам фактора A , имеют одинаковое число наблюдений m (хотя это далеко не всегда обязательно).

Результаты наблюдений с предварительными расчетами представлены в правой части табл. 1.2. Здесь S_i — сумма численных значений наблюдений в испытаниях i -го варианта фактора A ; \bar{Y}_i — среднее наблюдений i -го варианта; $S_{..}$ — общая сумма Y_{ik} по всей таблице (испытаниям всех вариантов),

$$S_{..} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m Y_{ik} = \sum_{i=1}^a S_i; \quad N = ma;$$

Таблица 1.2

Номер уровня фактора A	Номер испытания					Суммы	Число испытаний	Сред- нее	
	1	2	...	k	...				m
1	Y_{11}	Y_{12}	...	Y_{1k}	...	Y_{1m}	$S_{1\cdot}$	m	$\bar{Y}_{1\cdot}$
2	Y_{21}	Y_{22}	...	Y_{2k}	...	Y_{2m}	$S_{2\cdot}$	m	$\bar{Y}_{2\cdot}$
...
i	Y_{i1}	Y_{i2}	...	Y_{ik}	...	Y_{im}	$S_{i\cdot}$	m	$\bar{Y}_{i\cdot}$
\vdots
a	Y_{a1}	Y_{a2}	...	Y_{ak}	...	Y_{am}	$S_{a\cdot}$	m	$\bar{Y}_{a\cdot}$
							S_{\cdot}	N	$\bar{Y}_{\cdot\cdot}$

Примечание Точка вместо индекса у среднего указывает на суммирование по данному индексу

$\bar{Y}_{\cdot\cdot}$ — среднее по всем N наблюдениям,

$$\bar{Y}_{\cdot\cdot} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^a m \bar{Y}_{i\cdot}$$

Используя полученные оценки вместо параметров генеральной совокупности в (1.1), получаем тождество:

$$Y_{ik} - \bar{Y}_{\cdot\cdot} \equiv (\bar{Y}_{i\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot}) + (Y_{ik} - \bar{Y}_{i\cdot}). \quad (1.2)$$

Здесь эффект варианта i представлен как $\bar{Y}_{i\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot}$, а случайная ошибка в k -м испытании варианта i — как $Y_{ik} - \bar{Y}_{i\cdot}$. Возведем обе части тождества (1.2) в квадрат и просуммируем по i и k :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m (Y_{ik} - \bar{Y}_{\cdot\cdot})^2 &= \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m (\bar{Y}_{i\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot})^2 + \\ &+ \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m (Y_{ik} - \bar{Y}_{i\cdot})^2 + 2 \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m (\bar{Y}_{i\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot})(Y_{ik} - \bar{Y}_{i\cdot}). \quad (1.3) \end{aligned}$$

Можно показать, что последний член правой части (1.3) равен нулю. В результате получим *основное уравнение дисперсионного анализа* в виде

$$\sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m (Y_{ik} - \bar{Y}_{\cdot\cdot})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m (\bar{Y}_{i\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m (Y_{ik} - \bar{Y}_{i\cdot})^2. \quad (1.4)$$

Выражение (1.4) можно переписать, введя обозначения для отдельных сумм квадратов отклонений:

$$SS_{\text{общ}} = SS_A + SS_{\text{ош}}. \quad (1.5)$$

Следующим шагом в дисперсионном анализе является получение из сумм квадратов отклонений соответствующих оценок дисперсий. Как известно из теории, чтобы получить несмещенную оценку дисперсии, сумму квадратов отклонений нужно разделить на соответствующее число степеней свободы. В нашем случае

$$s_{\text{общ}}^2 = \frac{SS_{\text{общ}}}{N-1}; \quad s_A^2 = \frac{SS_A}{a-1}; \quad s_{\text{ош}}^2 = \frac{SS_{\text{ош}}}{N-a}. \quad (1.6)$$

Можно доказать, что эти оценки действительно свободны от постоянной погрешности, т. е. если рассматриваемые наблюдения представляют случайную выборку из неограниченной нормально распределенной совокупности с дисперсией σ^2 , то математическое ожидание всех указанных оценок дисперсий равно σ^2 :

$$M \{s_{\text{общ}}^2\} = M \{s_A^2\} = M \{s_{\text{ош}}^2\} = \sigma^2. \quad (1.7)$$

Доказательство этого выражения дано в [7].

Такие несмещенные оценки дисперсии часто называют средними квадратами. При справедливости указанного предположения эти дисперсии могут отличаться только случайно. Если проверяемая с помощью дисперсионного анализа гипотеза верна, т. е. все эффекты $A_i = 0$ (не существует эффектов вариантов фактора), то

$$M \{Y_{1.}\} = M \{Y_{2.}\} = \dots = M \{Y_{i.}\} = \dots = M \{Y_{a.}\}, \\ Y_{ik} = M(Y) + e_{k(i)}.$$

Любой из трех членов выражения (1.4), как следует из (1.7), можно использовать для получения несмещенной оценки дисперсии совокупности σ^2 . Разделив левую часть (1.4) на соответствующее число степеней свободы $N-1$, получим несмещенную оценку для дисперсии совокупности $\sigma_{\text{общ}}^2$:

$$s_{\text{общ}}^2 = \frac{SS_{\text{общ}}}{f_{\text{общ}}} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m (Y_{ik} - \bar{Y}_{..})^2. \quad (1.8)$$

Аналогично,

$$s_A^2 = \frac{SS_A}{f_A} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2}{a-1} = \frac{m}{a-1} \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 \quad (1.9)$$

и

$$s_{\text{ош}}^2 = \frac{SS_{\text{ош}}}{f_{\text{ош}}} = \frac{1}{N-a} \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m (Y_{ik} - \bar{Y}_{i.})^2. \quad (1.10)$$

Таким образом, если гипотеза H_0 верна, то в нашем случае однофакторного дисперсионного анализа возможны три различные несмещенные оценки дисперсии генеральной совокупности σ^2 . Так как имеет место (1.4), то только две из них являются независимыми. Нас интересуют оценки, полученные из правой части (1.4), т. е. s_A^2 и $s_{\text{ош}}^2$, которые, как можно показать, если гипотеза H_0 верна, являются независимыми и подчиняются распределению χ^2 . Можно также показать, что отношение двух таких независимых несмещенных оценок одной и той же дисперсии имеет F -распределение с $a-1$ и $N-a$ степенями свободы. В нашем случае

$$\hat{F}_{\text{расч}} = \frac{m \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 / (a-1)}{\sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m (Y_{ik} - \bar{Y}_{i.})^2 / (N-a)} = \frac{s_A^2}{s_{\text{ош}}^2}. \quad (1.11)$$

Если $\hat{F}_{\text{расч}} \geq F_{1-\alpha}(f_1; f_2)$, то гипотеза H_0 отвергается ($F_{\text{расч}}$ попадает в критическую область кривой F -распределения — верхний шлейф, α — уровень значимости, $1-\alpha$ — надежность вывода). Это значит, что влияние фактора A значимо.

Важно помнить одну характерную особенность выводов, сделанных на основании дисперсионного анализа. Допустим, что исследователя удовлетворяет вывод в предположении $1-\alpha=0,99$. Тогда он может считать доказанным влияние фактора, если

$$\hat{F}_{\text{расч}} \geq F_{0,99}(f_1; f_2).$$

Если в результате дисперсионного анализа $\hat{F}_{\text{расч}} < F_{0,99}(f_1; f_2)$, т. е. надежность (вероятность) вывода меньше 0,99, это еще не говорит о неверности вывода (он может быть вполне верным с надежностью вывода $1-\alpha=0,95$). Дисперсионный анализ позволяет давать положительный ответ на вопрос о влиянии фактора, но не позволяет давать отрицательный ответ. Если $\hat{F}_{\text{расч}} < F_{1-\alpha}(f_1; f_2)$, вопрос остается открытым и требует дальнейшего исследования. Возможно, что положительный результат может дать увеличение объема эксперимента.

В практических расчетах значительно легче оперировать с суммами наблюдений, чем со средним. Поэтому в формулах (1.8), (1.9) и (1.10) соответствующие суммы квадратов отклонений целесообразно преобразовать, раскрыв сначала скобки, т. е.

$$SS_A = m \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^a \frac{S_i^2}{m} - \frac{S_{..}^2}{N}; \quad (1.12)$$

$$SS_{\text{ош}} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m (Y_{ik} - \bar{Y}_{i.})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m Y_{ik}^2 - \sum_{i=1}^a \frac{S_i^2}{m}; \quad (1.13)$$

$$SS_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m (Y_{ik} - \bar{Y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m Y_{ik}^2 - \frac{S_{..}^2}{N}; \quad (1.14)$$

к формулам (1.12), (1.13) и (1.14) относятся числа степеней свободы $a-1$, $N-a$ и $N-1$ соответственно. Как нетрудно убедиться,

$$N-1 = (a-1) + (N-a) \text{ или } f_{\text{общ}} = f_A + f_{\text{ост}}. \quad (1.15)$$

Можно показать, что результаты дисперсионного анализа не изменятся, если вместо величин, полученных в опытах, использовать их кодированные значения. Переход на кодированные величины дает значительное уменьшение порядка цифр, с которыми приходится оперировать.

Решение типовых примеров

Пример 1. Исследовалось влияние четырех типов покрытия на удельную проводимость телевизионных трубок, т. е. проводился однофакторный эксперимент с четырьмя качественными уровнями (тип покрытия нельзя оценить количественно). Повторяемость опытов при каждом покрытии—пять. Порядок выбора трубок для проверки определялся с помощью таблицы случайных чисел, т. е. применялось полностью рандомизированное планирование. Правило, по которому производится рандомизация с использованием таблицы случайных чисел, очень простое. Предположим, что необходимо рандомизировать пять опытов—I, II, III, IV и V. Поставим в соответствие им пять последовательно взятых случайных чисел из любого столбца или строки таблицы (например, из учебника [8]). Повторяющиеся случайные числа отбрасывают. Например, получено следующее соответствие: I—56, II—88, III—87, IV—32, V—44. Записывая случайные числа в порядке возрастания или убывания, получим последовательность проведения опытов, обеспечивающую рандомизированное планирование. В нашем случае это IV, V, I, III, II или II, III, I, V, IV.

Аналогично была рандомизирована последовательность проведения измерений удельной проводимости 20 телевизионных трубок четырех разных покрытий и заполнена табл. 1.3.

Решение. Модель эксперимента

$$Y_{ik} = M\{Y\} + A_i + \varepsilon_{k(i)}, \quad k = 1, \dots, 5; \\ i = 1, \dots, 4; \\ N = ma = 5 \cdot 4 = 20.$$

Перейдем на кодированные наблюдения, вычтя из каждого показания число 50. Закодированные данные измерений удельной проводимости телевизионных трубок приведены в табл. 1.4.

Таблица 1.3

Номер повторяемости опыта (индекс k)	Тип покрытия (индекс i)			
	1	2	3	4
1	56	64	45	42
2	55	61	46	39
3	62	50	45	45
4	59	55	39	43
5	60	56	43	41

Таблица 1.4

Тип покрытия (индекс i)	Номер повторяемости опыта (индекс k)					S_i	m	$\sum_{k=1}^m Y_{ik}^2$
	1	2	3	4	5			
1	6	5	12	9	10	42	5	386
2	14	11	0	5	6	36	5	738
3	-5	-4	-5	-11	-7	-32	5	236
4	-8	-11	-5	-7	-9	-40	5	340
						$S_{..} = 6$	$N = 20$	$\sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m Y_{ik}^2 = 1340$

Вычислим суммы квадратов (1.14) и (1.12):

$$SS_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^m Y_{ik}^2 - \frac{S_{..}^2}{N} = 1340 - \frac{6^2}{20} = 1338,2;$$

$$SS_A = \sum_{i=1}^a \frac{S_i^2}{m} - \frac{S_{..}^2}{N} = \frac{42^2}{5} + \frac{36^2}{5} + \frac{(-32)^2}{5} + \frac{(-40)^2}{5} - \frac{6^2}{20} = 1135,0.$$

В силу зависимости этих трех сумм квадратов

$$SS_{\text{ош}} = SS_{\text{общ}} - SS_A = 1338,2 - 1135,0 = 203,2.$$

Эти результаты и результаты дисперсионного анализа принято записывать в таблицу (табл. 1.5).

Таблица 1.5

Источник вариации	Сумма квадратов SS	Число степеней свободы f	Средний квадрат s^2	F -отношение $\hat{F}_{\text{расч}}$	Квантиль верхней доверительной границы $F_{1-\alpha}(f_1, f_2)$
Между покрытиями—фактор A	1135,0	3	378,3	29,8	$F_{0,99}(3; 16) = 5,29$
Внутри ячейки—ошибка $\varepsilon_k(i)$	203,2	16	12,7		
Общая	1338,2	19			

Итак проверяем гипотезу $H_0: A_i = 0$ ($i = 1, \dots, 4$); используя (1.11), получим

$$\hat{F}_{\text{расч}} = 378,3/12,7 = 29,8 > 5,29 = F_{0,99}(3; 16).$$

Так как $\hat{F}_{расч} > F_{1-\alpha}(f_1; f_2)$, то гипотезу H_0 отклоняем, а принимаем альтернативную гипотезу H_1 , которая с надежностью вывода $P = 0,99$ дает нам право утверждать, что разные покрытия телевизионных трубок влияют на удельную проводимость.

Задачи и упражнения

1. Провести дисперсионный анализ результатов технологического эксперимента, план которого полностью рандомизирован. Проверить нуль-гипотезу о том, что фактор A не влияет на результаты измерения.

Таблица к примеру 1

Уровни измерения	Уровни фактора A				
	1	2	3	4	5
1	8	4	1	4	10
2	6	-2	2	6	8
3	7	0	0	5	7
4	5	-2	-1	5	4
5	8	3	-3	4	9

Ответ. $\hat{F} = 16,47 > F_{0,99}(f_1, f_2)$.

2. Выходной параметр—время нагревания микроразогревателя, с. Уровни единственного фактора A —три разных типа микроразогревателей. Эксперимент полностью рандомизирован.

Провести дисперсионный анализ и проверить гипотезу о том, что среднее время нагревания одинаково для всех типов микроразогревателей.

Таблица к примеру 2

Тип микроразогревателя	A_1		A_2		A_3	
Время нагревания микроразогревателей, с	19	20	20	40	16	19
	23	20	20	24	15	17
	26	18	32	22	18	19
	18	35	27	18	26	18

Ответ. $\hat{F} = 2,86 < F_{0,99}(f_1, f_2)$.

3. Выходной параметр—срок службы миниатюрного индикаторного прибора, ч. Уровни единственного фактора A —партии приборов, изготовленные по четырем разным технологиям. Отбор приборов для испытания полностью рандомизирован.

Проверить нуль-гипотезу о том, что варианты технологического процесса не влияют на срок службы индикаторных приборов.

Таблица к примеру 3

Номер варианта технологического процесса	Номер повторяемости опыта				
	1	2	3	4	5
A_1	1600	1610	1650	1680	1700
A_2	1580	1640	1640	1700	1750
A_3	1460	1550	1600	1620	1640
A_4	1510	1520	1530	1570	1600

Переходить к кодированным данным с помощью преобразования

$$Y_{\text{код}} = (Y - 1600)/10.$$

Ответ. $\hat{F} = 4,995 < 5,29 = F_{0,99}(f_1, f_2)$.

4. Провести дисперсионный анализ двух предыдущих задач без перехода на кодированные величины.

Ответ. $\hat{F} = 4,99 < 5,29 = F_{0,99}(f_1, f_2)$.

5. Сравнить по выходному параметру продукцию, получаемую из трех разных по конструкции единиц технологического оборудования и установить, отличаются ли между собой средние выборки. Эксперимент полностью рандомизирован.

Таблица к примеру 5

Вариант технологического оборудования	Номер повторяемости опыта			
	1	2	3	4
A_1	6	7	6	5
A_2	5	6	4	5
A_3	7	8	5	8

Таблица к примеру 6

Вариант технологического оборудования	Номер повторяемости опыта			
	1	2	3	4
A_1	210	220	210	200
A_2	200	210	190	200
A_3	220	230	200	230

Ответ. $\hat{F} = 3,60 < 4,26 = F_{0,95}(f_1, f_2)$. Ответ. $\hat{F} = 8,955 > 4,26 = \hat{F}_{0,95}(f_1, f_2)$

6. Провести дисперсионный анализ данных полностью рандомизированного эксперимента по условиям предыдущей задачи.

7. Задача технолога — выбрать оптимальный вариант (из трех предложенных) конструкции механизма подачи и направления провода для полуавтомата намотки контурных катушек радиоприемников. В качестве выходного параметра была замерена добротность катушек опытной партии с эталонным сердечником. Проверить нуль-гипотезу о том, что вариант механизма не влияет на добротность катушек. Для упрощения расчетов использовать подходящий код. Отбор катушек из серий опытной партии полностью рандомизирован. Данные замеров приведены в таблице.

Таблица к примеру 7

Тип механизма	A_1		A_2		A_3	
Добротность катушек	124	129	115	128	128	126
	131	126	141	145	131	132
	118	132	123	136	133	127
	127	120	137	130	129	132
	138	135	132	142	135	129

Ответ. $\hat{F} = 1,35 < 5,49 = F_{0,99}(2, 27)$.

8. Для изготовления печатных плат на складе завода получены две партии химиката, сертификаты на которые потеряны. Выяснить, являются ли эти партии химиката пригодными для использования в технологическом процессе, если на складе находится еще одна партия того же химиката, принятая по сертификату входным контролем. Данные замеров поверхностного сопротивления контрольных экземпляров серий печатных плат, отбор которых был полностью рандомизирован, в кодированном виде представлены в таблице.

Т а б л и ц а к п р и м е р у 8

Номер партии химиката	A_1		A_2		A_3	
	Поверхностное сопротивление (кодированное)	8 -17 -28 -7	24 11 22 16	32 12 25 14	10 -27 -18 9	26 15 -13 34

О т в е т. $\hat{F} = 0,55 < 5,78 = F_{0,99}(2; 21)$.

9. В бригаде радиорегулировщиков, состоящей из четырех человек, одному (№ 1) доверено личное клеймо контроля качества. Можно ли доверять личное клеймо бригаде в целом? Данные контрольных замеров аппаратов, отобранных с рабочих мест радиорегулировщиков в полностью рандомизированном порядке, приведены в таблице.

Т а б л и ц а к п р и м е р у 9

Номер регулировщика	A_1		A_2		A_3		A_4	
	Значения выходного параметра—чувствительности диапазона волн радиоприемника	24,5 31,2 34,1 32,3	33,7 27,6 25,8 31,2	38,6 28,9 35,1 30,6	34,1 30,2 31,7 28,5	31,9 27,3 34,3 28,3	25,4 29,6 32,6 29,4	34,6 30,5 29,7 32,3

О т в е т. $\hat{F} = 0,634 < 4,94 = F_{0,99}(3; 20)$.

10. Для пропитки высокочастотных катушек индуктивности радиоприемника получен парафин, марка которого не соответствует записанной в технической документации. Задача технолога—решить, можно ли эту партию парафина (партия № 1) запустить в производство без ущерба для качества изделий. Для проведения контрольных замеров партия № 1 парафина была запущена параллельно текущему производству, где использовались еще две партии. Эксперимент полностью рандомизирован.

Т а б л и ц а к п р и м е р у 10

Номер партии парафина	A_1		A_2		A_3	
	Добротность катушек	142 147 158 149	161 141 155 157	163 152 151 163	158 149 148 162	160 149 159 161

О т в е т. $\hat{F} = 0,947 < 5,78 = F_{0,99}(2; 21)$.

§ 1.2. ПЛАНИРОВАНИЕ И ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДВУХ- И ТРЕХФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА В ТЕХНОЛОГИИ РЭА

Основные расчетные зависимости

Предположим, что на выходной параметр процесса Y влияют два фактора — A и B и их взаимодействие AB . Эксперимент полностью рандомизирован. Модель эксперимента представим в виде:

$$Y_{ijk} = M\{Y\} + A_i + B_j + AB_{ij} + \varepsilon_{k(ij)}, \quad \begin{matrix} k=1, 2, \dots, m; \\ i=1, 2, \dots, a; \\ j=1, 2, \dots, b, \end{matrix} \quad (1.16)$$

где Y_{ijk} — k -е повторное наблюдение на i -м уровне фактора A и j -м уровне фактора B ; AB_{ij} — взаимодействие факторов A и B на i -м уровне фактора A и j -м уровне фактора B ; $\varepsilon_{k(ij)}$ — случайная ошибка при k -м опыте в ячейке (ij) , имеющая распределение $N(0, \sigma^2\{e\})$.

Результаты наблюдений сведены в табл. 1.6.

Как видно, в каждой ячейке табл. 1.6 размещены результаты наблюдений, соответствующие определенному варианту уровней факторов A и B или, другими словами, варианту испытаний. Таких повторных испытаний в ячейке m .

Основное уравнение дисперсионного анализа для двухфакторного эксперимента с взаимодействием между факторами, используя выборочные оценки, получаем в виде

$$Y_{ijk} - M\{Y \dots\} \equiv (M\{Y_{i..}\} - M\{Y \dots\}) + (M\{Y_{.j.}\} - M\{Y \dots\}) + (M\{Y_{ij.}\} - M\{Y_{i..}\} - M\{Y_{.j.}\} + M\{Y \dots\}) + (Y_{ijk} - M\{Y_{ij.}\}), \quad (1.17)$$

Возведем левую и правую части (1.17) в квадрат и просуммируем по i , j и k . Отметим, что все двойные произведения оказываются равными нулю. В результате имеем

$$\begin{aligned} \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m (Y_{ijk} - \bar{Y} \dots)^2 &= \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y} \dots)^2 + \\ &+ \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y} \dots)^2 + \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y} \dots)^2 + \\ &+ \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Оценим по смыслу выражение (1.18), имея в виду построение табл. 1.6. Пользуясь обозначениями, аналогичными принятым в формуле (1.5), получаем

$$SS_{\text{общ}} = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_{\text{ош}}. \quad (1.19)$$

Из (1.19) следует, что общую сумму квадратов отклонений можно разбить на сумму квадратов отклонений под влиянием фактора A , плюс сумму квадратов отклонений под влиянием

Таблица 1.6

Номер уровня фактора А	Номер уровня фактора В					
	1	2	...	l	...	b
1	$Y_{111}, \dots, Y_{11k}, \dots, Y_{11m}$	$Y_{121}, \dots, Y_{12k}, \dots, Y_{12m}$...	$Y_{1j1}, \dots, Y_{1jk}, \dots, Y_{1jm}$...	$Y_{1b1}, \dots, Y_{1bk}, \dots, Y_{1bm}$
2	$Y_{211}, \dots, Y_{21k}, \dots, Y_{21m}$	$Y_{221}, \dots, Y_{22k}, \dots, Y_{22m}$...	$Y_{2j1}, \dots, Y_{2jk}, \dots, Y_{2jm}$...	$Y_{2b1}, \dots, Y_{2bk}, \dots, Y_{2bm}$
...
i	$Y_{i11}, \dots, Y_{i1k}, \dots, Y_{i1m}$	$Y_{i21}, \dots, Y_{i2k}, \dots, Y_{i2m}$...	$Y_{ij1}, \dots, Y_{ijk}, \dots, Y_{ijm}$...	$Y_{ib1}, \dots, Y_{ibk}, \dots, Y_{ibm}$
...
a	$Y_{a11}, \dots, Y_{a1k}, \dots, Y_{a1m}$	$Y_{a21}, \dots, Y_{a2k}, \dots, Y_{a2m}$...	$Y_{aj1}, \dots, Y_{ajk}, \dots, Y_{ajm}$...	$Y_{ab1}, \dots, Y_{abk}, \dots, Y_{abm}$

фактора B , плюс сумму квадратов отклонений под изолированным влиянием взаимодействия факторов AB , плюс сумму квадратов ошибок (внутри ячейки). Разделив каждую из этих независимых сумм квадратов отклонений в правой части уравнения (1.18) на соответствующее число степеней свободы, получим средние квадраты отклонений (оценки дисперсий), подчиняющиеся χ^2 -распределению. Это дает право в дальнейшем использовать F -критерий (критерий Фишера):

$$s_A^2 = \frac{SS_A}{f_A} = \frac{1}{a-1} \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y} \dots)^2 = \frac{mb}{a-1} \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y} \dots)^2; \quad (1.20)$$

$$s_B^2 = \frac{SS_B}{f_B} = \frac{1}{b-1} \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y} \dots)^2 = \frac{ma}{b-1} \sum_{j=1}^b (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y} \dots)^2; \quad (1.21)$$

$$\begin{aligned} s_{AB}^2 &= \frac{SS_{AB}}{f_{AB}} = \frac{1}{(a-1)(b-1)} \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y} \dots)^2 = \\ &= \frac{m}{(a-1)(b-1)} \sum_i^a \sum_j^b (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y} \dots)^2. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Простой подсчет дает:

$$f_{AB} = (ab-1) - (a-1) - (b-1) = ab - a - b + 1 = (a-1)(b-1),$$

$$s_{\text{общ}}^2 = \frac{SS_{\text{общ}}}{f_{\text{общ}}} = \frac{1}{N-ab} \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2. \quad (1.23)$$

Для контроля всегда целесообразно подсчитать

$$s_{\text{общ}}^2 = \frac{SS_{\text{общ}}}{f_{\text{общ}}} = \frac{1}{N-1} \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m (Y_{ijk} - \bar{Y} \dots)^2. \quad (1.24)$$

Нетрудно убедиться, что

$$N-1 \equiv (a-1) + (b-1) + (a-1)(b-1) + N-ab \quad (1.25)$$

или

$$f_{\text{общ}} = f_A + f_B + f_{AB} + f_{\text{общ}}. \quad (1.26)$$

В практических расчетах более удобно суммы квадратов, входящие в (1.20), (1.21), (1.22), (1.23) и (1.24), подсчитывать по следующим формулам:

$$SS_A = mb \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y} \dots)^2 = \frac{1}{mb} \sum_{i=1}^a S_{i..}^2 - \frac{S_{\dots}^2}{N}; \quad (1.27)$$

$$SS_B = ma \sum_{j=1}^b (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y} \dots)^2 = \frac{1}{ma} \sum_{j=1}^b S_{.j.}^2 - \frac{S_{\dots}^2}{N}; \quad (1.28)$$

$$\begin{aligned}
SS_{AB} &= m \sum_i^a \sum_j^b (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}...)^2 = \frac{1}{m} \sum_i^a \sum_j^b S_{ij.}^2 - \\
&- \frac{1}{mb} \sum_i^a S_{i..}^2 - \frac{1}{ma} \sum_j^b S_{.j.}^2 + \frac{S_{...}^2}{N} = \left(\frac{1}{m} \sum_i^a \sum_j^b S_{ij.}^2 - \frac{S_{...}^2}{N} \right) - \\
&- \left(\frac{1}{mb} \sum_i^a S_{i..}^2 - \frac{S_{...}^2}{N} \right) - \left(\frac{1}{ma} \sum_j^b S_{.j.}^2 - \frac{S_{...}^2}{N} \right) = \\
&= \left(\frac{1}{m} \sum_i^a \sum_j^b S_{ij.}^2 - \frac{S_{...}^2}{N} \right) - SS_A - SS_B; \quad (1.29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SS_{\text{ош}} &= \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2 = \\
&= \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m Y_{ijk}^2 - \frac{1}{m} \sum_i^a \sum_j^b S_{ij.}^2 = \\
&= \sum_k^m Y_{ijk}^2 - \frac{1}{m} \sum_i^a \sum_j^b S_{ij.}^2 = \sum_i^a \sum_j^b \left(\sum_k^m Y_{ijk}^2 - \frac{S_{ij.}^2}{m} \right); \quad (1.30)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SS_{\text{общ}} &= \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m (Y_{ijk} - \bar{Y}...)^2 = \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m Y_{ijk}^2 - \frac{S_{...}^2}{N} = \\
&= \sum_k^m Y_{ijk}^2 - \frac{S_{...}^2}{N}, \quad (1.31)
\end{aligned}$$

где $N = abm$, а $S_{...}^2/N$ — поправочный член.

Последнее звено в формуле (1.29) указывает на то, что сумму квадратов «чистого» взаимодействия факторов A и B вычисляют путем вычитания из суммы квадратов по ячейкам сумм квадратов главных эффектов, а последнее звено в (1.30) указывает на то, что сумму квадратов ошибки вычисляют путем складывания сумм квадратов всех ab ячеек.

Решение типовых примеров

Пример 1. Обработать и проанализировать данные трехфакторного полностью рандомизированного (активного) эксперимента, состоящего в том, чтобы изучить влияние на затраты мощности при резании металла керамическими инструментами типа инструмента (фактор A), скаса фаски резца (фактор B) и режима резания (фактор C) [5]. Постоянными в эксперименте являлись глубина резания, скорость подачи резца, обороты вращения шпинделя станка. Уровни факторов и результаты испытаний представлены в табл. 1.7.

О затратах мощности судили по вертикальной составляющей показаний динамометра y ; которая пропорциональна затратам мощности при резании.

Таблица 1.7

Режим резания (C)	Тип инструмента (A)			
	Тип I (A ₁)		Тип II (A ₂)	
	Скос фаски (B)		Скос фаски (B)	
	15° (B ₁)	30° (B ₂)	15° (B ₁)	30° (B ₂)
Непрерывный (C ₁)	29,0; 26,5; 30,5; 27,0	28,5; 28,5; 30,0; 32,5	28,0; 28,5; 28,0; 25,0	29,5; 32,0; 29,0; 28,0
Прерывистый (C ₂)	28,0; 25,0, 26,5; 26,5	27,0; 29,0; 27,5; 27,5	24,5; 25,0; 28,0; 26,0	27,5; 28,0; 27,0; 26,0

Решение. Математическая модель эксперимента

$$Y_{ijkl} = M\{Y\} + A_i + B_j + C_l + AB_{ij} + AC_{il} + BC_{jl} + ABC_{ijl} + \varepsilon_{k(ijl)}.$$

Как было отмечено, результаты дисперсионного анализа не меняются, но расчеты значительно упрощаются, если перейти на кодированные данные. Воспользуемся преобразованием

$$Y_{ijkl \text{ код}} = 2(Y_{ijkl} - 28,0).$$

Перейдем к расчету сумм квадратов отклонений. Общую сумму квадратов по аналогии с (1.31) находим как сумму квадратов всех наблюдений минус поправочный член (сумма наблюдений по всей таблице, взятая в квадрате, деленная на число наблюдений). Так как в табл. 1.8, где представлены закодированные данные испытаний при изучении затрат мощности, проведено суммирование квадратов наблюдений в каждой ячейке, то остается сложить эти суммы по всем вариантам факторов *A*, *B* и *C*:

$$\begin{aligned} SS_{\text{общ}} &= (42 + 99 + 37 + 77 + 54 + 10 + 101 + 21) - \frac{(-13)^2}{32} = \\ &= 441 - 5,28 = 435,72. \end{aligned}$$

Сумму квадратов отклонений под влиянием типа инструмента— фактора *A* [см. (1.27)] находим как сумму наблюдений, соответствующую первому типу инструмента, взятую в квадрате, плюс сумму наблюдений, соответствующую второму типу, взятую в квадрате, деленную на число наблюдений, соответствующее данному типу инструмента ($mbs = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$), минус поправочный член S_{\dots}^2/N :

$$\begin{aligned} SS_A &= \frac{(2+15-12-2)^2 + (-5+13-17-7)^2}{16} - \frac{(-13)^2}{32} = \frac{3^2 + (-16)^2}{16} - \\ &= 5,28 = 11,28. \end{aligned}$$

Сумму квадратов отклонений под влиянием скоса фаски (фактора *B*) можно получить как сумму наблюдений в квадрате для варианта *B*₁, плюс то же для варианта *B*₂, деленную на $mas = 16$,

Таблица 1.8

Режим резания (C)	Тип инструмента (A)				s l
	Тип I (A ₁)		Тип II (A ₂)		
	Скос фаски (B)		Скос фаски (B)		
	15° (B ₁)	30° (B ₂)	15° (B ₁)	30° (B ₂)	
Непрерывный (C ₁)	2; -3; 5; -2	1; 1; 4; 9	0; 1; 0; -6	3; 8; 2; 0	$S_{tj1} = \sum_{t=1}^2 \sum_{j=1}^2 S_{tj1} = 25$
	$S_{111} = 2$	$S_{121} = 15$	$S_{211} = -5$	$S_{221} = 13$	
	$\sum_{k=1}^4 Y_{111k}^2 = 42$	$\sum_{k=1}^4 Y_{121k}^2 = 99$	$\sum_{k=1}^4 Y_{211k}^2 = 37$	$\sum_{k=1}^4 Y_{221k}^2 = 77$	
	0; -6; 3; -3	-2; 2; -1, -1	-7; -6; 0; -4	-1; 0; -2; -4	
Прерывистый (C ₂)	$S_{112} = -12$	$S_{122} = -2$	$S_{212} = -17$	$S_{222} = -7$	$S_{tj2} = \sum_{t=1}^2 \sum_{j=1}^2 S_{tj2} = -38$
	$\sum_{k=1}^4 Y_{112k}^2 = 54$	$\sum_{k=1}^4 Y_{122k}^2 = 10$	$\sum_{k=1}^4 Y_{212k}^2 = 101$	$\sum_{k=1}^4 Y_{222k}^2 = 21$	
	$S_{11} = \sum_{l=1}^2 s_{11l} = -10$	$S_{12} = \sum_{l=1}^2 S_{12l} = 13$	$S_{21} = \sum_{l=1}^2 S_{21l} = -22$	$S_{22} = \sum_{l=1}^2 S_{22l} = 6$	
	$S_{1j} = \sum_{l=1}^2 s_{1jl} = -10$	$S_{12l} = 13$	$S_{21l} = -22$	$S_{22l} = 6$	

минус поправочный член

$$SS_B = \frac{(2-5-12-17)^2 + (15+13-2-7)^2}{16} - \frac{(-13)^2}{32} = \frac{(-32)^2 + (19)^2}{16} - 5,28 = 81,28.$$

Сумму квадратов отклонений под влиянием режима резания (фактор C) находим аналогично тому, как находили SS_A и SS_B , только уже для вариантов C_1 и C_2 и $mab = 16$:

$$SS_C = \frac{(2+15-5+13)^2 + (-12-2-17-7)^2}{16} - \frac{(-13)^2}{32} = \frac{(25)^2 + (-38)^2}{16} - 5,28 = 124,03.$$

Сумму квадратов отклонений под влиянием изолированного взаимодействия AB получаем, не принимая во внимание варианты фактора C и используя суммы по вариантам для факторов A и B (т. е. S_{ij}), квадраты которых делим на $mc = 8$:

$$SS_{AB} = \frac{(-10)^2 + 13^2 + (-22)^2 + 6^2}{8} - \frac{(13)^2}{32} - 11,28 - 81,28 = 0,785.$$

Для нахождения суммы квадратов взаимодействия AC игнорируем варианты фактора B и используем объединенные суммы вариантов AC ($2+15$; $-5+13$; $-12-2$ и $-17-7$), квадраты которых делим на $mb = 8$:

$$SS_{AC} = \frac{17^2 + 8^2 + (-14)^2 + (-24)^2}{8} - \frac{(13)^2}{32} - 11,28 - 124,03 = 0,035.$$

Для определения суммы квадратов взаимодействия BC игнорируем варианты фактора A и используем объединенные суммы вариантов BC ($2-5$; $15+13$; $-12-17$; $-2-7$), квадраты которых делим на $ma = 8$:

$$SS_{BC} = \frac{(-3)^2 + 28^2 + (-29)^2 + (-9)^2}{8} - \frac{(13)^2}{32} - 81,28 - 124,03 = 3,785.$$

Чтобы получить сумму квадратов для тройного взаимодействия факторов A , B и C , воспользуемся суммами из ячеек вариантов всех трех факторов, как они показаны в табл. 1.8 (2 ; 15 ; -5 ; 13 ; -12 ; -2 ; -17 ; -7), возведенными в квадрат, деленными на $m = 4$; из этого соотношения вычитаем не только суммы квадратов факторов, но и суммы квадратов всех трех парных взаимодействий

$$SS_{ABC} = \frac{2^2 + 15^2 + (-5)^2 + (13)^2 + (-12)^2 + (-2)^2 + (-17)^2 + (-7)^2}{4} - \frac{(13)^2}{32} - 11,28 - 81,28 - 124,03 - 0,785 - 0,035 - 3,785 = 0,775.$$

Сумму квадратов ошибок получаем, вычитая из общей суммы квадратов все остальные рассчитанные суммы квадратов

$$SS_{\text{ош}} = 435,72 - 11,28 - 81,28 - 124,03 - 0,785 - 0,035 - 3,785 - 0,775 = 213,75.$$

Числа степеней свободы рассчитываем аналогично рассмотренному случаю двухфакторного дисперсионного анализа:

$$\begin{aligned} f_A &= a - 1 = 1; f_B = b - 1 = 1; f_C = c - 1 = 1; \\ f_{AB} &= (a - 1)(b - 1) = 1; f_{AC} = (a - 1)(c - 1) = 1; \\ f_{BC} &= (b - 1)(c - 1) = 1; \\ f_{ABC} &= (a - 1)(b - 1)(c - 1) = 1; f_{\text{общ}} = N - abc = abcm - abc = \\ &= 32 - 8 = 24; \\ f_{\text{общ}} &= N - 1 = abcm - 1 = 32 - 1 = 31. \end{aligned}$$

Результаты расчетов для дальнейшего использования сведем в табл. 1.9.

Таблица 1.9

Источник вариации	Число степеней свободы f	Сумма квадратов SS	Средний квадрат s^2	\hat{F} расч	$F_{0,95}$ (1; 24)
Тип инструмента (A)	1	11,280	11,280	1,267	4,26
Скос фаски (B)	1	81,280	81,280	9,126	4,26
Режим резания (C)	1	124,033	124,033	13,93	4,26
Взаимодействие AB	1	0,785	0,785	0,088	4,26
Взаимодействие AC	1	0,035	0,035	0,004	4,26
Взаимодействие BC	1	3,785	3,785	0,425	4,26
Взаимодействие ABC	1	0,775	0,775	0,087	4,26
Ошибка $\varepsilon_k(i,j,l)$	24	213,750	8,906	—	—
Сумма	31	435,723			

Данные, приведенные в табл. 1.9, разумеется, отличаются от результатов, которые были бы получены с использованием декодированных данных. В коде использован множитель 2, так что, если средние квадраты, сведенные в табл. 1.9, разделить на 4, то получим их в натуральном виде (при умножении на 2 дисперсия и средний квадрат увеличиваются в 4 раза). Однако для проведения дисперсионного анализа декодирование не обязательно.

Итак, приступаем к дисперсионному анализу. Проверяем нуль-гипотезу $H_0: A_i = 0$ ($i = 1, 2$)

$$\hat{F}_{\text{расч}} = 11,280/8,906 = 1,267 < 4,26 = F_{0,95} (1; 24).$$

Проверка нуль-гипотезы $H_0: B_j = 0$ дает

$$\hat{F}_{\text{расч}} = 81,280/8,906 = 9,126 > 4,26 = F_{0,95} (1; 24).$$

Таблица 1.10

Номер состава резины (А)	Время вулканизации (В)					
	20 мин (В ₁)	25 мин (В ₂)	30 мин (В ₃)	40 мин (В ₄)	60 мин (В ₅)	
1 (А ₁)	22; 22; 17; 22	28, 25, 16; 39	19; 29, —15; 22	13, —9, —14; 26	—4; 35; 23; 27	
2 (А ₂)	16; 11; 14, 13	33, 28; 33; 35	20, —13, —7; —6	21; 6; 23; 14	7; 6; 6; —3	
3 (А ₃)	—5, —8, 10; 18	14; 2, —9; 2	8; —1; 12; 4	0; —3; —7; 2	—9, 2, —4; —10	
4 (А ₄)	—19; —14; 2; —5	—5; 1; —7; —5	—14, —13, —10, —11	2; 12; 10; —5	—16; —2; —1; —4	
5 (А ₅)	—14; —26; —7; —10	—12, —10; 0; —5	—22; —8; —14; —5	17; —20; 14; 12	—2; —15; —19; —4	
6 (А ₆)	—3; —18; —13; —3	6; —7; —8; —8	—1; —29; 1; 2	0; —5; 2; —15	—20; 1; —4; —2	

Следовательно, принимаем альтернативную гипотезу $H_1: B_j \neq 0$, что дает право утверждать, что скос фаски инструмента влияет на затраты мощности.

Проверка $H_0: C_i = 0$

$$\hat{F}_{\text{расч}} = 124,033/8,906 = 13,93 > 4,26 = F_{0,95} (1; 24),$$

H_0 отвергаем — режим резания существенно влияет на затраты мощности.

Ни одну из нуль-гипотез, относящихся к взаимодействиям факторов, отвергнуть нельзя — соответствующие эффекты надо принимать равными нулю (с надежностью вывода 95%).

Пример 2. Для конструкций амортизаторов РЭА необходимо выбрать наиболее подходящий состав (из шести различных составов) и время вулканизации (из пяти вариантов) резины, чтобы обеспечить максимально возможное сопротивление образца разрыву.

Решение. Итак, зависимая переменная Y — сопротивление образца резины разрыву, Па. Уровни фактора A — вулканизируемые составы 1, 2, 3, 4, 5, 6. Уровни фактора B — время вулканизации 20, 25, 30, 40, 60 мин. Математическая модель эксперимента

$$Y_{ijk} = M\{Y\} + A_i + B_j + AB_{ij} + \varepsilon_{k(ij)},$$

код

$$Y_{ijk \text{ код}} = Y_{ijk} - 130, \text{ Па.}$$

Как видно, в нашем примере, где представлены данные испытаний при изучении сопротивления разрыву резины (Y_{ijk}):

$$i = 1, \dots, a = 1, \dots, 6;$$

$$j = 1, \dots, b = 1, \dots, 5;$$

$$k = 1, \dots, m = 1, \dots, 4;$$

$$N = abm = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120.$$

Согласно формулам (1.27) — (1.31), необходимо рассчитать следующие величины: $\sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m Y_{ijk}^2$; $\sum_i^a \sum_j^b S_{ij}^2$; $\sum_{j=1}^b S_{i..}^2$; $\sum_{i=1}^a S_{.j.}^2$; $\frac{S_{...}^2}{N}$.

Первую из них $\sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m Y_{ijk}^2$ находим как сумму квадратов всех данных табл. 1.10, общее количество которых $N = abm$. Остальные четыре величины легко рассчитать из табл. 1.11, в которой проведено суммирование исходных данных по ячейкам. В данном случае табл. 1.11 приобретает вид табл. 1.12, где представлены суммы по ячейкам кодированных данных испытаний при изучении сопротивления разрыву резины.

Таблица 1.11

	B_1	...	B_j	..	B_b	
A_1						
\vdots						
A_i			S_{ij}			$S_{i..}$
\vdots						
A_a						
			$S_{.j}$			$S_{...}$

Из табл. 1.12, возведя в квадрат соответствующие суммы и проведя необходимое суммирование, получаем $\sum_i^a \sum_j^b S_{ij}^2$, $\sum_{i=1}^a S_{i..}^2$, $\sum_{j=1}^b S_{.j}^2$, а также $S_{...}^2$.

Суммы квадратов отклонений рассчитываем по формулам (1.27)–(1.31):

$$SS_A = \frac{1}{mb} \sum_{i=1}^a S_{i..}^2 - \frac{1}{N} S_{...}^2 = 11635,7 - 480 = 11155,7.$$

$$SS_B = \frac{1}{ma} \sum_{j=1}^b S_{.j}^2 - \frac{1}{N} S_{...}^2 = 1964,33 - 480 = 1484,33.$$

$$\begin{aligned} SS_{AB} &= \frac{1}{m} \sum_i^a \sum_j^b S_{ij}^2 - \frac{1}{N} S_{...}^2 - SS_A - SS_B = \\ &= 17567,5 - 480 - 11155,7 - 1484,33 = 4447,47. \end{aligned}$$

$$SS_{\text{ош}} = \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m Y_{ijk}^2 - \frac{1}{m} \sum_i^a \sum_j^b S_{ij}^2 = 26222 - 17567,5 = 8854,5.$$

$$SS_{\text{общ}} = \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^m Y_{ijk}^2 - \frac{S_{...}^2}{N} = 26422 - 480 = 25942.$$

Таблица 1.12

Варианты фактора A (номер состава резины)	Варианты фактора B (время вулканизации)					
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	$S_{i..}$
A_1	83	108	55	16	81	343
A_2	54	129	-6	64	16	257
A_3	15	9	23	-8	-21	18
A_4	-36	-16	-48	19	-23	-104
A_5	-57	-27	-49	23	-40	-150
A_6	-37	-17	-27	-18	-25	-124
$S_{.j.}$	22	186	-52	96	-12	$S_{...} = 240$

Таблица 1.13

Источник вариации	Число степеней свободы f	Сумма квадратов SS	Средний квадрат s^2	$\hat{F}_{расч}$	$F_{0,99}(f_1, f_{ош})$	$F_{0,999}(f_1, f_{ош})$
Состав резины (A)	5	11155,70	2231,14	22,68	3,02	4,10
Время вулканизации (B)	4	1484,33	371,08	3,77	3,32	4,62
Взаимодействие (AB)	20	4447,47	222,37	2,26	1,92	2,33
Ошибка $\varepsilon_k(ij)$	90	8854,50	98,38	—	—	—
Сумма	119	25942,00	—	—	—	—

Теперь можно составить сводную таблицу дисперсионного анализа (табл. 1.13).

Анализируя данные табл. 1.13, со статистической надежностью 0,99 можно сделать следующие выводы:

гипотеза $H_0: A_i = 0$ отвергается, так как $22,68 > 3,02$ (и даже $22,68 > 4,10$, что соответствует статистической надежности 0,999);

гипотеза $H_0: B_j = 0$ отвергается, так как $3,77 > 3,32$;

гипотеза $H_0: AB_{ij}$ отвергается, так как $2,26 > 1,92$.

Если ввиду каких-либо соображений требуется оценить нуль-гипотезы со статистической надежностью 0,999, то последние две гипотезы отвергать нет оснований.

Возникает вопрос: нельзя ли более детально исследовать влияние состава и времени вулканизации на сопротивление разрыву? Какой состав (составы) и какое время вулканизации считать лучшими? Попробуем ответить на этот вопрос. Из последнего столбца табл. 1.12 видно, что лучшие результаты дают составы № 1 и № 2 (в последнем столбце указаны $S_{i..} = bm\bar{Y}_{i..}$ или в нашем случае $S_{1..} = 5 \cdot 4 \cdot \bar{Y}_{1..}$ и $S_{2..} = 5 \cdot 4 \cdot \bar{Y}_{2..}$). Остается выяснить, не является ли различие между этими средними результатом влияния случайной ошибки, т. е. проверить нуль-гипотезу $H_0: M\{Y_{1..}\} = M\{Y_{2..}\}$. Для этого используем статистику [9]:

$$\hat{t} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{n}}} = \frac{\left| \frac{S_{1..}}{bm} - \frac{S_{2..}}{bm} \right|}{\sqrt{\frac{2s_{\text{ош}}^2}{bm}}} = \frac{\left| \frac{343}{20} - \frac{257}{20} \right|}{\sqrt{\frac{2 \cdot 98,38}{20}}} = 1,37,$$

где $s_1^2 = s_2^2 = s_{\text{ош}}^2$, которая связана с $f_{\text{ош}} = N - ab = 120 - 6 \cdot 5 = 90$ степенями свободы $n = 4 \cdot 5 = 20$. Полученная статистика \hat{t} сравнивается с квантилем распределения Стьюдента $t_{0,99}(90) = 1,662$. Таким образом, нуль-гипотеза (со статистической надежностью 0,99) о том, что средние значения совокупностей равны между собой, не отвергается, и нет уверенности в том, что составы № 1 и № 2 существенно различно влияют на сопротивление резины разрыву.

Дальнейшему исследованию подвергнем только эти два состава и сравним средние значения для разного времени вулканизации — 20 мин (вариант B_1) и 25 мин (B_2), проверяя гипотезу $H_0: M\{Y_{20}\} = M\{Y_{25}\}$. Для $t = 20$ мин среднее значение $\bar{Y}_{20} = (83 + 54)/8 = 17,125$ (см. табл. 1.12), а для $t = 25$ мин среднее значение $\bar{Y}_{25} = (108 + 129)/8 = 29,625$. В данном случае $s_1^2 = s_2^2 = s_{\text{ош}}^2$, $n = 2 \cdot 4 = 8$ и

$$\hat{t} = \frac{|\bar{Y}_{20} - \bar{Y}_{25}|}{\sqrt{\frac{2s_{\text{ош}}^2}{8}}} = \frac{|17,125 - 29,625|}{\sqrt{\frac{2 \cdot 98,38}{8}}} = 2,52.$$

Сравнивая эту статистику с $t_{0,90}(90)$ по таблице распределения Стьюдента при $f_{\text{общ}} = 90$, видим, что

$$\hat{t} = 2,52 > 1,662 = t_{0,90}(90).$$

Таким образом, гипотеза $H_0: M\{Y_{20}\} = M\{Y_{25}\}$ отвергается, и времена вулканизации 20 мин и 25 мин существенно различно влияют на сопротивление резины разрыву. Время вулканизации 25 мин для составов № 1 и № 2 дает лучшие результаты, чем время 20 мин, а значит, и все меньшие значения времени вулканизации, так как для них средние еще меньше, чем для времени 20 мин.

Мы рассмотрели одно-, двух- и трехфакторные эксперименты без ограничения на рандомизацию, без деления планирования на блоки, оставив без внимания такие, нашедшие широкое применение типы планирования эксперимента, как факторные эксперименты типа 2^k и 3^k . Этот материал, изложенный достаточно популярно, читатель найдет в [5].

Задачи и упражнения

1. Определить влияние времени откачки и напряжения на нагревателе насоса на давление внутри вакуумной камеры, Па. Выбраны три уровня для времени откачки и два значения напряжения. Для каждой комбинации времени откачки и напряжения проведены два испытания. Порядок проведения эксперимента полностью рандомизирован.

Результаты эксперимента:

Таблица к примеру 1

Напряжение на нагревателе насоса U , В	Время откачки, мин		
	60	90	150
127	0,048 0,058	0,028 0,033	0,007 0,015
220	0,062 0,054	0,014 0,010	0,006 0,009

Провести дисперсионный анализ этих данных и проверить влияние времени откачки, напряжения на нагревателе и их взаимодействия на давление.

Ответ. Фактор A : $\hat{F}_A = 99,31 > 5,14 = F_{0,95}(f_1, f_2)$ $H_1: A_i \neq 0$
 $> 10,9 = F_{0,99}(f_1, f_2)$;

фактор B : $\hat{F}_B = 4,152 < 5,99 = F_{0,95}(f_1, f_2)$ $H_0: B_j = 0$
 $< 13,7 = F_{0,99}(f_1, f_2)$;

взаимодействие AB : $\hat{F}_{AB} = 6,103 > 5,14 = F_{0,95}(f_1, f_2)$ $H_1: AB_{ij} \neq 0$
 $< 10,9 = F_{0,99}(f_1, f_2)$ $H_0: AB_{ij} = 0$.

2. Для любого значимого эффекта предыдущей задачи проверить значимость различия между уровнями значимых факторов.

Какую комбинацию времени откочки и напряжения на нагревателе можно рекомендовать, если желательна комбинация, для которой давление минимально? Объяснить сделанный выбор.

Отв. Времена откочки 90 и 150 мин существенно различно влияют на давление внутри вакуумной трубы. Напряжение на нагревателе 127 и 220 В существенно различно влияет на давление внутри вакуумной камеры. Комбинацию времени откочки 150 мин и напряжения на нагревателе 220 В следует считать наилучшей, так как при этом давление внутри камеры минимально.

3. Определялась сила сцепления клейкого материала при трех фиксированных уровнях влажности и трех фиксированных температурных условиях. Для каждого сочетания условий записано по четыре показания. Эксперимент полностью рандомизирован. Результаты дисперсионного анализа представлены в таблице.

Таблица к примеру 3

Источник изменчивости	Число степеней свободы f	Сумма квадратов отклонений SS	Средний квадрат $s^2 = SS/f$
Влажность H Температура T Взаимодействие HT		9,07 8,66 6,07	
Ошибка ε		52,30	

Заполнить таблицу до конца.

Отв. Средние квадраты — 4,535; 4,33, 1,518; 1,056.

4. Для эксперимента предыдущей задачи установить математическую модель и указать гипотезы, которые нужно проверить.

Отв. $H_0 = H_i = 0$, $H_0: T_j = 0$, $H_0: HT_{ij} = 0$.

5. Для данных двух предыдущих задач проверить гипотезы о влиянии факторов и их взаимодействия и дать заключение.

Отв. $H_0: H_i = 0$ отвергается. Со статистической надежностью 0,95 можно утверждать, что эффект влажности значим.

$$H_0: T_j = 0 \text{ отвергается } \hat{F} > F_{0,95}(f_1, f_2),$$

$$H_0: HT_{ij} = 0 \text{ принимается } \hat{F} < F_{0,95}(f_1, f_2).$$

6. Цель эксперимента — определить осевое давление при сверлении печатных плат на различных скоростях с разной подачей материала и для различных материалов. Использовали пять скоростей, три вида подачи материала для двух типов материала и для каждого сочетания условий снимали по два показания. Порядок проведения эксперимента был полностью рандомизирован, уровни факторов фиксированы. В таблицу данных эксперимента числа занесены после вычитания из каждого показания числа 200.

Таблица к примеру 6

Тип материала	Подача материала, мм/об	Скорость, м/мин				
		100	200	475	715	870
B_{i0}	0,004	122	108	108	66	80
		110	85	60	50	60
	0,008	332	276	248	248	276
		330	310	295	275	310
	0,014	640	612	543	612	696
500		500	450	610	610	
V_{i0}	0,004	192	136	122	108	136
		170	130	85	75	75
	0,008	386	333	318	472	499
		365	330	330	350	390
	0,014	810	779	810	893	1820
725		670	750	890	890	

Провести полный дисперсионный анализ этого эксперимента и дать заключение.

От в е т. Фактор A —тип материала $H_0: A_i = 0$,

$$\hat{F}_A = 20,845 > 4,17 = F_{0,95}(f_1, f_2);$$

фактор B —вид подачи $H_0: B_j = 0$,

$$\hat{F}_B = 127,943 > 3,32 = F_{0,95}(f_1, f_2);$$

фактор C —скорость сверления $H_0: C_l = 0$,

$$\hat{F}_C = 2,336 < 2,69 = F_{0,95}(f_1, f_2);$$

взаимодействие AB $H_0: AB_{ij} = 0$,

$$\hat{F}_{AB} = 6,771 > 3,32 = F_{0,95}(f_1, f_2);$$

взаимодействие AC $H_0: AC_{il} = 0$,

$$\hat{F}_{AC} = 1,355 < 2,69 = F_{0,95}(f_1, f_2);$$

взаимодействие BC $H_0: BC_{jl} = 0$,

$$\hat{F}_{BC} = 1,825 < 2,27 = F_{0,95}(f_1, f_2);$$

взаимодействие ABC $H_0: ABC_{ijl} = 0$,

$$\hat{F}_{ABC} = 0,9943 < 2,27 = F_{0,95}(f_1, f_2).$$

7. Провести, где нужно, сравнение средних значений по данным предыдущей задачи и сделать заключение.

От в е т. Наилучшие значения выходного параметра дает вариант A_1B_1 , т. е. тип материала B_{10} и вид подачи 0,004, при этом сумма $S_{11..}$ минимальна.

8. Цель эксперимента—получить данные для конструирования автоматического устройства управления технологическим процессом пайки печатных плат волной. Выбраны три уровня температуры (фактор A) и два уровня скорости конвейера перемещения плат (фактор B). Контролировалось количество «холодных» паек. Порядок проведения эксперимента полностью рандомизирован.

Таблица к примеру 8

Скорость перемещения плат (фактор B)	Температура волны (фактор A)								
	220 °C (A ₁)			260 °C (A ₂)			280 °C (A ₃)		
1,5 м/мин (B ₁)	32	38	29	6	9	7	15	11	22
	34	26	36	4	11	8	18	21	16
2,5 м/мин (B ₂)	39	41	35	12	9	15	28	31	26
	34	43	40	13	16	10	30	29	32

Отв. $H_0: A_i = 0, \hat{F} = 176,44 > 5,39 = F_{0,99}(2, 30)$ отвергается;
 $H_0: B_j = 0, \hat{F} = 48,90 > 7,56 = F_{0,90}(1; 30)$ отвергается;
 $H_0: AB_{ij} = 0, \hat{F} = 3,98 < 5,39 = F_{0,99}(2; 30)$ принимается;
 $> 3,32 = F_{0,95}(2; 30)$ отвергается.

9. Ответить на вопрос — какая температура волны и какая скорость перемещения печатной платы по условиям предыдущей задачи обеспечивают меньшее количество «холодных» паяк?

Отв. Комбинация факторов A_2B_1 .

10. По назначению в конструкции радиоаппарата пластмассовая деталь испытывает силовую нагрузку и должна сохранить работоспособность в течение всего срока службы. Это требует соблюдения строгой технологической дисциплины при изготовлении детали, режим которого должен быть близким к оптимальному. Задача технолога — выбрать этот режим из числа комбинаций уровней факторов, которые были проэкспериментированы. Выходной параметр — минимальная сила разрушения детали в ньютонах в таблице приведена в кодированном виде. Эксперимент полностью рандомизирован. (см. табл.).

Отв. $H_0: A_i = 0, \hat{F} = 472,94 > 4,98 = F_{0,99}(2; 60)$ отвергается; $H_0: B_j = 0, \hat{F} = 60,27 > 7,08 = F_{0,99}(1; 60)$ отвергается; $H_0: C_l = 0, \hat{F} = 398,06 > 7,08 = F_{0,99}(1; 60)$ отвергается; $H_0: AB_{ij} = 0, \hat{F} = 2,91 < 4,98 = F_{0,99}(2; 60)$ принимается; $H_0: AC_{il} = 0, \hat{F} = 40,92 > 4,98 = F_{0,99}(2; 60)$ отвергается; $H_0: BC_{jl} = 0, \hat{F} = 1,57 < 7,08 = F_{0,99}(1; 60)$ принимается; $H_0: ABC_{ijl} = 0, \hat{F} = 11,94 > 4,98 = F_{0,99}(2; 60)$ отвергается.

Выбирается комбинация уровней факторов $A_2B_2C_2 [\hat{t} = 4,9 > 1,67 = t_{0,90}(60)]_1$, являющаяся лучшей среди других.

Таблица к примеру 10

Время выдержки детали в пресс-форме, с (фактор C)	Температура пресс-формы (фактор A)					
	220 °C (A ₁)		240 °C (A ₂)		280 °C (A ₃)	
	Давление (фактор B)					
	B ₁	B ₂	B ₁	B ₂	B ₁	B ₂
180 (C ₁)	-24; -23	-20; -17	-6; -7	-10; -8	-11; -5	-2; 2
	-20; -19	-18; -22	-7; -13	-7; 2	-3; -9	0; 6
	-22; -21	-21; -20	-4; -10	-1; -5	-7; -8	-1; 1
210 (C ₂)	-19; -18	-11; -13	-6; 11	16; 23	10; 11	11; 10
	-21; -15	-12; -15	9; 2	22; 21	15; 10	13; 15
	-17; -16	-14; -10	13; 7	19; 17	9; 8	12; 9

§ 1.3. МНОЖЕСТВЕННЫЙ РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ В МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ РЭА

Основные расчетные зависимости

Чаще всего в технологии РЭА встречаются ситуации, когда выходной параметр процесса Y как случайную величину определяет не один, а несколько факторов X_1, X_2, \dots, X_k , которые в случае активного эксперимента являются детерминированными величинами, устанавливаемыми, по крайней мере теоретически, исследователем с желаемой точностью. Это позволяет получить искомую математическую модель процесса с достаточной точностью при минимальном количестве опытов, необходимых для определения коэффициентов регрессии, подчитываемый из соотношения *

$$N \geq C_{k+d}^d,$$

где k — число факторов (независимых переменных); d — порядок аппроксимирующего полинома (модели).

В пассивном же эксперименте X_1, X_2, \dots, X_k являются случайными величинами. Количество необходимых наблюдений должно быть определено из соображений получаемой точности коэффициентов уравнения. Чтобы в пассивном эксперименте фактор проявился как случайная величина, практически необходимо иметь 40—60 и даже 100 и более наблюдений на один фактор.

Кроме того, регрессионный анализ, проводимый на основании данных пассивного эксперимента, таит в себе возможности принятия неверных решений, если формально подойти к формульным зависимостям без учета корреляции как между рассматриваемыми факторами, так и между коэффициентами регрессии в математической модели. Поэтому всегда полезно, чтобы регрессионному анализу предшествовал корреляционный, как между X_i, X_j , так и между X_i, Y .

Можно показать, что для того, чтобы истинное значение коэффициента корреляции, найденное из выборки объема n , лежало в пределах $\pm 3\sigma$, необходимо выбирать $n \geq 50$, что дает в наиболее благоприятном случае $N = nk \approx 50k$, где k — количество факторов; n — число появлений в массиве из N наблюдений пар значений случайных величин, корреляция между которыми изучается.

В данном учебном пособии рассмотрим только линейный множественный регрессионный анализ. Все члены уравнения регрессии, содержащие факторы в степенях выше первой, заменим линейными. Итак, введем обозначение фиктивной переменной $x_0 = x^0 = 1$, заменим члены второго порядка линейными, положив

$$\begin{aligned} x_1^2 &= x_{k+1}, \quad x_2^2 = x_{k+2}, \quad \dots, \quad x_k^2 = x_{2k}; \\ x_1 x_2 &= x_{2k+1}, \quad \dots, \quad x_{k-1} x_k = x_{k^2}. \end{aligned} \quad (1.32)$$

* Планирование эксперимента (активный эксперимент) рассматривается в курсе «Теоретические основы конструирования, технологии и надежности РЭА».

Массив наблюдений записываем двумя матрицами

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_{01} & x_{11} & \dots & x_{k1} \\ x_{02} & x_{12} & \dots & x_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{0N} & x_{1N} & \dots & x_{kN} \end{bmatrix}. \quad (1.38)$$

Нормальные уравнения в матричной форме записывают в виде

$$X^*XB = X^*Y,$$

где X^* — матрица, транспонированная по отношению к матрице X , или в развернутом виде

$$X^*X = \{(ij)\} = \begin{bmatrix} (00) & (01) & \dots & (0k) \\ (10) & (11) & \dots & (1k) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (k0) & (k1) & \dots & (kk) \end{bmatrix}, \quad B = \{b_i\} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix}, \quad (1.39)$$

$$X^*Y = \{(ij)\} = \begin{bmatrix} (0y) \\ (1y) \\ \vdots \\ (ky) \end{bmatrix}.$$

Коэффициенты регрессии определяют из системы нормальных уравнений по выражению $B = (X^*X)^{-1}X^*Y$, где $(X^*X)^{-1}$ — матрица, обратная матрице X^*X , в развернутой форме записывают матрицей

$$(X^*X)^{-1} = \{c_{ij}\} = \begin{bmatrix} c_{00} & c_{01} & \dots & c_{0k} \\ c_{10} & c_{11} & \dots & c_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{k0} & c_{k1} & \dots & c_{kk} \end{bmatrix}, \quad (1.40)$$

а в алгебраической форме уравнение для определения коэффициентов регрессии можно записать как

$$b_i = \sum_{j=0}^k c_{ij} (jy) = \sum_{j=0}^k c_{ij} \left(\sum_{u=1}^N x_{ju} y_u \right). \quad (1.41)$$

Из последней формулы следует, что в определении каждого коэффициента регрессии участвуют величины, от которых зависят и остальные коэффициенты регрессии. На самом деле сумма произведений в (1.41), определяющая b_i , состоит из $(k+1)$ членов, соответствующих $(k+1)$ коэффициенту регрессии. Если по какой-либо причине придется изменить порядок полинома d , т. е. исключить из рассмотрения какие-либо факторы x_j или, наоборот, включить новые, то все расчеты нужно проводить заново, так как изменятся элементы c_{ij} обратной матрицы $(X^*X)^{-1}$ а, возможно, и сумма, обозначенная символом (jy) . В результате изменятся и численные значения всех остальных коэффициентов регрессии.

Последовательность использования приведенных формул для определения коэффициентов регрессии следующая.

1. Составляют матрицы исходных данных (наблюдений) по Y и X с учетом того, что все $x_{0u} = x^0 = 1$.

2. Формируют матрицу X^*X , состоящую из коэффициентов нормальных уравнений. Следует учесть, что матрица коэффициентов нормальных уравнений X^*X должна быть невырожденной (неособенной), поэтому в матрице X не должно быть одинаковых или пропорциональных (линейно зависимых) столбцов (строк), а также столбцов (строк), все элементы которых равны нулю.

3. Обращают матрицу X^*X одной из стандартных программ обращения матриц на ЭВМ. Следует учесть, что отдельные программы обращения матриц не дают результатов, если в матрице X имеются одинаковые или пропорциональные строки (столбцы) или строки (столбцы), все элементы которых равны нулю.

4. Находят коэффициенты регрессии как произведение матриц по формуле

$$B = (X^*X)^{-1}X^*Y. \quad (1.42)$$

Когда вычислены коэффициенты регрессии, нетрудно записать постулированную вначале полиномиальную модель. Но описывает ли она адекватно результаты наблюдений? Прежде чем ответить на этот вопрос, необходимо провести статистический анализ уравнения регрессии.

На первом этапе определим остаточную дисперсию, характеризующую рассеяние экспериментальных точек относительно уравнения регрессии, которое можно записать в матричной форме соотношением

$$\hat{Y} = XB, \quad (1.43)$$

где

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \vdots \\ \hat{y}_N \end{bmatrix}, \quad XB = \begin{bmatrix} b_0x_{01} + b_1x_{11} + \dots + b_kx_{k1} \\ b_0x_{02} + b_1x_{12} + \dots + b_kx_{k2} \\ \dots \\ b_0x_{0N} + b_1x_{1N} + \dots + b_kx_{kN} \end{bmatrix}. \quad (1.44)$$

Здесь \hat{Y} — матрица-столбец значений, полученных из найденного уравнения регрессии.

Остаточная сумма квадратов в матричной форме может быть записана следующим образом:

$$(\hat{Y} - Y)^*(\hat{Y} - Y) = Y^*Y - B^*X^*Y, \quad (1.45)$$

где Y — матрица-столбец по формуле (1.38), или в алгебраической форме

$$SS_R = (yy) - \sum_{i=0}^k b_i (iy) = \sum_{u=1}^N y_u^2 - \sum_{i=0}^k b_i \left(\sum_{u=1}^N x_{iu} y_u \right). \quad (1.46)$$

Делим SS_R на число степеней свободы $f_R = N - k - 1$, получаем остаточную дисперсию

$$s_R^2 = SS_R / f_R. \quad (1.47)$$

Рассчитаем дисперсию $s^2\{y\}$ делением SS_y на число степеней свободы $f_y = N - 1$ и определим F -отношение (критерий Фишера):

$$\hat{F} = s_R^2 / s^2\{y\}. \quad (1.48)$$

Сравнение \hat{F} с $\hat{F}_{1-\alpha}(f_R, f_y)$ позволяет проверить гипотезу об адекватности представления результатов наблюдений постулированной моделью (полиномом заданной степени d). При $\hat{F} \leq \hat{F}_{1-\alpha}(f_R, f_y)$ гипотеза адекватности принимается, в противном случае — отбрасывается.

Чтобы проверить правильность проведенных вычислений, целесообразно SS_R вычислить второй раз, теперь по формуле

$$SS_R = \sum_{u=1}^N (\hat{y}_u - y_u)^2, \quad (1.49)$$

где \hat{y}_u — величина, предсказанная уравнением регрессии; y_u — величина, найденная экспериментально.

Вторым этапом статистического анализа найденного уравнения является оценка значимости коэффициентов регрессии. Чтобы принять решение, как поступить дальше, необходима дополнительная информация о статистической зависимости между коэффициентами регрессии. Такую информацию нагляднее всего представляет матрица коэффициентов корреляции.

Сначала найдем так называемую матрицу ошибок (дисперсий и ковариаций). В матричной форме ее записывают в виде

$$M\{(\mathbf{B} - \boldsymbol{\beta})(\mathbf{B} - \boldsymbol{\beta})^*\} = (\mathbf{X}^* \mathbf{X})^{-1} \sigma^2\{y\}$$

и в развернутой форме

$$\begin{bmatrix} \sigma^2\{b_0\} & \text{cov}\{b_0 b_1\} & \dots & \text{cov}\{b_0 b_k\} \\ \text{cov}\{b_1 b_0\} & \sigma^2\{b_1\} & \dots & \text{cov}\{b_1 b_k\} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}\{b_k b_0\} & \text{cov}\{b_k b_1\} & \dots & \sigma^2\{b_k\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{00} c_{01} & \dots & c_{0k} \\ c_{10} c_{11} & \dots & c_{1k} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{k0} c_{k1} & \dots & c_{kk} \end{bmatrix} \sigma^2\{y\}, \quad (1.50)$$

$\sigma^2\{b_i\}$ характеризует рассеяние, порождаемое разбросом x_i как случайных величин (пассивный эксперимент) и ошибки в определении коэффициентов регрессии, а $\text{cov}\{b_i b_j\}$ определяет статистическую зависимость между коэффициентами регрессии.

Отсюда нетрудно найти

$$\sigma^2\{b_i\} = c_{ii} \sigma^2\{y\}; \quad (1.51)$$

$$\text{cov}\{b_i b_j\} = c_{ij} \sigma^2\{y\}; \quad (1.52)$$

$$r\{b_i b_j\} = \frac{\text{cov}\{b_i b_j\}}{\sqrt{\sigma^2\{b_i\} \sigma^2\{b_j\}}} = \frac{c_{ij}}{\sqrt{c_{ii} c_{jj}}}, \quad (1.53)$$

т. е. матрицу коэффициентов корреляции

$$[r \{b_i b_j\}] = \begin{bmatrix} 1 & r \{b_0 b_1\} & \dots & r \{b_0 b_k\} \\ r \{b_1 b_0\} & 1 & \dots & r \{b_1 b_k\} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r \{b_k b_0\} & r \{b_k b_1\} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (1.54)$$

Ковариации являются количественной мерой взаимозависимости между коэффициентами регрессии, взятыми попарно, и вместе с тем количественной мерой той неопределенности, которая возникает в силу того, что коэффициенты регрессии определяются не независимо друг от друга.

Если бы матрица ошибок была диагональной (все ковариации равны нулю), то коэффициенты регрессии можно было бы считать независимыми. Такие условия создаются, когда проводится ортогональное планирование (активный эксперимент), главными преимуществами которого является то, что: все коэффициенты регрессии определяют независимо друг от друга; можно установить доверительные границы для каждого из коэффициентов регрессии в отдельности; незначимые коэффициенты в уравнении регрессии можно отбросить, не пересчитывая остальные.

Что же касается обработки результатов пассивного эксперимента, то тут проверка значимости каждого отдельного коэффициента регрессии встречается с определенными трудностями [6, 11], однако возможна оценка значимости коэффициентов регрессии по группам.

Суть этого метода состоит в следующем.

1. Предположим, что было постулировано уравнение, состоящее из $k+1$ членов. Первым шагом должна быть проверка нуль-гипотезы о том, что результаты эксперимента могут быть представлены полиномом нулевой степени $\hat{y} = b_0 x_0$, где $x_0 = x^0 = 1$. Если нуль-гипотеза окажется принятой, то это значит, что не-

смещенной оценкой для β_0 является $\bar{y} = \frac{\sum_{u=1}^N y_u}{N}$, а все остальные коэффициенты регрессии будут элементами вектора шума эксперимента (случайный нормальный вектор с нулевым математическим ожиданием).

Для проверки нуль-гипотезы проводим следующие расчеты:

1) вычисляем сумму квадратов SS_{0k} , связанную со всеми $k+1$ коэффициентами регрессии,

$$SS_{0k} = \sum_{i=0}^k b_i (iy) = \sum_{i=0}^k b_i \left(\sum_{u=1}^N x_{iu} y_u \right); f_{0k} = k+1; \quad (1.55)$$

2) подсчитываем сумму квадратов, называемую в дисперсионном анализе корректирующим фактором,

$$SS_0 = \frac{(0y)^2}{N} = \frac{1}{N} \left(\sum_{u=1}^N y_u \right)^2; f_0 = 1; \quad (1.56)$$

3) находим сумму квадратов, которая относится к k коэффициентам регрессии,

$$SS_k = SS_{0k} - SS_0; \quad f_k = k; \quad (1.57)$$

4) находим дисперсию

$$s_k^2 = SS_k / f_k, \quad (1.58)$$

которую с помощью F -критерия (критерия Фишера) сопоставим с остаточной дисперсией s_R^2 .

Если $\hat{F} \geq F_{1-\alpha}(f_k, f_R)$, то гипотеза H_0 будет отвергнута и принята альтернативная гипотеза, означающая, что k коэффициенты регрессии дают значимый вклад в описание результатов эксперимента.

Иногда более наглядным может оказаться использование множественного коэффициента корреляции, характеризующего вклад k коэффициентов регрессии в уравнение, состоящее из $k+1$ членов:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{1 - \frac{\sum_{u=1}^N (y - \hat{y})^2}{\sum_{u=1}^N (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{\frac{SS_k}{SS_y}} = \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^k b_i \left(\sum_{u=1}^N x_{iu} y_u \right) - \frac{1}{N} \left(\sum_{u=1}^N y_u \right)^2}{\sum_{u=1}^N y_u^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{u=1}^N y_u \right)^2}}. \end{aligned} \quad (1.59)$$

Если k коэффициентов не дают вклад в описание результатов эксперимента, то $SS_k = 0$ и $R = 0$. Если же k коэффициентов регрессии полностью описывают результаты эксперимента (функциональная зависимость), то $SS_R = \sum (y - \hat{y})^2 = 0$ и $R = 1$.

Значимость R определяется \hat{F} -критерием

$$\hat{F} = s_k^2 / s_R^2; \quad f_k = k, \quad f_R = N - (k + 1), \quad (1.60)$$

где $s_k^2 = SS_k / f_k$.

II. Если нуль-гипотеза о возможности представления результатов эксперимента полиномом нулевой степени будет отвергнута, то можно проверить следующую нуль-гипотезу о том, что результаты эксперимента могут быть полностью описаны линейной частью уравнения, т. е. свободным членом и p коэффициентами регрессии при линейных членах.

Для проверки нуль-гипотезы проводим следующие расчеты:

1) вычисляем заново коэффициенты регрессии линейного уравнения, состоящего из $p+1$ членов;

2) находим сумму квадратов, относящуюся к $p+1$ члену,

$$SS_{0p} = \sum_{i=0}^p b_i (iy) = \sum_{i=0}^p b_i \left(\sum_{u=1}^N x_{iu} y_u \right), \quad f_{0p} = p + 1; \quad (1.61)$$

3) находим сумму квадратов, связанную с q нелинейными членами,

$$SS_q = SS_{0k} - SS_{0p}, \quad f_q = k - p; \quad (1.62)$$

4) находим дисперсию

$$s_q^2 = SS_q / f_q, \quad (1.63)$$

сравниваем ее с дисперсией s_R^2 , и в случае $\hat{F} \geq F_{1-\alpha}(f_q, f_R)$ гипотезу о возможности представления результатов эксперимента линейным полиномом, состоящим из $p+1$ членов, отвергаем.

III. В случае отклонения второй нуль-гипотезы выдвигаем третью нуль-гипотезу о том, что результаты эксперимента могут быть описаны неполным квадратным уравнением, состоящим из $l = 1 + p + q$ членов.

Для этого опять нужно заново вычислять коэффициенты регрессии уравнения, состоящего из l членов и т. д.

Проведя, таким образом, последовательную оценку значимости коэффициентов регрессии, объединенных в группы, можно будет выделить значимые группы.

Нельзя упускать из вида, что выделение новой группы коэффициентов заставляет заново пересчитывать все остальные коэффициенты регрессии, что повышает общую трудоемкость вычислительных операций.

При использовании результатов многофакторного регрессионного анализа, проведенного на основании данных пассивного эксперимента, всегда полезно учитывать следующие обстоятельства [6].

1. Трудно оценить ошибку эксперимента и, следовательно, нельзя достаточно строго проверить гипотезу об адекватности представления эксперимента выбранной математической моделью.

2) Невозможно построить критерий для отбрасывания «диких» измерений, содержащих грубые ошибки.

3. Независимые переменные X_1, X_2, \dots, X_k , или хотя бы часть из них, часто бывают попарно коррелированы, поэтому соответствующие эффекты невозможно разделить.

4. В хорошо организованных производственных процессах независимые переменные варьируют в очень узком интервале значений. В этом случае исследователь оказывается перед неразрешимой задачей. Ему нужно описать поверхность отклика (геометрический образ результатов наблюдений.— Прим. авт.) полиномами хотя бы второго порядка по результатам измерений, находящихся в окрестности одной точки.

Решение типовых примеров

Пример 1. Предположим, что для оптимизации физико-химических свойств связующих прокладок при изготовлении многослойных печатных плат появилась необходимость исследовать процесс полимеризации в заводских условиях [6, 12].

Решение. Вектором наблюдений Y , подлежащим оптимизации, явилась вязкость получаемого продукта, X_1 —степень конверсии, X_2 —количество некоторого реагента, влияющего на вязкость, X_3 —время реакции, по которому можно было судить об активности катализатора, так как температура (как и давление) поддерживалась постоянной.

Изучались два процесса для получения двух продуктов. Сначала был проведен корреляционный анализ, т. е. рассматривались коэффициенты парной корреляции X_1 , X_2 и X_3 с Y и корреляции коэффициентов X_1 , X_2 , X_3 между собой для каждого из двух процессов (табл. 1.14). В первом из них коэффициенты корреляции между X_i и Y оказались значимыми, хотя и небольшими, а между X_i и X_j —незначимыми. Во втором, наоборот,— между X_i и Y —незначимыми (кроме X_1 и Y), а между X_i и X_j —значимыми.

После корреляционного был проведен регрессионный анализ. Постулировались уравнения регрессии, начиная с линейного и кончая неполным уравнением третьей степени, и для них были рассчитаны коэффициенты регрессии (табл. 1.15). После коэффициентов регрессии в таблице приведены соответствующие расчетные значения \hat{t} , служащие для оценки значимости коэффициентов регрессии (хотя, как было показано, сделать это математически корректно для каждого коэффициента регрессии в отдельности в данном случае не представляется возможным). В последней строке таблицы указаны критические значения t для 5%-ного уровня значимости. Начиная с пятой строки снизу, в таблице

Таблица 1.14

Коэффициенты парной корреляции	Первый продукт	Второй продукт	Коэффициенты парной корреляции	Первый продукт	Второй продукт
$r\{x_1, y\}$	0,430	0,540	$r\{x_2, x_3\}$ Критическое значение для 5%-ного уровня значимости Число наблюдений N	0,073	0,460
$r\{x_2, y\}$	0,471	0,201			
$r\{x_3, y\}$	0,511	0,243			
$r\{x_1, x_2\}$	0,040	0,724			
$r\{x_1, x_3\}$	0,200	0,544			
				0,361	0,444
				30	20

указаны величины, позволяющие судить об адекватности представления результатов наблюдений постулированной моделью уравнения регрессии: SS_R —остаточная сумма квадратов; R —множественный коэффициент корреляции; \hat{F} —вычисленное значение критерия Фишера, определяющее значимость SS_R и R ; F —соответствующее табличное значение для 1%-ного уровня значимости.

О значимости уравнения регрессии в целом можно говорить в том случае, если R существенно отличается от нуля.

Коэффициент множественной корреляции R для всех уравнений регрессии первого продукта значим даже для 1%-ного уровня

Таблица 1.15

Параметры	Уравнения										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
b_0	-1774,43	11,743	-45,943	55,884	34,252	18,547	-76,129	18,704	135,149		-36,148
b_1	-1,352	1,533	2,358	1,163			6,657	1,579	1,539		1,531
\hat{f}_1	0,413	6,09	1,48	2,74			0,36	5,89	6,02		6,14
b_{11}	1,275						0,037				
\hat{f}_{11}	1,369	-3,146	-3,059	-2,876			0,28	-3,020	-11,257		
b_2	0,770	5,67	1,662	3,06			0,18	4,99	0,25		
\hat{f}_2	0,086						0,086		0,132		
b_{22}	1,074						0,11		0,18		
\hat{f}_{22}	131,29	2,050	6,087				0,253	0,182	2,072		5,68
b_3	0,876	7,32	0,789				0,07	0,05	7,96		-0,081
\hat{f}_3	-5,266						0,059	0,060			2,042
b_{33}	1,064				-0,008		0,53	0,55			7,30
\hat{f}_{33}	-0,464				1,25						
b_{12}	1,816										
\hat{f}_{12}	-0,002										
b_{122}	0,464										
\hat{f}_{122}	24,02										
b_{13}	2,210				0,130	0,128					
\hat{f}_{13}	-0,004		-0,061		8,53	8,36					
b_{133}	0,029		0,52								
\hat{f}_{133}	44,53				-0,217	-0,214					
b_{23}	1,404				6,88	6,74					
\hat{f}_{23}	-0,401										
b_{233}	0,706										
\hat{f}_{233}											

Параметры	Уравнения										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
SSR	4,03	3,48	3,56	6,02	3,69	3,73	3,52	3,55	3,58		3,50
R	0,910	0,895	0,896	0,626	0,883	0,876	0,896	0,896	0,895		0,895
\hat{F}	6,84	35,00	25,60	8,70	30,70	44,40	15,80	25,60	25,20		35,2
F	3,45	4,64	4,18	4,60	4,64	4,60	3,71	4,18	4,18		4,64
t	2,11	2,06	2,06	2,05	2,06	2,05	2,07	2,06	2,06		2,06

значимости. Во всех уравнениях (кроме четвертого) он оказался довольно высоким — от 0,910 до 0,876.

В первом уравнении все коэффициенты регрессии незначимы (таким образом подтверждается соображение о том, что коэффициенты регрессии оценивать раздельно невозможно, даже если переменные X_i слабо коррелированы). Информация, которую содержат результаты наблюдений, в этом уравнении равномерно распределилась по большому числу коэффициентов регрессии, каждый из которых в отдельности оказывается незначимым.

Второе линейное уравнение регрессии может нас полностью удовлетворить как с точки зрения адекватного описания результатов наблюдений, так и значимости всех коэффициентов регрессии. Но такими же свойствами обладают уравнения 6 (состоящее из свободного члена и двух членов парного взаимодействия) и 11 (состоящее из свободного члена, двух линейных членов и квадратичного члена, представляющего собой X_2^2).

В уравнении 4 нет члена, характеризующего влияние X_3 . Общий вклад коэффициентов регрессии в описание результатов наблюдений понизился ($R = 0,626$). Понижилась и значимость оставшихся коэффициентов регрессии. В процессе получения первого продукта наибольшая корреляция наблюдалась между переменными X_1 и X_3 (см. табл. 1.14). Если в линейное уравнение ввести дополнительно член взаимодействия $b_{13}x_1x_3$, то все коэффициенты регрессии становятся незначимыми (уравнение 3).

В уравнении 5 использованы только члены взаимодействия; коэффициент b_{12} оказался незначимым. Если его опустить (уравнение 6), значимость уравнения в целом мно-

го не теряет, а все коэффициенты уравнения становятся значимыми.

При попытке наряду с линейными членами включить в уравнение регрессии квадратичные (уравнения 8, 9 и 11), значимыми оказываются коэффициенты регрессии при тех переменных, для которых включен только линейный или только квадратичный член.

Для второго продукта все уравнения регрессии незначимые. Это результат сильной корреляции между независимыми переменными и слабой корреляции (кроме X_1 и Y) между независимыми и зависимой переменными (таблица регрессионного анализа не приводится).

Значение множественного коэффициента корреляции R (от 0,662 до 0,455) для большинства уравнений только немного больше коэффициента парной корреляции между X_1 и Y ($r\{x_1y\}=0,540$).

При рассмотрении примера делаем следующие выводы. Результаты наблюдений можно одинаково хорошо описать как уравнением 2, так и уравнениями 6 или 11, имеющими совсем другой внешний вид. Это объясняется тем, что регрессионный анализ был проведен на основании малого количества наблюдений (30 и 20 вместо 150 и 150 соответственно) при узком интервале варьирования значений независимых переменных и, как это имеет место во многих случаях, пассивного эксперимента, в условиях сильного шумового поля. Такой эксперимент не содержит информации о виде связи (математической модели процесса), так как через малую область вокруг точки одинаково хорошо можно провести поверхности различного вида. Уравнение регрессии (любое из числа значимых) может быть использовано в качестве интерполяционной формулы для нахождения промежуточного значения Y , при этом X_i не должно выходить из области варьирования. Другое дело, когда для изучения данных процессов используются результаты корреляционного анализа, и то с поправкой, учитывающей малое число наблюдений [9].

Пример 2. Для сокращения числа регулировщиков на потоке изготовления ПЧ-НЧ плат радиоприемника, производящих помимо настройки контуров ПЧ устранение дефектов, допущенных на операциях сборки, было решено начать борьбу с источниками брака. Были проведены наблюдения (пассивный эксперимент) для фиксации общего времени настройки-регулировки и времени устранения отдельных дефектов. Для исследования использовался корреляционный и регрессионный анализ.

В примере использованы следующие кодовые обозначения величин:

- Y — общее время регулировки-настройки ПЧ-НЧ платы, с;
- X_1 — время устранения холодных паек, с;
- X_2 — время устранения коротких замыканий, с;
- X_3 — время впаивания неприпаянных радиоэлементов, с;
- X_4 — время устранения дефектов катушек, с;
- X_5 — время замены радиоэлементов неправильных номиналов, с;
- X_6 — время устранения остальных дефектов, с.

Таблица 1.16

№ п/п	У	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
1	85	1	2	7	12	0	0	0
2	40	1	0	0	0	0	0	0
3	90	1	0	0	0	0	31	0
4	35	1	0	0	0	0	0	0
5	45	1	0	0	0	0	0	0
6	205	1	0	0	0	140	0	0
7	70	1	0	0	0	0	12	0
8	55	1	0	0	0	0	0	0
9	45	1	0	0	0	0	0	0
10	66	1	0	0	12	0	0	0
11	67	1	0	3	13	0	0	0
12	100	1	22	0	10	0	0	0
13	43	1	0	0	0	0	0	0
14	100	1	15	20	12	0	0	0
15	315	1	0	5	30	0	151	0
16	63	1	0	0	14	0	0	0
17	65	1	0	0	10	0	0	0
18	100	1	18	0	0	0	0	4
19	100	1	38	0	0	0	0	0
20	155	1	0	0	10	0	0	0
21	45	1	0	0	0	0	0	0
22	48	1	0	3	0	0	0	0
23	60	1	0	0	15	0	0	0
24	40	1	0	0	0	0	0	0
25	56	1	0	5	0	0	0	0
26	90	1	0	3	35	0	0	0
27	350	1	52	3	28	0	157	48
28	105	1	15	0	15	0	29	0
29	82	1	0	0	15	0	19	0
30	75	1	0	0	0	0	25	0
31	65	1	0	0	0	0	20	0
32	87	1	0	0	0	0	36	0
33	137	1	0	0	30	62	0	0
34	80	1	0	0	20	0	0	0
35	77	1	10	0	0	0	0	0
36	105	1	0	0	15	0	0	0
37	62	1	0	0	0	0	20	0
38	179	1	3	7	33	0	73	0
39	57	1	0	0	10	0	0	0
40	67	1	0	0	15	0	0	0
41	135	1	8	0	14	0	13	0
42	80	1	0	0	0	0	30	0
43	75	1	0	0	16	0	0	0
44	90	1	0	5	0	0	35	0
45	120	1	0	0	20	0	0	0
46	140	1	0	0	0	0	75	0
47	90	1	0	0	0	0	0	10
48	115	1	7	7	10	0	12	0
49	80	1	3	0	18	0	0	0
50	88	1	0	0	15	0	0	0
51	133	1	4	0	38	0	13	0
52	180	1	6	0	0	0	0	45
53	139	1	2	0	13	0	35	0

№ п/п	Y	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
54	76	1	0	0	17	0	0	0
55	74	1	0	2	15	0	0	0
56	107	1	0	0	10	0	34	0
57	72	1	0	0	0	0	22	0
58	84	1	8	0	12	0	0	0
59	88	1	4	0	0	0	23	0
60	152	1	0	0	16	0	69	0
61	94	1	0	3	0	0	26	0
62	51	1	0	0	0	0	0	0
63	77	1	8	2	0	0	0	0
64	102	1	21	0	7	0	0	0
65	63	1	6	0	0	0	0	0
66	153	1	0	4	20	0	77	0
67	108	1	35	0	20	0	0	0
68	83	1	5	0	35	0	0	0
69	128	1	0	0	0	0	34	0
70	65	1	0	0	14	0	0	0
71	93	1	0	0	14	0	24	0
72	69	1	0	3	0	0	0	19
73	50	1	0	0	0	0	15	0
74	36	1	0	0	0	0	22	0
75	92	1	4	0	12	0	8	0
76	87	1	3	7	0	0	0	12
77	45	1	0	0	0	0	0	0
78	60	1	0	3	0	0	0	0
79	65	1	2	0	0	0	0	0
80	60	1	0	0	10	0	0	0
81	80	1	0	10	0	0	0	0
82	63	1	0	0	0	0	0	0
83	50	1	0	0	0	0	0	0
84	60	1	0	0	0	0	0	0
85	85	1	7	0	10	0	0	0
86	60	1	0	0	8	0	0	0
87	150	1	0	0	0	0	38	0
88	59	1	0	0	0	0	0	15
89	80	1	0	4	12	0	0	0
90	86	1	0	0	0	0	17	0
91	80	1	0	0	27	0	0	0
92	60	1	0	0	0	0	0	0
93	254	1	0	0	17	0	72	0
94	96	1	3	0	24	0	0	0
95	45	1	0	0	0	0	0	0
96	52	1	0	0	0	0	0	0
97	91	1	6	0	10	0	0	0
98	97	1	0	0	0	0	12	0
99	87	1	8	0	0	0	17	0
100	152	1	7	0	0	98	0	0
101	68	1	0	0	0	0	21	0
102	134	1	0	0	0	51	0	0
103	45	1	0	0	0	0	0	0
104	83	1	0	4	0	0	21	0
105	86	1	0	0	19	0	0	0
106	205	1	0	0	28	40	0	0

№ п/п	Y	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
107	70	1	0	0	17	0	0	0
108	73	1	0	0	17	0	0	0
109	84	1	6	0	37	0	0	0
110	94	1	0	0	38	0	0	0
111	93	1	4	0	12	0	18	0
112	258	1	8	0	14	103	51	0
113	60	1	0	0	10	0	0	0
114	50	1	0	0	0	0	0	0
115	60	1	30	0	0	0	0	0
116	80	1	4	0	12	0	0	0
117	47	1	0	0	0	0	0	0
118	87	1	4	6	11	0	0	0
119	90	1	0	0	0	0	24	0
120	100	1	20	0	0	0	28	6
121	140	1	0	0	0	0	20	0
122	105	1	0	0	18	0	20	0
123	90	1	0	4	30	0	0	0
124	44	1	0	0	0	0	0	0
125	80	1	0	0	20	0	0	0
126	76	1	12	0	12	0	0	0
127	108	1	0	0	18	0	0	0
128	120	1	0	0	0	0	58	0
129	74	1	0	2	19	0	0	0
130	97	1	4	0	12	0	18	0
131	104	1	22	0	8	0	0	0
132	158	1	0	5	26	0	47	0
133	104	1	20	0	12	0	0	0
134	170	1	8	0	0	104	0	0
135	45	1	0	0	0	0	0	0
136	72	1	0	0	18	0	0	0
137	95	1	0	0	30	0	0	0
138	73	1	0	0	0	0	10	0
139	63	1	0	0	0	0	0	0
140	84	1	5	6	12	0	0	0
141	103	1	20	0	0	0	0	0
142	78	1	0	0	18	0	0	0
143	106	1	0	0	20	0	0	0
144	104	1	12	4	12	0	0	0
145	160	1	0	7	24	0	60	0
146	83	1	4	0	19	0	0	0
147	40	1	0	0	0	0	0	0
148	66	1	0	0	0	0	24	0
149	67	1	0	4	16	0	0	0
150	98	1	8	10	12	0	0	0
151	100	1	28	0	0	0	0	0
152	46	1	0	0	0	0	0	0
153	88	1	3	0	20	0	0	0
154	80	1	0	0	16	0	21	0
155	134	1	0	0	26	0	0	67
156	78	1	0	0	23	0	0	0
157	67	1	4	0	12	0	0	0
158	73	1	0	0	18	0	0	0
159	136	1	4	6	31	0	20	0

№ п/п	Y	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
160	120	1	0	0	20	0	40	0
161	117	1	14	0	12	0	0	0
162	74	1	0	0	16	0	0	0
163	50	1	0	0	0	0	0	0
164	76	1	4	8	0	0	0	0
165	105	1	37	0	20	0	0	0
166	84	1	0	5	38	0	0	0
167	95	1	0	0	16	0	25	0
168	69	1	0	0	14	0	0	0
169	92	1	4	4	12	0	0	0
170	127	1	0	0	0	0	19	0
171	80	1	8	12	12	0	0	0
172	93	1	2	0	7	0	0	0
173	92	1	0	0	0	13	0	0
174	155	1	4	0	54	0	0	0
175	77	1	0	0	18	0	0	0
176	73	1	0	0	17	0	0	0
177	89	1	3	0	13	0	0	0
178	76	1	0	2	0	0	0	0
179	45	1	0	0	0	0	0	0
180	87	1	0	0	10	20	0	0
181	250	1	0	0	29	0	43	0
182	100	1	3	0	25	0	0	0
183	96	1	0	0	0	0	25	0
184	52	1	0	0	0	0	0	0
185	71	1	8	0	14	0	0	0
186	144	1	0	0	67	0	0	0
187	98	1	0	0	15	0	0	0
188	96	1	0	0	27	0	14	0
189	80	1	0	0	0	0	0	0
190	159	1	0	0	20	0	22	28
191	97	1	0	0	0	0	25	0
192	140	1	76	0	0	43	0	0
193	104	1	0	6	0	0	0	23
194	462	1	0	0	15	105	22	29
195	47	1	8	0	0	0	0	0
196	64	1	3	2	0	0	0	0
197	74	1	10	4	0	0	0	0
198	57	1	0	0	0	0	0	0
199	60	1	3	0	0	0	0	0
200	64	1	0	0	16	0	0	0
201	106	1	8	0	14	0	0	0
202	52	1	0	0	0	0	0	0
203	76	1	0	4	13	0	0	0
204	65	1	8	0	13	0	0	0
205	45	1	0	0	0	0	0	0
206	127	1	0	3	10	0	0	0
207	66	1	7	0	0	0	0	0
208	91	1	0	4	23	0	0	0
209	114	1	4	0	0	0	24	0
210	270	1	0	0	0	151	18	0
211	49	1	0	0	0	0	0	0
212	60	1	0	0	14	0	0	0

№ п/п	Y	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
213	155	1	0	0	0	65	15	0
214	70	1	6	4	0	0	0	5
215	50	1	0	0	0	0	0	0
216	124	1	0	0	12	51	0	0
217	45	1	0	0	0	0	0	0
218	78	1	5	3	0	0	0	0
219	190	1	0	0	0	0	25	0
220	75	1	0	0	0	0	11	0
221	47	1	0	0	0	0	0	0
222	135	1	0	0	29	0	0	0
223	68	1	0	0	15	0	0	0
224	51	1	0	0	0	0	0	0
225	258	1	3	0	28	0	0	21
226	141	1	0	0	15	0	11	0
227	81	1	0	0	21	0	0	0
228	120	1	0	0	0	44	0	0
229	51	1	0	0	0	0	0	0
230	49	1	0	0	0	0	0	0
231	67	1	4	0	0	0	0	0
232	45	1	0	0	0	0	0	0
233	82	1	0	0	0	0	0	0
234	120	1	0	0	0	0	51	0
235	104	1	21	0	12	0	0	0
236	108	1	0	5	0	0	17	0
237	151	1	7	0	0	0	0	19
В шт. В % ХХСР	95	1.00	76 32,07 9.89	45 18,99 5.11	123 51,90 18.30	15 6,33 72.67	67 28,27 32.30	15 6,33 23.40

Результаты наблюдений, подготовленные для ЭВМ, в количестве $N=237$ приведены в табл. 1.16. В конце таблицы приведены некоторые данные, характеризующие массив наблюдений: число появлений каждого дефекта в массиве, то же, в процентах к общему количеству наблюдений, средняя продолжительность устранения данного дефекта в секундах.

Количество бездефектных изделий: 40 шт., или 16,88%.

Таблица 1.17

Коэффициент парной корреляции	Значение коэффициента парной корреляции	Критические значения r для 5%-ного уровня значимости и $j=n-2$	Коэффициент парной корреляции	Значение коэффициента парной корреляции	Критические значения r для 5%-ного уровня значимости и $j=n-2$
$r\{x_1, y\}$	0,14350	0,226	$r\{x_4, y\}$	0,27166	0,514
$r\{x_2, y\}$	0,01684	0,295	$r\{x_5, y\}$	0,41948	0,241
$r\{x_3, y\}$	0,21669	0,178	$r\{x_6, y\}$	0,22933	0,514

Решение. Сначала были рассчитаны коэффициенты парной корреляции $r\{x_i, y\}$ и $r\{x_i, x_j\}$ ($i, j=1, 2, \dots, 6$). Они показаны в табл. 1.17 и 1.18 соответственно.

Как видно, из всех коэффициентов парной корреляции между X_i и Y значимыми оказались $r\{x_3, y\}$ и $r\{x_5, y\}$, т. е. такие дефекты, как неприпаянные ЭРЭ и элементы с неправильными

Таблица 1.18

Коэффициенты корреляции	$r\{x_1, x_j\}$	$r\{x_2, x_j\}$	$r\{x_3, x_j\}$	$r\{x_4, x_j\}$	$r\{x_5, x_j\}$	$r\{x_6, x_j\}$
$r\{x_1, x_1\}$	1	-0,044	-0,028	-0,006	0,297	0,141
$r\{x_1, x_2\}$	-0,044	1	-0,080	0	-0,047	-0,131
$r\{x_1, x_3\}$	-0,028	-0,080	1	-0,007	0,157	0,080
$r\{x_1, x_4\}$	-0,006	0	-0,007	1	-0,022	0,017
$r\{x_1, x_5\}$	0,297	-0,047	0,157	-0,022	1	0,204
$r\{x_1, x_6\}$	0,141	-0,031	0,080	0,017	0,204	1

номиналами. Они значимо коррелированы с общим временем регулировки-настройки плат и с ними следует вести борьбу в первую очередь.

Далее был проведен регрессионный анализ. Априори можно было постулировать линейную модель, так как сумма времени, необходимого для настройки и устранения отдельных дефектов платы, должна давать общее время регулировки-настройки.

После расчета на ЭВМ по формуле (1.42) было получено следующее уравнение регрессии $\hat{y} = 58,785 + 0,72892 x_1 + 0,57682 x_2 + 1,3772 x_3 + 1,3165 x_4 + 1,2262 x_5 + 1,8314 x_6$, со следующими среднеквадратическими отклонениями отдельных коэффициентов регрессии (табл. 1.19).

Таблица 1.19

$s\{b_0\}$	$s\{b_1\}$	$s\{b_2\}$	$s\{b_3\}$	$s\{b_4\}$	$s\{b_5\}$	$s\{b_6\}$
5,005	0,486	1,425	0,307	0,168	0,171	0,490

Дисперсия общего времени регулировки-настройки $s^2\{y\} = 2758,946 \text{ с}^2$, полученная из наблюдений, и среднеквадратическое отклонение $s\{y\} = 52,526 \text{ с}$. Остаточная дисперсия $697,886 \text{ с}^2$.

Расчетное F -отношение (критерий Фишера)

$$\hat{F} = \frac{s_R^2}{s^2\{y\}} = \frac{697,886}{2758,946} = 0,253 < 1,39 = F_{0,99}(200; 200) \text{ при } \alpha = 0,01, f_1 = 230, f_2 = 236.$$

Это подтверждает гипотезу о возможности адекватного описания результатов наблюдений постулированной (линейной) моделью. \blacksquare

Далее была рассчитана матрица коэффициентов корреляции между коэффициентами уравнения регрессии [табл. 1.20 ($i, j = 0, 1, \dots, 6$)].

Таблица 1.20

Коэффициенты корреляции	$r \{b_0, b_j\}$	$r \{b_1, b_j\}$	$r \{b_2, b_j\}$	$r \{b_3, b_j\}$	$r \{b_4, b_j\}$	$r \{b_5, b_j\}$	$r \{b_6, b_j\}$
$r \{b_i, b_0\}$	+1,0000	-0,2500	-0,2100	-0,5300	-0,2100	-0,1800	-0,0140
$r \{b_i, b_1\}$	-0,2500	+1,0000	-0,0535	-0,0048	+0,0276	-0,0765	-0,1580
$r \{b_i, b_2\}$	-0,2100	-0,0535	+1,0000	-0,0670	+0,0860	-0,0900	+0,0008
$r \{b_i, b_3\}$	-0,5300	-0,0048	-0,0670	+1,0000	+0,0628	-0,0980	-0,0525
$r \{b_i, b_4\}$	-0,2100	+0,0276	+0,0860	+1,0628	+1,0000	-0,0238	-0,0478
$r \{b_i, b_5\}$	-0,1800	-0,0765	-0,0900	-0,0980	-0,0238	+1,0000	-0,1420
$r \{b_i, b_6\}$	-0,0140	-0,1580	+0,0008	-0,0525	-0,0478	-0,1420	+1,0000

Как видно из таблицы, отмеченные жирным шрифтом коэффициенты корреляции проявляют взаимное влияние b_i, b_j . Это означает, что коэффициенты уравнения регрессии невозможно определить независимо друг от друга, а также невозможно оценить значимость каждого коэффициента в отдельности и, если удалось бы устранить причины возникновения отдельных дефектов, нельзя будет просто выбросить отдельные члены уравнения регрессии; таким образом, придется все коэффициенты пересчитать заново.

Для наглядности представления вклада, который дают k коэффициентов регрессии выбранной модели в описание результатов эксперимента, всегда целесообразно подсчитать множественный коэффициент корреляции

$$R = \sqrt{\frac{SS_k}{SS_y}} = \sqrt{1 - \frac{SS_R}{SS_y}} = \sqrt{1 - \frac{160513,7}{651112}} = 0,868.$$

Для проверки правильности всей системы расчетов целесообразно сделать следующее. Возьмем из табл. 1.16 ХХСР (конец табл.), отнесенные к одному дефекту, и пересчитаем на одно наблюдение, например

$$\bar{x}_1 = 9,89 \cdot 76 / 237 = 3,17148.$$

Подставим рассчитанные таким образом средние \bar{x}_i в уравнение регрессии. Расчет дает $\hat{y} = 94,70043$, что в пределах точности расчетов повторяет $\bar{y} = 94,726$.

Теперь можно приступить к прогнозированию того, какой эффект можно будет получить, если устранить два значимых дефекта X_3 и X_5 . Для этого вычеркнем в таблице наблюдений столбцы X_3 и X_5 и уменьшим на сумму $x_{3u} + x_{5u}$ в каждой строке величину y_u , получая

$$y_{1u} = y_u - (x_{3u} + x_{5u}),$$

что и будет составлять новый столбец таблицы наблюдений Y_1 .

Постулируем новое линейное уравнение теперь без x_3 и x_5 и рассчитаем коэффициенты регрессии

$$\hat{y}_1 = 63,719 + 0,78867 x_1 + 0,90380 x_2 + 1,30840 x_4 + 1,97010 x_6.$$

Проставляя в уравнение регрессии \bar{x}_i , получаем $\hat{y}_1 = 76,033$, что в пределах точности расчетов повторяет $\bar{y}_1 = 76,013$.

Нетрудно прогнозировать и среднюю экономию трудоемкости операции регулировки-настройки, получаемую от устранения дефектов неприпаянных ЭРЭ и впаивания элементов с неправильными номиналами:

$$\frac{\hat{y} - \hat{y}_1}{\hat{y}} = \frac{94,70043 - 76,033}{94,70043} = \frac{18,66743}{94,70043} = 0,19712.$$

Таким образом, устранение дефектов x_3 и x_5 даст уменьшение трудоемкости операции регулировки-настройки ПЧ-НЧ платы на 19,7% или 18,67 с.

Задачи и упражнения

Провести корреляционный и регрессионный анализы для массивов наблюдений, составляющих части общего массива (табл. 1.16), для условий примера 2 § 1.3.

Найти коэффициенты парной корреляции $r\{x_i, y\}$ и $r\{x_i, x_j\}$. Определить их значимость. Рассчитать коэффициенты уравнения регрессии b_i ($i = 0, \dots, 6$) и среднеквадратические отклонения коэффициентов регрессии $s\{b_i\}$. Рассчитать дисперсию наблюдений $s^2\{y\}$, остаточную дисперсию s_R^2 и проверить гипотезу адекватности. Определить коэффициенты парной корреляции между коэффициентами регрессии. Определить вклад k коэффициентов регрессии в описание результатов наблюдений уравнением регрессии с помощью множественного коэффициента корреляции R .

Сократить массив наблюдений на один, два значимых фактора и провести соответствующее уменьшение y в каждом наблюдении массива. Провести все расчеты заново. Определить среднюю экономию в процентах, полученную от устранения отброшенных факторов.

Далее в табл. 1.21 приведены некоторые сокращенные по количеству наблюдений массивы из табл. 1.16 и соответствующие уравнения регрессии.

Таблица 121

Номер задачи	Номера строк в таблице наблюдений 1 16	Уравнение регрессии ($\hat{y} = .$)
1	1, 3, 6, 7, 10, 11, 12, 14, 15, 16	$46,55255 + 1,636894 x_1 + 0,6698691 x_2 + 1,595384 x_3 + 1,131863 x_4 + 1,437131 x_5$
2	17, 18, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 27, 28	$104,4018 - 0,4554977 x_1 - 0,7164061 x_2 - 0,6345077 x_3 + 1,753255 x_5 - 1,263273 x_6$
3	29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38	$58,81898 + 1,818162 x_1 + 3,240133 x_2 + 1,660004 x_3 + 0,4577408 x_4 + 0,5106504 x_5$
4	39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48	$59,99953 + 6,826008 x_1 - 1,464592 x_2 + 0,4667556 x_3 + 1,066619 x_5 + 2,999749 x_6$
5	49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58	$49,87399 + 1,673212 x_1 - 0,4344122 x_2 + 1,666068 x_3 + 1,409738 x_5 + 2,668506 x_6$
6	59, 60, 61, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69	$69,40128 + 1,078675 x_1 - 2,315895 x_2 + 0,1740980 x_3 + 1,190055 x_5$
7	70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80	$48,31189 + 4,952679 x_1 + 2,690680 x_2 + 1,718444 x_3 + 0,6317774 x_5 + 0,5933543 x_6$
8	108, 109, 110, 111, 112, 113, 115, 116, 118, 119	$59,41579 + 0,06847891 x_1 + 3,067298 x_2 + 0,8098832 x_3 + 1,175530 x_4 + 1,286711 x_5$
9	131, 132, 133, 134, 136, 137, 138, 140, 141, 142	$59,22493 + 1,948203 x_1 + 1,360587 x_2 + 0,6070507 x_3 + 0,9153013 x_4 + 1,610580 x_5$
10	155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 164, 165	$70,82192 + 0,9041223 x_1 + 3,300751 x_2 + 0,4934116 x_3 - 0,9887225 x_4 + 1,050762 x_5 + 0,7514686 x_6$
11	180, 185, 227, 228, 230, 231, 234, 235, 236, 237	$53,21273 + 1,752916 x_1 + 6,505112 x_2 + 0,9635663 x_3 + 1,464780 x_4 + 1,309610 x_5 + 4,500890 x_6$

Глава 2

ТЕХНОЛОГИЯ ПЕЧАТНЫХ ПЛАТ

Краткие сведения по технологии изготовления печатных плат

Печатные платы предназначены для реализации электрических соединений между различными элементами радиоэлектронных устройств. В отличие от других видов электрических соединений радиоэлектронной аппаратуры печатные платы представляют собой конструктивные узлы, на поверхности которых расположены плоские проводники различной конфигурации. На основе печатных плат можно получить множество электрических соединений с совершенно различными габаритными размерами и сочетаниями рисунков проводящих слоев в зависимости от разрабатываемой аппаратуры, структурной схемы, типа соединяемых элементов и их взаимного расположения.

В зависимости от количества проводящих слоев печатные платы можно разделить на односторонние, двусторонние и многослойные. При разработке РЭА необходимо выбирать печатные платы, которые наиболее полно соответствуют типу и функциональному назначению разрабатываемого устройства.

Для изготовления узлов радио- и телевизионной аппаратуры большей частью используют односторонние платы. Двусторонние печатные платы применяют для повышения плотности упаковки ЭРЭ и микросхем в функциональных узлах, а также для обеспечения дублированного электрического монтажа. Многослойные печатные платы применяют для существенного повышения плотности упаковки аппаратуры, особенно бортовой.

Методы получения печатных проводников. Существует целый ряд методов получения токопроводящих печатных проводников. Наиболее распространенными методами в настоящее время являются химический, электрохимический (полуаддитивный), комбинированный.

Химический метод заключается в том, что на фольгированный диэлектрик с одной или двух сторон наносят защитный слой позитивного рисунка схемы. Последующим травлением в растворе хлорного железа или хлорной меди удаляют медь с незащищенных участков, и на диэлектрике получается требуемая электрическая схема проводников. По способам нанесения защитного покрытия химический метод подразделяют на фотохимический, сеточнохимический, офсетнохимический.

Метод применяется для изготовления односторонних печатных плат и внутренних слоев МПП.

Электрохимический (полуаддитивный) метод заключается в предварительном химико-гальваническом меднении отверстий и поверхности нефольгированного диэлектрика, гальванического наращивания токопроводящих участков и химического травления слоя предварительного меднения с пробельных мест. В зависимости от способа получения защитного рисунка схемы различают следующие варианты этого метода: фотоэлектрохимический, сеточноэлектрохимический.

Метод применяется для изготовления двусторонних печатных плат 3-го класса и наружных слоев МПП.

Комбинированный метод печатного монтажа заключается в получении проводников путем травления фольгированного диэлектрика и металлизации отверстий химико-гальваническим способом.

В настоящее время широко распространены два варианта этого метода: позитивный и негативный. Метод применяется для изготовления односторонних и двусторонних печатных плат 1-го и 2-го классов.

Перспективными для производства печатных плат являются аддитивный метод и метод фотоформирования.

Аддитивный метод заключается в химическом осаждении меди в зоне токопроводящих участков на нефольгированный диэлектрик с введенным катализатором и адгезивным слоем. Применяется для изготовления одно- и двусторонних печатных плат.

Метод формообразования заключается в восстановлении на поверхности нефольгированного диэлектрика из водных растворов солей металлов ионов, образующих рисунок толщиной 0,2—0,5 мкм и последующем химическом осаждении слоя меди. Различные модификации метода связаны с различными способами формирования рисунка: фотоосаждение металлов, проявление и восстановление ионов, формирование лучом лазера, фотоформинг. Метод применяется для изготовления одно- и двусторонних печатных плат.

Из перечисленных методов наиболее трудоемкими являются комбинированный позитивный и электрохимический методы.

Нанесение рисунка на заготовку с просверленными монтажными отверстиями требует применения сухого пленочного фоторезиста при фотохимическом способе, или сеточнографического способа получения рисунка (жидкий фоторезист не приемлем).

Геометрические параметры и точность печатного монтажа непосредственно зависят от метода изготовления. При химическом и гальваническом способах осаждения меди происходит увеличение размеров токопроводящих участков за счет разрастания. Если пробельные места защищены краской (толщина 5—7 мкм), то разрастание велико и примерно соизмеримо с толщиной осаждаемого слоя меди. Если пробельные места защищены сухим пленочным фоторезистом (толщина 40—60 мкм), то разрастание осаждаемой меди минимально.

Методы изготовления многослойных печатных плат (МПП). Существуют следующие методы изготовления МПП: попарного прессования, металлизации сквозных отверстий, послойного наращивания, выступающих выводов, открытых контактных площадок и др.

Классификация методов изготовления МПП по способу получения электрических межслойных соединений показана на рис. 2.1 [14]. Технология изготовления МПП базируется в основном



Рис 2.1 Классификация методов изготовления МПП

на тех же процессах получения рисунка печатных проводников и создания электрических межслойных соединений, которые используются в технике производства обычных печатных плат. Однако требования к геометрическим допускам и электрическим параметрам МПП часто бывают на порядок выше.

Материалы для изготовления печатных плат. Из многочисленных типов диэлектриков в производстве печатных плат в настоящее время применяются материалы, характеристики которых приведены в табл. 2.1.

При выборе материала следует учитывать [15] метод получения печатных проводников, надежность контактных соединений печатных проводников с элементами, прочность сцепления печатных проводников с основанием, толщину печатных проводников, требования к теплостойкости, химической стойкости, к влагопоглощению, диэлектрической проницаемости (ϵ), к тангенсу угла диэлектрических потерь ($\operatorname{tg} \delta$), тип основания, допустимое количество слоев, допустимое количество перепаек, стоимость материалов и др.

Таблица 2.1

Материал	[Марка	Толщина		Область применения
		фольги, мкм	материала с фольгой, мм	
Гетинакс фольгированный	ГФ-1-35 ГФ-2-35	35	1,5; 2,0; 2,5; 3, 0	Односторонние и двусторонние печатные платы
	ГФ-1-50 ГФ-2-50	50	1,0; 1,5; 2,0, 2,5, 2,0	
Стеклотекстолит фольгированный	СФ-1-35 СФ-2-35	35	0,8; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0	Односторонние и двусторонние печатные платы
	СФ-1-50 СФ-2-50	50	0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0	
Стеклотекстолит фольгированный травящийся	ФТС-1-20А ФТС-2-20А	20	0,08; 0,15; 0,18, 0,27, 0,50	Многослойные и гибкие печатные платы
	ФТС-1-35А ФТС-2-35А	35	0,10; 0,12; 0,19; 0,14, 0,23; 0,50	
Стеклотекстолит термостойкий фольгированный	СТФ-1 СТФ-2	35	0,13; 0,15, 0,20; 0,25; 0,35; 0,5; 0,8, 1,0, 1,5, 2,0; 2,5, 2,0, 3,0	Двусторонние, многослойные и гибкие печатные платы
Стеклотекстолит	СТЭФ-1-2ЛК	—	1,0, 1,5	Двусторонние печатные платы, изготавливаемые полуддитивным методом
Стеклоткань прокладочная	СПТ-3	—	0,025, 0,060	Многослойные печатные платы

Примечание В таблице не приведены материалы с особыми свойствами гальваностойкие, термостойкие повышенной нагревостойкости и др

Конструктивно-технологические требования на печатные платы. Конструктивные и технологические параметры печатных плат весьма разнообразны. Основные из них — геометрическая форма, габаритные размеры, шаг координатной сетки, минимальная ширина печатных проводников, минимальное расстояние между печатными проводниками, минимальный диаметр переходных и монтажных отверстий, минимальное расстояние между контактными площадками, сопротивление печатных проводников, допустимое рабочее напряжение для проводников, допустимая величина тока для печатных проводников.

В зависимости от геометрических размеров различают печатные платы следующих типов:

особомалогабаритные, размеры которых не превышают 60×90 мм; малогабаритные, размеры которых не превышают 120×180 мм; среднегабаритные, размеры которых не превышают 200×240 мм; крупногабаритные, размеры которых не превышают 240×360 мм.

Печатные платы имеют обычно прямоугольную форму. Размеры одной из сторон рекомендуется выбирать из следующего ряда: 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 80, 90, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240 мм.

При определении размера второй стороны платы рекомендуется выбирать следующие соотношения сторон: 1:1; 1:3; 2:3; 2:5. Для плат с размером большей стороны до 180 мм допускается соотношение сторон 1:4, а для плат с размером большей стороны до 360 мм — 1:3.

По плотности печатного монтажа платы принято делить на три класса:

1-й класс — платы с наименьшей плотностью печатного монтажа;

2-й класс — платы с повышенной плотностью печатного монтажа;

3-й класс — платы с высокой плотностью печатного монтажа.

Таблица 2.2

№ п/п	Наименование элемента	Условное обозначение элемента	Размеры элемента, мм, для классов плотности печатного монтажа		
			1-й класс	2-й класс	3-й класс
1	Ширина проводника	$t_{\text{п}}$	0,500	0,250	0,150
2	Расстояние между проводниками, контактными площадками, проводником и контактной площадкой, проводником и металлизированным отверстием	s	0,500	0,250	0,150
3	Расстояние от края просверленного отверстия до края контактной площадки	$b_{\text{м}}$	0,050	0,035	0,025
4	Отношение диаметра металлизированного отверстия к толщине платы	γ	0,500	0,400	0,300
5	Максимальное отклонение расстояний между центрами монтажных отверстий, не более	Δ	$\pm 0,200$	$\pm 0,100$	$\pm 0,100$

Примечание 3-й класс плотности проводящего рисунка применяется только для плат, изготавливаемых полувадитивным методом.

Минимальные значения основных параметров, определяющих плотность печатного монтажа и точность изготовления печатных плат, приведены в табл. 2.2.

Плотность печатного монтажа определяется шагом координатной сетки.

В зависимости от механических требований и метода изготовления номинальный размер толщины печатной платы следует выбирать равным: 0,8; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0 мм. Толщина многослойной печатной платы определяется количеством слоев, прокладок и технологией их склеивания.

Центры монтажных отверстий должны располагаться в узлах координатной сетки, шаг которой по ГОСТ 10317—72 равен 1,25 или 2,5 мм. Диаметры монтажных и переходных металлизированных отверстий в зависимости от диаметра вывода навесного элемента выбирают равным: 0,4; 0,6; 0,8; 1,0; 1,3; 1,5; 1,8; 2,0 мм. Металлизированные отверстия на одно- и двусторонних печатных платах, а также на наружных слоях многослойных печатных плат со стороны фольги должны иметь контактные площадки. На внутренних слоях МПП контактные площадки должны быть у отверстий, электрически связанных с проводниками слоя. Контактные площадки рекомендуется выполнять круглой, прямоугольной или близкой к ним формы. Металлизированные отверстия нужно выполнять без зенковки. Неметаллизированные отверстия односторонних печатных плат выполняют с зенковкой со стороны, обратной расположению рисунка печатного монтажа.

Печатные проводники рекомендуется выполнять одинаковой ширины на всем их протяжении. В узких местах, например между двумя соседними монтажными отверстиями, следует сужать проводники до минимально допустимых значений и прокладывать их перпендикулярно оси, соединяющей центры отверстий. Оси проводников рекомендуется совмещать с линиями координатной сетки.

При конструировании МПП, изготавливаемых методом металлизации сквозных отверстий, на их наружных слоях рекомендуется применять печатный монтаж 1-го класса плотности.

Расстояние между краем проводника и краем платы рекомендуется выдерживать равным толщине материала.

Расчеты геометрических параметров печатных плат выполняют для четырех типов плат, рекомендуемых ОСТом к промышленному применению (рис. 2.2).

Допустимые значения величины сопротивления, напряжения и тока печатных проводников для различных методов изготовления приведены в табл. 2.3, 2.4 и 2.5 соответственно.

Расчет геометрических параметров печатного монтажа с учетом технологических ограничений*. Расчет геометрических параметров должен проводиться для элементов печатного монтажа

* Методика расчета составлена на основе [16] работ Г. В. Филина и В. Н. Гриднева.

односторонних печатных плат (ОПП) и слоев МПП, изготовляемых химическим методом, двусторонних печатных плат (ДПП), изготовляемых комбинированным позитивным и электрохимическим методами, МПП, изготовляемых методом металлизации сквозных отверстий.

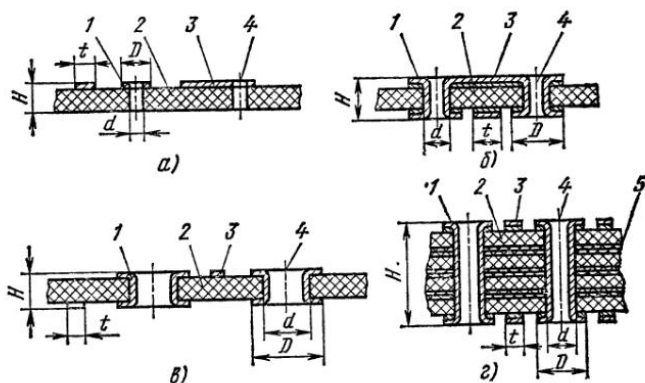


Рис. 2.2. Конструкции печатных плат, изготовленных:

a — химическим методом; *б* — комбинированным позитивным методом; *в* — полуаддитивным методом; *г* — методом металлизации сквозных отверстий (1 — контактная площадка; 2 — основание — диэлектрик; 3 — проводник; 4 — монтажное отверстие; 5 — стеклоткань прокладочная)

Расчет предусматривает базовый способ изготовления ОПП, ДПП и МПП, а также способы А и Б изготовления внутренних слоев МПП при автоматизированном сверлении монтажных и переходных отверстий.

При способе А базовые отверстия выполняют как на фотошаблонах, так и на заготовках слоев, а совмещение их производят с помощью фиксирующих элементов. При способе Б базовые отверстия на слоях выполняют после получения печатного монтажа относительно перекрестий (элементов рисунка), а совмещение слоев производят на базовых штырях пресс-формы, перед пресованием слоев МПП.

Рассчитывают диаметры контактных площадок (D), ширину проводников (t_n), минимальные расстояния между элементами печатного монтажа и расстояния, необходимые для прокладки n -го количества проводников между другими элементами платы. В расчетах учитывают условия и технологические факторы различных методов изготовления печатных плат.

Предельные значения технологических коэффициентов (табл. 2.6) получены в результате анализа производственных данных и экспериментальных исследований точности отдельных операций. Максимальные значения коэффициентов соответствуют оборудованию и оснастке низкой точности, средние значения — оборудованию высокой точности, минимальные значения учитывают перспективу повышения точности оборудования, оснастки и операций технологического процесса.

Таблица 2.3

Номинальная толщина ле- гированного про- водника без гальваниче- ского покры- тия, мкм	Метод изготовления	Сопrotивление, Ом, не более														
		Ширина проводника, мм														
		0,15	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0	1,5	2,0	3,0	5,0	
20	Химический	6,60	5,00	4,00	3,30	2,50	2,00	1,66	1,45	1,25	1,00	0,66	0,50	0,33	0,20	
		3,80	2,85	2,29	1,90	1,42	1,10	0,95	0,81	0,71	0,57	0,38	0,28	0,19	0,11	
		2,66	2,00	1,60	1,33	1,00	0,80	0,66	0,57	0,50	0,40	0,26	0,20	0,13	0,08	
20	Комбинированный позитивный	4,10	3,10	2,46	1,90	1,50	1,20	0,90	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,18	0,12	
		2,80	2,10	1,63	1,40	1,05	0,80	0,70	0,60	0,55	0,40	0,28	0,27	0,14	0,08	
		2,14	1,60	1,20	1,10	0,80	0,60	0,50	0,50	0,40	0,32	0,20	0,16	0,10	0,06	
—	Электрохимиче- ский (полуадди- тивный)	10,66	8,00	6,40	5,33	4,00	3,20	2,66	2,28	2,00	1,60	1,06	0,80	0,59	0,32	

Таблица 2,4

Расстояние между проводниками, мм	0,15	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,20	1,50	2,50
Напряжение, В, не более	20	30	50	75	100	125	150	175	200	250	300	400	500

Примечание Для цепей с напряжением свыше 250 В не следует применять МПП. Для цепей с напряжением свыше 500 В не следует применять печатный монтаж.

Таблица 2.5

Номинальная толщина печатного проводника без гальванического покрытия, мкм	Метод изготовления	Допустимый ток, А, не более				
		Ширина проводника, мм				
		0,15	0,2	0,25	0,3	0,5
20	Химический	0,045	0,06	0,075	0,09	0,15
35		0,079	0,11	0,130	0,16	0,26
50		0,110	0,15	0,190	0,23	0,36
20	Комбинированный позитивный	0,140	0,18	0,23	0,27	0,45
35		0,180	0,24	0,30	0,36	0,60
50		0,230	0,30	0,38	0,45	0,75
—	Электрохимический (полуаддитивный)	0,075	0,10	0,125	0,15	0,25

В производственных условиях расчет элементов печатного монтажа ведут по производственно-технологическим показателям предприятия разработчика.

Расчет минимального диаметра металлизированного отверстия и толщины МПП. Минимальный диаметр металлизированного отверстия определяют по формуле

$$d_{\min} \geq H_{\text{расч}} \gamma, \quad (2.1)$$

где $H_{\text{расч}}$ — расчетная толщина платы, мм; γ — отношение диаметра металлизированного отверстия к толщине платы (выбирают из табл. 2.2.).

Таблица 2.6

Наименование коэффициента	Обозначение	Величина
Толщина предварительно осажденной меди, мм	$h_{\text{пм}}$	0,005—0,008
Толщина наращенной гальванической меди, мм	$h_{\text{г}}$	0,05—0,06
Толщина металлического резиста, мм	$h_{\text{р}}$	0,02
Погрешность расположения отверстия относительно координатной сетки, обусловленная точностью сверлильного станка, мм	$\delta_{\text{о}}$	0,02—0,10
Погрешность базирования плат на сверлильном станке, мм	$\delta_{\text{б}}$	0,01—0,03
Погрешность расположения относительно координатной сетки на фотошаблоне контактной площадки, мм	$\delta_{\text{ш}}$	0,02—0,08
Погрешность расположения относительно координатной сетки на фотошаблоне проводника, мм	$\delta_{\text{ш т}}$	0,03—0,06
Погрешность расположения печатных элементов при экспонировании на слое, мм	$\delta_{\text{э}}$	0,01—0,03
Погрешность расположения контактной площадки на слое из-за нестабильности его линейных размеров, % от толщины	$\delta_{\text{м}}$	0—0,10
Погрешность расположения базовых отверстий на заготовке, мм	$\delta_{\text{б}}$	0,01—0,03
Погрешность расположения базовых отверстий в фотошаблоне	$\delta_{\text{п}}$	0,01—0,05
Погрешность расположения контактной площадки на слое, обусловленная точностью пробивки базовых отверстий, мм	$\delta_{\text{пр}}$	0,03—0,05

Наименование коэффициента	Обозначение	Величина
Погрешность расположения контактной площадки, обусловленная точностью изготовления базовых штырей пресс-формы, мм	$\delta_{\text{пф}}$	0,02—0,05
Погрешность диаметра отверстия после сверления, мм	Δd	0,01—0,03
Погрешность изготовления окна фотошаблона, мм	$\Delta D_{\text{ш}}$	0,01—0,03
Погрешность изготовления линий фотошаблона, мм	$\Delta t_{\text{ш}}$	0,03—0,06
Погрешность диаметра контактной площадки фотокопии при экспонировании рисунка, мм	$\Delta \mathcal{E}$	0,01—0,03

Примечание δ — погрешность расположения, Δ — погрешность размеров.

Расчетная толщина многослойной печатной платы

$$H_{\text{расч}} = \sum H_c + (0,5 \div 0,6) \sum H_{\text{пр}}, \quad (2.2)$$

где H_c — номинальная толщина слоя, мм; $H_{\text{пр}}$ — номинальная толщина материала прокладки из стеклоткани, мм.

Расчет диаметра контактных площадок. Минимальный диаметр контактной площадки определяют из условия сохранения целостности контактной площадки (отсутствие разрыва) при сверлении плат. При этом учитывают явления подтравливания и разрастания проводящего слоя, погрешности относительного расположения отверстия и контактной площадки.

Расчет минимального диаметра контактных площадок для односторонних печатных плат и внутренних слоев МПП, изготавливаемых химическим методом (рис. 2.3 и 2.4), производят по формуле

$$D'_{\text{min}} = D'_{\text{1 min}} + 1,5h_{\text{ф}}, \quad (2.3)$$

где $D'_{\text{1 min}}$ — минимальный эффективный диаметр контактной площадки, мм; $h_{\text{ф}}$ — толщина фольги, мм.

Минимальный эффективный диаметр контактной площадки

$$D'_{\text{1 min}} = 2(b_m + d_{\text{max}}/2 + \delta_{\text{отв}} + \delta'_{\text{кп}}), \quad (2.4)$$

где d_{max} — максимальный диаметр просверленного отверстия, мм; $\delta_{\text{отв}}$ — погрешность расположения отверстия мм; $\delta'_{\text{кп}}$ — погрешность

расположения контактной площадки при изготовлении односторонних печатных плат и слоев МПП (способ А), мм; b_m — расстояние от края контактной площадки, мм (выбирают из табл. 2 2).

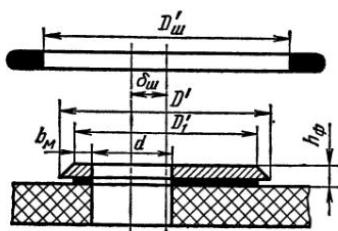


Рис. 2.3. Расположение контактной площадки на односторонней печатной плате или внутреннем слое МПП

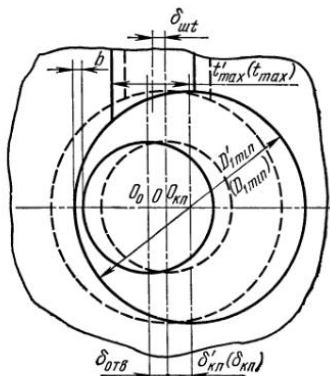


Рис. 2.4. Возможное смещение контактной площадки и проводника на слое платы

Максимальный диаметр просверленного отверстия

$$d_{\max} = d_{\text{св}} + \Delta d, \quad (2.5)$$

где $d_{\text{св}}$ — диаметр сверла, мм; Δd — погрешность диаметра отверстия, обусловленная биением сверла и точностью его заточки, мм.

С учетом толщины металлизации в отверстии и некоторой усадки диэлектрической подложки фольгированного материала принимают

$$d_{\text{св}} = d_{\text{м.отв}} + (0,1 \div 0,15), \quad (2.6)$$

где $d_{\text{м.отв}}$ — диаметр металлизированного отверстия, мм. Погрешность расположения отверстия

$$\delta_{\text{отв}} = \delta_o + \delta_6. \quad (2.7)$$

Погрешность расположения контактной площадки при изготовлении односторонних печатных плат по способу А определяют по формуле

$$\delta'_{\text{кп}} = \delta_{\text{ш}} + \delta_a + \frac{\delta_{\text{п}} + \delta_a}{2}, \quad (2.8)$$

при изготовлении слоев МПП по способу А — по формуле

$$\delta'_{\text{кп}} = \delta_{\text{ш}} + \delta_a + \delta_{\text{м}} + \frac{\delta_{\text{п}} + \delta_a}{2}, \quad (2.9)$$

при изготовлении слоев МПП по способу Б — по формуле

$$\delta'_{\text{кп}} = \delta_{\text{ш}} + \delta_a + \delta_{\text{м}} + \delta_{\text{пр}} + \delta_{\text{пф}}/2. \quad (2.10)$$

Если при изготовлении МПП по способу Б предусмотрен контроль смещения контактных отверстий после изготовления слоев

(δ_y), то в этом случае

$$\delta'_{кп} = \delta_y + \delta_{пф}/2, \quad (2.11)$$

где δ_y — суммарная величина ухода центра контактной площадки относительно заданных координат, мм (указывается в технологическом процессе и подлежит контролю).

Минимальный диаметр окна фотошаблона, гарантирующий получение контактной площадки размером не менее заданного формулой (2.3) с учетом возможного уменьшения диаметра за счет подсвета при экспонировании рисунка, определяют по формуле

$$D'_{ш\ min} = D_{\min} + \Delta\mathcal{E}. \quad (2.12)$$

Максимальный диаметр окна фотошаблона

$$D'_{ш\ max} = D'_{ш\ min} + \Delta D_{ш}. \quad (2.13)$$

Тогда максимальный диаметр контактной площадки

$$D'_{\max} = D'_{ш\ max} + \Delta\mathcal{E}. \quad (2.14)$$

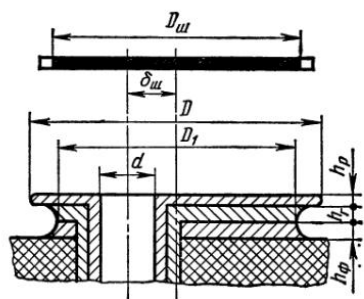
Расчет минимального диаметра контактных площадок производят для двусторонних печатных плат и наружных слоев МПП (рис. 2.5), изготавливаемых комбинированным позитивным методом при фотохимическом способе получения рисунка, по формуле

$$D_{\min} = D_{1\ min} + 1,5(h_{\phi} + h_{пм}) + h_p; \quad (2.15)$$

изготавливаемых комбинированным позитивным методом при сеточнографическом способе получения рисунка по формуле

$$D_{\min} = D_{1\ min} + 1,5(h_{\phi} + h_{пм}) + (h_r + h_p); \quad (2.16)$$

Рис. 2.5 Расположение контактной площадки на двусторонней печатной плате или наружном слое МПП



изготавливаемых электрохимическим (полуаддитивным) методом при фотохимическом способе получения рисунка по формуле

$$D_{\min} = D_{1\ min} + 1,5h_{пм} + h_p; \quad (2.17)$$

изготавливаемых электрохимическим (полуаддитивным) методом при сеточнографическом способе получения рисунка по формуле

$$D_{\min} = D_{1\ min} + 1,5h_{пм} + h_r + h_p; \quad (2.18)$$

где $D_{1\ min}$ — минимальный эффективный диаметр контактной площадки:

$$D_{1\ min} = 2(b_m + d_{\max}/2 + \delta_{отв} + \delta_{кп}). \quad (2.19)$$

В свою очередь, погрешность расположения контактной площадки

$$\delta_{\text{кп}} = \delta_{\text{ш}} + \delta_{\text{о}} + \frac{\delta_{\text{п}} + \delta_{\text{з}}}{2}. \quad (2.20)$$

Коэффициент 1,5 в формулах расчета минимальных диаметров контактных площадок отражает тот факт, что при струйном направлении травления боковые подтравливания несколько меньше, чем величина травления по глубине.

В формулах учитывается и величина разращивания при осаждении гальванической меди и металлорезиста. Если металлорезистом является оплаваемый сплав олово-свинец, то разращивание h_p устраняется последующим оплавлением ($h_p = 0$).

Минимальный диаметр окна фотошаблона для контактной площадки при фотохимическом способе получения рисунка определяют по формуле

$$D_{\text{ш min}} = D_{\text{min}} - h_p; \quad (2.21)$$

при сеточнографическом способе получения рисунка — по формуле

$$D_{\text{ш min}} = D_{\text{min}} - (h_r + h_p). \quad (2.22)$$

Максимальный диаметр окна фотошаблона для контактной площадки

$$D_{\text{ш max}} = D_{\text{ш min}} + \Delta D_{\text{ш}}. \quad (2.23)$$

Максимальный диаметр контактной площадки определяют по формулам:

для двусторонних печатных плат и наружных слоев МПП, изготавливаемых электрохимическим методом при получении рисунка фотоспособом,

$$D_{\text{max}} = D_{\text{ш max}} + \Delta \mathcal{E} + h_p;$$

для двусторонних печатных плат и наружных слоев в МПП, изготавливаемых комбинированным позитивным методом при получении рисунка фотоспособом,

$$D_{\text{max}} = D_{\text{ш max}} + h_p + \Delta \mathcal{E};$$

для двусторонних печатных плат и наружных слоев МПП, изготавливаемых комбинированным позитивным методом при сеточно-графическом способе получения рисунка

$$D_{\text{max}} = D_{\text{ш max}} + h_p + \Delta \mathcal{E} + h_r.$$

Расчет ширины проводников. Минимальную ширину проводников определяют из условия достаточного сцепления (без отслаивания) проводника с диэлектриком и она зависит от адгезионных свойств материала основания и гальваностойкости оксидированного слоя фольги.

Расчет минимальной ширины проводников (рис. 2.6 и 2.7) для

односторонних печатных плат и внутренних слоев МПП, изготовляемых химическим методом, производят по формуле

$$t'_{п\ min} = t'_{п1\ min} + 1,5h_{\phi}, \quad (2.25)$$

где $t'_{п1\ min}$ — минимальная эффективная ширина проводника.

Минимальную эффективную ширину проводника $t'_{п1\ min}$ ($t_{п1\ min}$) определяют экспериментально; она равна 0,18 мм (для плат 1-го

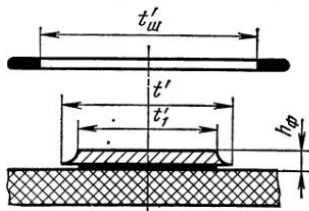
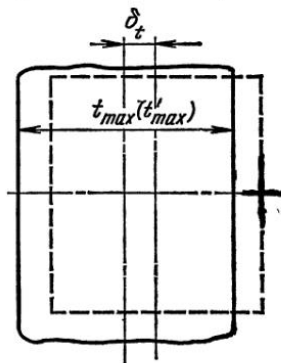


Рис 2 6 Расположение проводника на односторонней печатной плате или на внутреннем слое МПП

Рис 2 7 Возможное смещение проводника на слое платы



и 2-го классов). Для плат, изготовляемых электрохимическим (полуаддитивным) методом, она может быть принята равной 0,15 мм.

Минимальная и максимальная ширина линий на фотошаблоне определяется по формулам:

$$t'_{ш\ min} = t'_{п\ min} + \Delta\mathcal{E}; \quad (2.26)$$

$$t'_{ш\ max} = t'_{ш\ min} + \Delta t_{ш}. \quad (2.27)$$

Максимальная ширина проводника на слое

$$t'_{п\ max} = t'_{ш\ max} + \Delta\mathcal{E}. \quad (2.28)$$

Расчет минимальной ширины проводников для двусторонних печатных плат и наружных слоев МПП (рис. 2.8), изготовляемых комбинированным позитивным методом при фотохимическом способе получения рисунка, производят по формуле

$$t_{п\ min} = t_{п1\ min} + 1,5(h_{\phi} + h_{пм}) + h_p; \quad (2.29)$$

изготовляемых комбинированным позитивным методом при сеточнографическом способе получения рисунка — по формуле

$$t_{п\ min} = t_{п1\ min} + 1,5(h_{\phi} + h_{пм}) + (h_r + h_p); \quad (2.30)$$

изготовляемых электрохимическим (полуаддитивным) методом при фото-

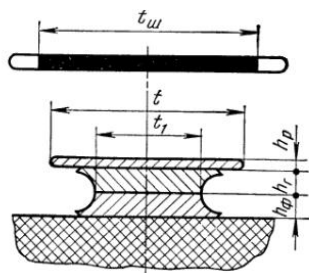


Рис. 2 8 Расположение проводника на двусторонней печатной плате или наружном слое МПП

химическом способе получения рисунка — по формуле

$$t_{n \min} = t_{n1 \min} + 1,5h_{nm} + h_p; \quad (2.31)$$

изготавливаемых электрохимическим (полуаддитивным) методом при сеточнографическом способе получения рисунка — по формуле

$$t_{n \min} = t_{n1 \min} + 1,5h_{nm} + h_r + h_p. \quad (2.32)$$

Если металлическим резистом является оплавляемый сплав олово-свинец, то в формулах (2.29), (2.30), (2.31), (2.32) $h_p = 0$.

Минимальную ширину линии на фотошаблоне при фотохимическом способе получения рисунка определяют по формуле

$$t_{ш \min} = t_{n \min} - h_p; \quad (2.33)$$

при сеточнографическом способе получения рисунка — по формуле

$$t_{ш \min} = t_{n \min} - (h_r + h_p). \quad (2.34)$$

Максимальная ширина линии на фотошаблоне

$$t_{ш \max} = t_{ш \min} + \Delta t_{ш}. \quad (2.35)$$

Максимальную ширину проводника находят по формулам:

для двусторонних печатных плат и наружных слоев МПП, изготавливаемых электрохимическим методом при получении рисунка фотоспособом,

$$t_{n \max} = t_{ш \max} + \Delta \mathcal{E} + h_p;$$

для двусторонних печатных плат и наружных слоев МПП, изготавливаемых комбинированным позитивным методом при получении рисунка фотоспособом,

$$t_{n \max} = t_{ш \max} + h_p + \Delta \mathcal{E};$$

для двусторонних печатных плат и наружных слоев МПП, изготавливаемых комбинированным позитивным методом при сеточнографическом способе получения рисунка

$$t_{n \max} = t_{ш \max} + (h_r + h_p) + \Delta \mathcal{E}.$$

(2.36)

Расчет минимальных расстояний между элементами проводящего рисунка. Минимальный зазор между элементами определяется заданным уровнем сопротивления изоляции при рабочем напряжении схемы или техническими требованиями на печатные платы. Фактический зазор между элементами проводящего рисунка зависит от шага элементов, их максимальных размеров и точности расположения относительно заданных координат.

Минимальное расстояние между проводником и контактной площадкой

$$s_{1 \min} = L_0 - [(D_{\max}/2 + \delta_{кп}) + (t_{n \max}/2 + \delta_{шт})], \quad (2.37)$$

где L_0 — расстояние между центрами рассматриваемых элементов, мм.

Минимальное расстояние между двумя контактными площадками

$$s_{2 \min} = L_0 - (D_{\max} + 2\delta_{\text{кп}}). \quad (2.38)$$

Минимальное расстояние между двумя проводниками

$$s_{3 \min} = L_0 - (t_{\text{п max}} + 2\delta_{\text{шт}}). \quad (2.39)$$

Минимальное расстояние между проводником и контактной площадкой на фотошаблоне

$$s_{4 \min} = L_0 - [(D_{\text{ш max}}/2 + \delta_{\text{кп}}) + (t_{\text{ш max}}/2 + \delta_{\text{шт}})]. \quad (2.40)$$

Минимальное расстояние между двумя контактными площадками на фотошаблоне

$$s_{5 \min} = L_0 - (D_{\text{ш max}} + 2\delta_{\text{кп}}). \quad (2.41)$$

Минимальное расстояние между двумя проводниками на фотошаблоне

$$s_{6 \min} = L_0 - (t_{\text{ш max}} + 2\delta_{\text{шт}}). \quad (2.42)$$

Примечание. Формулы (2.37), (2.38), (2.39), (2.40), (2.41), (2.42) приведены для двусторонних печатных плат и наружных слоев МПП. Для расчета односторонних печатных плат и внутренних слоев в МПП в указанные формулы подставляют значения D'_{\max} , $t'_{\text{п max}}$, $D'_{\text{ш max}}$, $t'_{\text{ш max}}$.

Расчет минимального расстояния между элементами проводящего рисунка, необходимого для прокладки определенного количества проводников. Минимальное расстояние для прокладки проводников между двумя контактными площадками металлизированных отверстий определяют по формуле

$$l_{1 \min} = \left(\frac{D_{1 \max} + D_{2 \max}}{2} + 2\delta_{\text{кп}} \right) + (t_{\text{п max}} + 2\delta_{\text{шт}}) n_{\text{п}} + s_{\min} (n_{\text{п}} + 1), \quad (2.43)$$

где $D_{1 \max}$, $D_{2 \max}$ — максимальные диаметры контактных площадок металлизированных отверстий, мм; $n_{\text{п}}$ — количество проводников.

Минимальное расстояние для прокладки проводников между двумя неметаллизированными отверстиями

$$l_{2 \min} = \left(\frac{d_{1 \max} + d_{2 \max}}{2} + 2\delta_{\text{отв}} \right) + (t_{\text{п max}} + 2\delta_{\text{шт}}) n_{\text{п}} + s_{\min} (n_{\text{п}} - 1) + 2a. \quad (2.44)$$

Минимальное расстояние для прокладки проводников между контактной площадкой металлизированного отверстия и неметаллизированным отверстием определяют по формуле

$$l_{3 \min} = (D_{\max}/2 + \delta_{\text{кп}}) + (d_{\max}/2 + \delta_{\text{отв}}) + (t_{\text{п max}} + 2\delta_{\text{шт}}) n_{\text{п}} + s_{\min} n_{\text{п}} + a. \quad (2.45)$$

Минимальное расстояние для прокладки проводников между контактной площадкой металлизированного отверстия и краем платы

$$l_{4 \min} = (D_{\max}/2 + \delta_{\text{кп}}) + (t_{\text{п max}} + 2\delta_{\text{шт}}) n_{\text{п}} + s_{\min} n_{\text{п}} + a. \quad (2.46)$$

Минимальное расстояние для прокладки проводников между неметаллизированным отверстием и краем платы

$$l_{5 \min} = (d_{\max}/2 + \delta_{\text{отв}}) + (t_{\text{п max}} + 2\delta_{\text{шт}}) n_{\text{п}} + s_{\min} (n_{\text{п}} - 1) + 2a. \quad (2.47)$$

Примечания. 1. Формулы (2.43), (2.44), (2.45), (2.46), (2.47) приведены для двусторонних печатных плат и наружных слоев МПП. Для расчета односторонних печатных плат и внутренних слоев МПП в указанные формулы подставляют значения $D'_{1\text{max}}$, $D'_{2\text{max}}$ и $t'_{\text{п max}}$. 2. s_{\min} определяют расчетным путем или выбирают из табл. 2.2. 3. Расстояние a от края платы, выреза, неметаллизированного отверстия до элементов печатного монтажа берут равным номинальной толщине платы, а для плат толщиной менее 1 мм не менее 1 мм.

Расчет электрических параметров печатных плат. Емкость. Наличие изоляционного основания с большим значением диэлектрической проницаемости является причиной возникновения больших паразитных емкостей связи и собственной емкости проводника.

Величина паразитной емкости $C_{\text{пар}}$ (пФ) между двумя проводниками

$$C_{\text{пар}} = \frac{0,12 \varepsilon l_{\text{п}}}{\ln \frac{2s}{h + t_{\text{п}}}}, \quad (2.48)$$

где $l_{\text{п}}$ — длина взаимного перекрытия проводников, мм; h — толщина печатного проводника, мм; $t_{\text{п}}$ — ширина печатного проводника, мм; s — ширина зазора между краями печатных проводников мм.

Расчет $C_{\text{пар}}$ необходимо выполнять, выбирая те участки печатной платы, на которых предполагаются наибольшие значения $C_{\text{пар}}$ (два параллельно расположенных печатных проводника с минимальным зазором между ними или с большим зазором при большой протяженности параллельных участков).

Составленная схема печатных проводников удовлетворяет заданным условиям, если максимальное из полученных расчетных значений $C_{\text{пар}} \leq C_{\text{пар зад}}$. В противном случае необходимо выполнить одно или несколько из перечисленных требований: увеличить расстояние между проводниками; уменьшить ширину проводников, принимая во внимание минимально допустимые значения для выбранного метода изготовления печатной платы; уменьшить длину одного из проводников.

Индуктивность. Индуктивность печатных проводников L (мкГн) толщиной h и шириной $t_{\text{п}}$ рассчитывают по формуле

$$L = 2l_{\text{п}} \left(2,3 \lg \frac{l_{\text{п}}}{h + t_{\text{п}}} + 0,2235 \frac{h + t_{\text{п}}}{l_{\text{п}}} + 0,5 \right) 10^{-2}. \quad (2.49)$$

Индуктивность двух параллельных печатных проводников одинакового сечения, шириной зазора между ними s и с противоположным направлением токов определяют по формуле

$$L = 4 l_n \left(2,3 \lg \frac{s+t_n}{h+t_n} - \frac{s-t_n}{l_n} + 0,2235 \frac{h+t_n}{l_n} + 1,5 \right) 10^{-2}. \quad (2.50)$$

Если размеры сечений различны, то индуктивность пары проводников

$$L = L_1 + L_2 - 2M, \quad (2.51)$$

где M — взаимная индуктивность проводников, мкГн, определяемая при $l_n \gg 10(t+s)$ выражением

$$M = 2l_n \left(2,3 \lg \frac{2l_n}{s + \frac{t_{n1}}{2} + \frac{t_{n2}}{2}} + \frac{s+t_{n1}/2+t_{n2}/2}{l_n} \right) 10^{-2}. \quad (2.52)$$

Взаимная индуктивность двух параллельных печатных проводников равной длины

$$M = 0,02 \left(l_n \lg \frac{\sqrt{l_n^2 + L_0^2} + l_n}{L_0} - \sqrt{l_n^2 + L_0^2} + L_0 \right), \quad (2.53)$$

где l_n — длина проводника, см; L_0 — расстояние между осевыми линиями проводников, см. Для двух параллельных печатных проводников разной длины взаимная индуктивность

$$M = 0,02 \left[4,606 l_{n1} \lg \frac{l_{n1} + l_{n2} \sqrt{(l_{n1} + l_{n2})^2 + s^2}}{s} + \right. \\ \left. + 2,303 (l_{n1} + l_{n2}) \lg \frac{l_{n1} + l_{n2} + \sqrt{(l_{n1} + l_{n2})^2 + s^2}}{l_{n1} - l_{n2} + \sqrt{(l_{n1} - l_{n2})^2 + s^2}} + \right. \\ \left. + \sqrt{(l_{n1} - l_{n2})^2 + s^2} - \sqrt{(l_{n1} + l_{n2})^2 + s^2} \right], \quad (2.54)$$

где l_{n1} — длина первого проводника, см; l_{n2} — длина второго проводника, см; s — величина зазора между проводниками, см.

Если $M_{\text{расч}} > M_{\text{зад}}$, то необходимо выполнить одно или несколько из перечисленных требований: увеличить зазор s между проводниками; уменьшить длину участков печатных проводников l_n , расположенных параллельно друг другу; изменить схему печатных проводников.

Схема печатных проводников удовлетворяет заданным условиям при $M_{\text{расч}} \leq M_{\text{зад}}$.

Расчет взаимной индуктивности выполняют для нескольких участков схемы, в которых предполагают наибольшие значения M (параллельные участки наибольшей протяженности при минимальных зазорах между проводниками).

Сопротивление изоляции. Вычисление сопротивления изоляции печатных цепей, расположенных на поверхности платы, произ-

входят по формуле

$$R_s = \rho_s \frac{s}{l}, \quad (2.55)$$

где R_s — сопротивление изоляции разобращенных печатных цепей, Ом; ρ_s — удельное поверхностное сопротивление изоляционного основания, Ом; s — изоляционный зазор разобращенных цепей, см; l — длина изоляционного зазора, см.

В тех случаях, когда изоляционные зазоры непостоянны по трассе близлежащих печатных проводников, отношение s/l можно вычислить по формуле

$$\frac{1}{s/l} = \frac{1}{s_1/l_1} + \frac{1}{s_2/l_2} + \dots + \frac{1}{s_{n_0}/l_{n_0}}, \quad (2.56)$$

где индексами 1, 2, ..., n_0 обозначены части отрезков с различными изоляционными расстояниями.

Если требования к материалу предусматривают оценку качества изоляции по сопротивлению на специальных электродах-гребенках, то расчет сопротивления изоляции получается более достоверным, так как в этом случае учитывают не только поверхностные, но и объемные токи утечки между печатными проводниками.

Сопротивление изоляции в этом случае находят по формуле

$$R_{из} = R_{гр} \frac{l_{гр} s}{b_{гр} l_{из}}, \quad (2.57)$$

где $R_{из}$ — сопротивление изоляции разобращенных печатных цепей, Ом; $l_{гр}$ — длина изоляционного зазора электрода-гребенки, см; $b_{гр}$ — ширина изоляционного зазора электрода-гребенки, см; $l_{из}$ — длина изоляционного зазора разобращенных печатных цепей, см; s — ширина изоляционного зазора разобращенных печатных цепей, см.

Примечание. По ГОСТ 10316—70 $l_{гр} = 600$ мм, $b_{гр} = 1$ мм.

Сопротивление изоляции между проводниками, расположенными в объеме МПП на внутренних слоях или на прогнвоположных сторонах платы, определяется объемным и внутренним сопротивлением материала.

Объемное сопротивление рассчитывают по формуле

$$R_v = \rho_v \frac{H}{F}, \quad (2.58)$$

где R_v — сопротивление изоляции разобращенных печатных цепей по объему диэлектрика, Ом; ρ_v — удельное объемное сопротивление диэлектрика, Ом·см; H — толщина межслойной изоляции МПП или толщина двусторонней платы, см; F — площадь проекции печатных элементов одной стороны на плоскость элемента другой стороны, см².

В ряде конструкций МПП металлизированные отверстия пронизывают внутренние слои питания, образуя участок изоляции в виде коаксиальных цилиндров (рис. 2.9). Сопротивление изоляции одного такого элемента достаточно велико и учитывать его нет необходимости. Но в тех случаях, когда МПП имеет сотни таких отверстий, их влияние на разобшение слоя питания начинает сказываться.

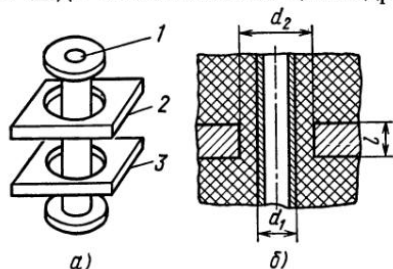


Рис. 2.9. Конструктивная схема сопротивления изоляции металлизированного отверстия от слоев питания: *a* — сквозное металлизированное отверстие, пронизывающее слои питания; *b* — схематическое изображение цилиндрической изоляции (*1* — металлизированное отверстие, *2* — слой земли, *3* — слой питания)

диаметр внешнего электрода (обычно диаметр окна перфорации слоя питания), см; d_1 — диаметр внутреннего электрода (обычно диаметр отверстия под металлизацию с учетом подравливания диэлектрика), см. Для сложных пластиков сопротивление вдоль слоев существенно меньше объемного сопротивления поперек слоев, поэтому в формуле для расчета вместо значения ρ_v используют значение внутреннего сопротивления изоляции ρ_i .

Мощность потерь. Основными параметрами обуславливающими стабильность работы печатных плат, являются тангенс угла потерь $\operatorname{tg} \delta$ и диэлектрическая проницаемость ϵ , которые больше всего подвержены изменению в процессе старения органического основания платы. Поэтому их влияние необходимо учитывать при выборе диэлектрического материала, используемого в качестве основания печатной платы.

Изменение диэлектрических свойств печатных плат (от воздействия температуры и влаги) приводит к существенным потерям, которые могут достигать 70% от расчетной мощности схемы.

Мощность потерь печатной платы P_n , Вт, определяют по формуле

$$P_n = 2\pi f C U^2 \operatorname{tg} \delta, \quad (2.60)$$

где f — частота питающего напряжения схемы, МГц; C — емкость печатной платы, мкФ; U — напряжение питания, В; $\operatorname{tg} \delta$ — тангенс угла диэлектрических потерь материала основания платы.

Емкость печатной платы C , пФ, рассчитывают по формуле

$$C = \frac{0,009 \epsilon F}{H_n}, \quad (2.61)$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость материала основания платы; F — суммарная площадь печатных проводников, мм²; H_n — толщина платы, мм.

Определяя C и P_n , подбирают материал основания печатной платы, удовлетворяющий условию обеспечения заданного значения P_n . Для этого необходимо выбрать предварительно толщину платы, составить схему печатных проводников по заданной принципиальной схеме, выбрать обоснованный метод изготовления печатной платы и произвести расчет выходной мощности функционального узла.

Если ни один из рекомендованных материалов не удовлетворяет условию $P_{\text{расч}} \leq P_{\text{зад}}$, то необходимо произвести расчет для другой толщины платы или изменить величину площади печатных проводников, расположив их по-иному.

Механическая обработка печатных плат. Получение заготовок плат из диэлектрика в зависимости от серийности выпуска изделий осуществляют либо резкой на циркулярных пилах, либо штамповкой на эксцентрикковых прессах.

Характеристика инструментов и принятые режимы резания приведены в табл. 2.7.

Т а б л и ц а 2.7

Материал	Инструмент	Режимы резания	
		скорость, м/мин	подача
Гетинакс	Фреза отрезная из быстрорежущей стали диаметром 200—350 мм, толщина зуба 3—5 мм, шаг зуба 5—8 мм, угол поднутрения до 1°	100—200	0,4—0,5 мм/об
Гетинакс	Фреза отрезная толщиной 2—4 мм, диаметром 100—440 мм с пластинами из твердого сплава, число зубьев 20—74	300—350	15 м/мин
Стекло-текстолит	Фреза отрезная толщиной 3—4 мм и диаметром 200 мм с пластинами из твердого сплава	240—600	0,6—0,1 мм/зуб

При резке на гильотинных ножницах параллельные ножи должны быть установлены с минимальными зазорами (не более 0,02—0,03 мм по всей длине реза).

Обработку контура фрезерованием производят в специальных приспособлениях, позволяющих одновременно обрабатывать большое количество плат, что дает более высокую точность, чем вырубка в штампах.

Инструменты и режимы резания, используемые при фрезеровании контура печатных плат приведены в табл. 2.8.

Таблица 2.8.

Материал	Инструмент	Режимы резания	
		скорость резания, м/мин	подача
Гетинакс	Фреза из быстрорежущей стали	110—400	0,4—0,5 мм/об
Стеклотекстолит	То же	50—150	0,05—0,1 мм/зуб
	Фреза с пластинами из твердых сплавов	200—600	0,05—0,1 мм/зуб

Вырубку в штампах производят как в холодном, так и в подогретом состоянии материала в зависимости от его толщины. Подогревать материал следует при толщине материала свыше 2 мм.

При вырубке плат из слоистых пластиков материал пружинит. В результате этого наружные размеры деталей получаются большими, чем размеры матрицы, а внутренние — меньше, чем размеры пуансона.

Упругая деформация слоистых пластиков оценивается величиной абсолютного естественного пружинения ξ , которая определяется как разность между размерами металлической вырубке и вырубке из слоистого пластика. Величина ξ зависит от толщины материала. Допуски на наружные размеры плат обычно больше, поэтому учитывать величину их упругой деформации не обязательно.

При расчете исполнительных размеров пуансонов и матриц для вырубке наружного контура определяют исполнительные размеры матрицы, а пуансон подгоняют к матрице с учетом величины двустороннего зазора (табл. 2.9 для гетинакса, табл. 2.10 для стеклотекстолита).

Исполнительные размеры матрицы и пуансона при вырубке наружного контура определяют по формулам:

$$D_m = (D_n - \delta) + \delta_m; \quad (2.62)$$

$$D_n = (D_n - \delta - \Delta) - \delta_n, \quad (2.62')$$

где D_m — исполнительный размер матрицы, мм; D_n — исполнительный размер пуансона, мм; D_n — номинальный размер вырубке детали, мм; δ — допуск на соответствующий размер вырубке детали, мм; Δ — номинальный технологический зазор между пуан-

соном и матрицей; δ_m и δ_n — допуски на изготовление режущего контура матрицы и пуансона.

Допуск на изготовление одного из рабочих элементов штампа (матрицы или пуансона) назначают в зависимости от степени точности соответствующего размера платы по табл. 2 11.

Таблица 2 9

Толщина материала до, мм	Двусторонний зазор в отверстиях, мм			Двусторонний зазор по наружному контуру плат, мм					
	min	max для \varnothing , мм		min	max для размеров плат, мм				
		до 10	до 50		до 10	до 50	до 100	до 150	до 200
0,5	0,01	0,005	0,02	0,008	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03
1,0	0,02	0,025	0,03	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04
1,5	0,03	0,035	0,04	0,024	0,03	0,035	0,04	0,045	0,05
2,0	0,04	0,045	0,05	0,030	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
3,0	0,06	0,070	0,06	0,045	0,055	0,065	0,075	0,085	0,095

Таблица 2 10

Толщина материала до, мм	Двусторонний зазор в отверстиях, мм			Двусторонний зазор по наружному контуру плат, мм					
	min	max для \varnothing , мм		min	max для размеров плат, мм				
		до 10	до 50		до 10	до 50	до 100	до 150	до 200
0,5	0,020	0,025	0,030	0,015	0,020	0,025	0,030	0,035	0,04
1,0	0,030	0,035	0,040	0,025	0,030	0,035	0,040	0,045	0,05
1,5	0,045	0,050	0,055	0,040	0,045	0,050	0,055	0,060	0,09
2,0	0,055	0,060	0,065	0,050	0,055	0,060	0,065	0,070	0,12
3,0	0,080	0,085	0,190	0,070	0,080	0,090	0,100	0,150	0,20

Таблица 2 11

Степень точности вырубаемых плат	Допуск на изготовление одного из элементов штампа (матрицы или пуансона)
13-й и 14-й качества	По 10-му качеству
12-й качество	По 8-му качеству

Обработка отверстий. При сверлении слоистых пластиков рекомендуется применять спиральные, перовые и комбинированные сверла. При использовании комбинированных сверл зенковку отверстия производят одновременно со сверлением.

Характеристика инструментов и режимы резания для сверления отверстий приведены в табл. 2.12.

Таблица 2.12.

Материал	Тип сверла	Материал сверла	Стойкость сверла, мин	Подача, мм/об	Скорость резания, м/мин
Стеклотекстолит	Спиральное	P9, P18	12—30	0,05—0,1	100—200
	Перовое	ВК6М ВК8М	100—150	0,05—0,1	50—100
Гетинакс	Спиральное	P9, P18	12—30	0,1—0,15	30—35
	Перовое	ВК6М	100—200	0,05—0,1	50—100

При сверлении отверстий материал нагревается и при последующем охлаждении до комнатной температуры происходит усадка материала. Учитывая усадку материала после охлаждения, диаметр сверла нужно брать на 0,1—0,2 мм больше диаметра отверстия, указанного на чертеже.

Номинальный диаметр сверл следует выбирать, исходя из зависимости:

$$d_{св} = d + 0,7 (\delta_1 + \delta_2), \quad (2.63)$$

где d — номинальный диаметр обрабатываемого отверстия, мм; δ_1 — допуск на этот диаметр, мм; δ_2 — допустимое уменьшение диаметра обрабатываемого отверстия после охлаждения слоистых пластиков, мм.

Величину δ_2 определяют в производственных условиях в зависимости от обрабатываемого материала, размера и геометрии сверла, режимов резания и других факторов.

Пробивка отверстий. Исполнительные размеры при пробивке отверстий в печатных платах на штампах с подогревом материала определяют с учетом усадки по следующим формулам [17]:

$$D_m = (D_n + \delta/2 + v_{нар} + \Delta) + \delta_m; \quad (2.64)$$

$$D_n = (D_n + \delta/2 + v_{вн}) - \delta_n, \quad (2.65)$$

где D_m — диаметр матрицы, мм; D_n — номинальный диаметр пробиваемого отверстия, мм; δ — допуск на размер пробиваемого отверстия, мм; δ_n — допуск на изготовление режущего контура пуансона, мм; $v_{нар}$ — средняя величина усадки наружного контура при пробивке с подогревом, мм; δ_m — допуск на изготовление режущего контура матрицы, мм; D_n — диаметр пуансона, мм; $v_{вн}$ — средняя величина усадки отверстия при вырубке с подогревом, мм.

$$v_{нар} = a_1 D_n + \psi_y; \quad (2.66)$$

$$v_{вн} = c_1 D_n + \psi_y, \quad (2.67)$$

где a_T и c_T — коэффициенты, характеризующие термическую усадку при остывании; ψ_y — относительное изменение размеров, вызванное упругостью материала, мм.

Среднее значение a_T , c_T и ψ_y для гетинакса в зависимости от толщины материала выбирают из табл. 2.13.

Т а б л и ц а 2.13.

Толщина материала, мм	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
a_T	0,0020	0,0022	0,0025	0,0027	0,0030
c_T	0,0025	0,0030	0,0035	0,0040	0,0050
ψ_y	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07

Если при расчете пуансона средняя величина усадки окажется меньше половины допуска на диаметр пробиваемого отверстия, то исполнительный размер пуансона определяют по формуле

$$D_{\text{п}} = D_{\text{н}} + \delta - \delta_{\text{п}}. \quad (2.68)$$

Ориентировочно исполнительный размер матрицы при пробивке отверстия можно определить по формуле

$$D_{\text{м}} = D_{\text{п}} + \Delta + \delta_{\text{м}} \quad (2.69)$$

где $D_{\text{м}}$ — исполнительный размер матрицы, мм; Δ — двусторонний зазор, мм.

Значения двусторонних зазоров при вырубке-пробивке приведены в табл. 2.9 и 2.10.

При пробивке отверстий с подогревом необходимо учитывать величину усадки, влияющую на изменение межцентровых размеров. При этом номинал межцентровых размеров определяют по формуле

$$L_0 = l_0 + K_y l_0 \pm \delta_{\text{м.р}}, \quad (2.70)$$

где L_0 и l_0 — номинальные межцентровые размеры штампа и штампуемой детали по чертежу, мм; $\delta_{\text{м.р}}$ — допуск на межцентровый размер штампа, принятый по чертежу, мм; K_y — коэффициент, характеризующий усадку после остывания (табл. 2.14).

Т а б л и ц а 2.14

Толщина материала, мм	1	2	3
Среднее значение K_y	0,001	0,0015	0,0020

Усилие вырубки-пробивки определяют по формуле

$$P_{\text{общ}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4, \quad (2.71)$$

где P_1 — собственно усилие вырубки-пробивки, Н; P_2 — усилие прижима, Н, P_3 — усилие проталкивания, Н; P_4 — усилие снятия отхода или детали с пуансона, Н. Собственно усилие вырубки-пробивки определяется по формуле

$$P_1 = \Pi H \tau K_1, \quad (2.72)$$

где Π — периметр вырубаемого контура или пробиваемого отверстия, м; H — толщина материала, м; τ — сопротивление срезу, Па; $K_1 = 1,1 \div 1,3$ — коэффициент, учитывающий неравномерность толщины штампуемого материала, затупление режущих кромок пуансона и матрицы, наличие напряженного состояния в процессе вырубки или пробивки.

Усилие прижима определяют по формуле

$$P_2 = \Pi H q, \quad (2.73)$$

где q — удельное давление прижима, Па (выбирают из табл. 2.15).

Т а б л и ц а 2.15

H , мм	q , Па
До 1,0	$0,6 \cdot 10^7 \div 10^7$
1,0—2,0	$1 \cdot 10^7 \div 1,5 \cdot 10^7$
2,0—3,0	$1,5 \cdot 10^7 \div 2 \cdot 10^7$

Усилие проталкивания

$$P_3 = K_2 P_1 \frac{h}{H}, \quad (2.74)$$

где $K_2 = 0,05 \div 0,08$ — коэффициент, зависящий от механических свойств материала плат, зазора между пуансоном и матрицей; h — высота цилиндрического пояса матрицы, мм (ориентировочно $h = H$).

Усилие снятия детали или отхода с пуансона определяют по формуле

$$P_4 = K_{\text{сн}} P_1, \quad (2.75)$$

где $K_{\text{сн}}$ — коэффициент, зависящий от толщины материала и типа штампа (выбирают из табл. 2.16).

Таблица 2.16

Н, мм	$K_{сн}$ для штампов	
	однопуансонного пробивного штампа	многопуансонного пробивного штампа
До 1,0	0,02	0,01
1—5	0,06	0,12

Контроль печатных плат. Важнейшим критерием для оценки возможности использования печатных плат является наличие всех электрических соединений, обеспечивающих требуемые параметры, а также высокую надежность в условиях транспортировки и эксплуатации.

Для контроля электрических соединений печатных плат используются автоматизированные контрольные установки.

Автоматизация контроля позволяет уменьшить трудоемкость при одновременном увеличении достоверности. Большое место отводится автоматизации контроля печатных плат (ПП) и многослойных печатных плат (МПП) [18].

Методика составления программы контроля состоит в следующем:

1. По заданной конструкции печатного монтажа однослойной ПП или конструкции всех слоев и межслойной коммутации для двусторонней и многослойной ПП составляют таблицу цепей. Все металлизированные отверстия в данном печатном проводнике или контактные площадки относятся к одной группе.

2. Поле печатной платы разбивают на участки, содержащие равное количество металлизированных отверстий или контактных площадок. Эти участки называют *зонами*. Зона может содержать от 1 до 14 металлизированных отверстий. Металлизированные отверстия зон или контактные площадки, как правило, предназначаются для монтажа радиоэлементов или микросхем. Порядковый номер зоны от 1 до 100.

3. Металлизированные отверстия на ПП, служащие для подключения к разъемам или контрольным гнездам, называют *разъем* или *гнездо*. Им присваивают сквозную нумерацию от 1 до 100 независимо от выполняемой функции.

4. Из таблицы цепей выбирают 1-ю группу проверок. В группу проверок включаются все металлизированные отверстия или контактные площадки, которые входят в данный проводник. В 1-й кадр группы проверок включается любое металлизированное отверстие данной цепи. Каждый кадр состоит из семи строк восьмидорожечной перфоленты. Назначение каждой строки и последовательность заполнения указаны в табл. 2.17.

Таблица 2.17

Номер строки	Информация	Десятичное изображение информации
1	Вид параметра:	1
	сообщение	2
	разобщение	
2	Вид элемента:	1
	зона	2
	разъем	3
	гнездо	
3	Номер десятка элемента	От 0 до 9
4	Номер единицы элемента	От 0 до 9
5	Номер десятка контакта	От 0 до 9
6	Номер единицы контакта	От 0 до 9
7	Конец кадра, конец контроля	Внесистемное

Информация вводится в устройство перфорации в десятичном изображении. Далее дешифратором переводится в машинный код и записывается в двоичном коде на перфоленту. В каждой строке перфоленты на восьми дорожках записывается одна цифра или конец кадра, конец контроля. В табл. 2.18 указаны изображения десятичной информации в двоичном машинном коде, записываемом на перфоленте.

Таблица 2.18

Вид информации	Номера дорожек перфоленты							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	0	0	1	1	0	1
2	0	1	0	0	1	1	0	1
3	1	1	0	0	1	1	0	0
4	0	0	1	0	1	1	0	1
5	1	0	1	0	1	1	0	0
6	0	1	1	0	1	1	0	0
7	1	1	1	0	1	1	0	1
8	0	0	0	1	1	1	0	1
9	1	0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	0
Конец кадра	0	1	0	1	0	0	0	0
Конец контроля	0	1	1	1	0	0	1	0

5. При контроле на сообщение проводится измерение сопротивления между контактной точкой и соседней по таблице цепей. При разобщении между ними координата контактной точки высвечивается на индикаторе и выводится на печать.

6. Последний кадр каждой цепи должен иметь код «разобщение». По этой команде происходит замыкание всех цепей, кроме проверяемой. Если не выполняется допуск по электрической

прочности или изоляции между проверяемой цепью и какой-либо из таблицы цепей, то на печать и индикатор выводятся координаты последней контактной точки (последнего кадра) проверяемой на разобшение цепи. При проверке цепи, имеющей недостаточное сопротивление или электропрочность с предварительно проверенной, на индикатор и печать также выводятся координаты последней контактной точки цепи. Таким образом, если в МПП существуют две цепи, имеющие между собой недостаточное разобшение, то на печать и индикатор выводятся координаты последних контактных точек каждой из цепей. Если таких цепей в МПП больше двух, то из числа координат цепей, выведенных на печать, с помощью дополнительного ручного контроля, выбираются парные, имеющие недостаточное разобшение друг с другом.

7. В табл. 2.19 приводится вид и расположение информации о браке на бумажной ленте печатающего устройства.

Т а б л и ц а 2.19

Разряд числа (слева направо)	Информация о браке	Десятичное изображение
1	По параметру: сообщение	«1»
	электропрочность	«2»
	изоляция	«3»
2	По элементу: зона	«1»
	разъем	«2»
	гнездо	«3»
3	Номер десятка элемента	«0»—«9»
4	Номер единицы элемента	«0»—«9»
5	Номер десятка контакта	«0»—«9»
6	Номер единицы контакта	«0»—«9»

Перед номером бракуемого гнезда или разъема на бумажной ленте в разрядах 3 и 4 вводится обозначение 00.

Решение типовых примеров

Пример 1. Рассчитать конструктивно-технологические параметры двусторонней печатной платы функционального узла, в том числе: выбрать материал и толщину платы, определить линейные размеры элементов печатного монтажа (диаметр контактных площадок и ширину проводника), определить число проводников, которые можно провести между соседними отверстиями.

Исходные данные: метод изготовления печатной платы — электрохимический (полуаддитивный); способ получения рисунка — фотохимический; минимальное расстояние между монтажными отверстиями 1,25 мм; шаг координатной сетки — 1,25 мм;

диаметр неметаллизированного монтажного отверстия — 0,7 мм; форма контактной площадки — круглая; плотность печатного монтажа 2-й класс; фоторезист сухой пленочный; металлический резист оплавляемый сплав олово-свинец.

Решение 1. Для полуаддитивного метода изготовления печатной платы выбираем стеклотекстолит СТЭФ-1-2ЛК.

Толщину H платы (стеклотекстолита) определяем из условия:

$$\gamma = d/H = 0,4;$$

считаем, что диаметр сверла равен 0,7 мм, тогда

$$d_{\text{м. отв}} = d = d_{\text{св}} - (0,1 \div 0,15),$$

$$d = 0,7 - 0,1 = 0,6 \text{ мм},$$

$$H = d/\gamma = 0,6/0,4 = 1,5 \text{ мм}.$$

Выбираем из табл. 2.1 ближайшее значение $H = 1,5$ мм.

2. Расчет линейных размеров элементов печатного монтажа. Минимальный диаметр контактной площадки определяем по формулам:

$$D_{\text{min}} = D_{1\text{min}} + 1,5h_{\text{пм}} + h_{\text{р}};$$

$$D_{1\text{min}} = 2(b_{\text{м}} + d_{\text{max}}/2 + \delta_{\text{отв}} + \delta_{\text{кп}});$$

$$d_{\text{max}} = d_{\text{св}} + \Delta d;$$

$$\delta_{\text{отв}} = \delta_{\text{о}} + \delta_{\text{б}};$$

$$\delta_{\text{кп}} = \delta_{\text{ш}} + \delta_{\text{э}} + \frac{\delta_{\text{п}} + \delta_{\text{з}}}{2},$$

где $h_{\text{пм}} = 0,0065$; $h_{\text{р}} = 0$ (оплавляемый сплав олово-свинец); $b_{\text{м}} = 0,035$ (см. табл. 2.2); $\delta_{\text{отв}} = 0,06 + 0,02 = 0,08$ мм; $\delta_{\text{кп}} = 0,05 + 0,02 + [(0,03 + 0,02)/2] = 0,095$; $\delta_{\text{з}} = 0,02$; $\Delta d = 0,02$; $\delta_{\text{о}} = 0,06$; $\delta_{\text{б}} = 0,02$; $\delta_{\text{ш}} = 0,05$; $\delta_{\text{п}} = 0,03$; $\delta_{\text{э}} = 0,02$ (выбраны из табл. 2.6); $d_{\text{max}} = 0,7 + 0,02 = 0,72$ мм;

$$D_{1\text{min}} = 2(0,035 + 0,72/2 + 0,08 + 0,095) = 1,14;$$

$$D_{\text{min}} = 1,14 + 1,5 \cdot 0,0065 \approx 1,15.$$

Максимальный диаметр контактной площадки определяем по формулам:

$$D_{\text{max}} = D_{\text{ш max}} + h_{\text{р}} + \Delta \mathcal{E};$$

$$D_{\text{ш max}} = D_{\text{ш min}} + \Delta D_{\text{ш}};$$

$$D_{\text{ш min}} = D_{\text{min}} - h_{\text{р}},$$

где $\Delta D_{\text{ш}} = 0,02$; $h_{\text{р}} = 0$; $\Delta \mathcal{E} = 0,02$ (см. табл. 2.6), тогда

$$D_{\text{ш min}} = 1,15 \text{ мм};$$

$$D_{\text{ш max}} = 1,15 + 0,02 = 1,17 \text{ мм};$$

$$D_{\text{max}} = 1,17 + 0,02 = 1,19 \text{ мм}.$$

Минимальную и максимальную ширину печатного проводника определяем по формулам:

$$\begin{aligned}t_{n \min} &= t_{n1 \min} + 1,5h_{nm} + h_p; \\t_{n \max} &= t_{ш \max} + h_p + \Delta \mathcal{E}; \\t_{ш \max} &= t_{ш \min} + \Delta t_{ш}; \\t_{ш \min} &= t_{n \min} - h_p,\end{aligned}$$

где $h_p = 0$; $\Delta t_{ш} = 0,045$ (см. табл. 2.6), $t_{n1 \min} = 0,18$, тогда $t_{n \min} = 0,18 + 1,5 \cdot 0,0065 = 0,19$ мм;

$$t_{ш \min} = 0,19 \text{ мм};$$

$$t_{ш \max} = 0,19 + 0,045 = 0,235 \text{ мм};$$

$$t_{n \max} = 0,235 + 0,02 = 0,255 \text{ мм}.$$

3. Расчет числа проводников, которые можно провести между двумя соседними отверстиями, выполним по формуле

$$l_{\min} = (D_{\max} + 2\delta_{кп}) + (t_{n \max} + 2\delta_{шт}) n_n + s_{\min} (n_n + 1),$$

откуда

$$n_n = \frac{l_{\min} - D_{\max} - 2\delta_{кп} - s_{\min}}{t_{n \max} + 2\delta_{шт} + s_{\min}},$$

где $\delta_{шт} = 0,045$ и $s_{\min} = 0,25$ (из табл. 2.2 и 2.6)

$$n_n = \frac{1,25 - 1,19 - 2 \cdot 0,05 - 0,25}{0,255 + 2 \cdot 0,045 + 0,25} < 0,$$

но n_n отрицательной величиной быть не может, поэтому при $l_{\min} = 1,25$ мм нельзя провести ни одного проводника.

Определяем минимальное расстояние между двумя соседними отверстиями, позволяющее провести хотя бы один проводник ($n_n = 1$), $l_{\min} = (1,19 + 2 \cdot 0,05) + (0,255 + 2 \cdot 0,045) 1 + 0,25 \cdot 2 = 2,355$ мм, т. е. с учетом шага координатной сетки $l_{\min} = 2,5$ мм.

Пример 2. Определить возможность размещения двух проводников между двумя контактными площадками одинаковых отверстий на односторонней печатной плате.

Исходные данные: метод изготовления платы — фотохимический; расстояние между отверстиями 5,0 мм; максимальный диаметр контактной площадки 2 мм; максимальная ширина проводника 0,35 мм; минимальное расстояние между проводниками 0,5 мм; плотность печатного монтажа — 1-й класс; шаг координатной сетки 2,5 мм.

Решение. Минимальное расстояние для прокладки проводников между двумя контактными площадками отверстий определяется по формуле

$$l'_{\min} = (D'_{\max} + 2\delta_{кп}) + (t'_{n \max} + 2\delta_{шт}) n_n + s_{\min} (n_n + 1).$$

Средние значения $\delta_{ш}$ и $\delta_{шт}$ выбираем из табл. 2.6, тогда $l'_{\min} = (2 + 2 \cdot 0,05) + (0,35 + 2 \cdot 0,045) \cdot 2 + 0,5 (2 + 1) = 4,48$ мм.

Таким образом, $l'_{\min} (4,48) < l'_{зад} (5,0)$, что показывает возможность прокладки на печатной плате двух проводников между

двумя контактными площадками отверстий, расположенными на расстоянии 5,0 мм.

Пример 3. Определить количество проводников, которые можно разместить на односторонней печатной плате между двумя контактными площадками одинаковых отверстий.

Исходные данные: метод изготовления платы — фотохимический; расстояние между отверстиями 7,5 мм; максимальный диаметр контактной площадки 1,5 мм; шаг координатной сетки 1,25 мм; плотность печатного монтажа — 2-й класс; материал платы — гетинакс фольгированный марки ГФ-1-35.

Решение. Количество проводников, которые можно разместить на печатной плате, определяем из выражения

$$l'_{\min} = (D'_{\max} + 2\delta_{\text{кп}}) + (t'_{\text{n max}} + 2\delta_{\text{шт}}) n_{\text{n}} + s_{\text{min}} (n_{\text{n}} + 1),$$

откуда

$$n_{\text{n}} = \frac{l'_{\min} - D'_{\max} - 2\delta_{\text{кп}} - s_{\text{min}}}{t'_{\text{n max}} + 2\delta_{\text{шт}} + s_{\text{min}}},$$

где $t'_{\text{n max}} = t'_{\text{n min}} + \Delta t_{\text{ш}} + 2\Delta \mathcal{E}$;

$t'_{\text{n min}} = t'_{\text{п1 min}} + 1,5h_{\text{ф}}$; $\delta_{\text{кп}} = 0,095$; $\delta_{\text{шт}} = 0,045$; $\Delta t_{\text{ш}} = 0,045$; $\Delta \mathcal{E} = 0,02$ (см. табл. 2.6); $s_{\text{min}} = 0,25$ (см. табл. 2.2); $h_{\text{ф}} = 0,035$ мм; $t'_{\text{п1 min}} = 0,18$ мм (для плат 1-го и 2-го классов плотности монтажа), тогда $t'_{\text{n min}} = 0,18 + 1,5 \cdot 0,035 = 0,2325$ мм; $t'_{\text{n max}} = 0,2325 + 0,045 + 2 \cdot 0,02 = 0,3175$ мм;

$$n_{\text{n}} = \frac{7,5 - 1,5 - 2 \cdot 0,095 - 0,25}{0,3175 + 2 \cdot 0,045 + 0,25} \approx 8,45.$$

Следовательно, между двумя контактными площадками отверстий печатной платы можно провести восемь проводников.

Пример 4. Произвести расчет конструктивно-технологических параметров многослойной печатной платы функционального узла, в том числе определить: толщину МПП; диаметр металлизированного отверстия; диаметры контактных площадок; ширину проводников; минимальные расстояния между элементами печатного монтажа.

Исходные данные: размер платы 170 × 200 мм; количество слоев — 8; метод изготовления МПП — металлизация сквозных отверстий; способ получения рисунка — фотохимический; способ изготовления слоев — способ А; материал слоя — стеклотекстолит фольгированный травящийся марки ФТС-1-20А ($H_{\text{с}} = 0,15$) и ФТС-2-20А ($H_{\text{с}} = 0,18$); стеклоткань прокладочная марки СПТ-3 ($H_{\text{пр}} = 0,025$); резистивное покрытие — олово-свинец; шаг координатной сетки 1,25 мм; плотность печатного монтажа — 2-й класс. В качестве межслойной изоляции использовать четыре прокладки.

Решение. 1. Номинальную расчетную толщину МПП определяем по формуле $H_{\text{расч}} = \sum H_c + 0,6 \sum H_{\text{пр}} = 0,15 \cdot 2 + 0,18 \cdot 3 + 0,6 \cdot 0,025 \cdot 16 = 1,08$ мм.

2. Минимальный диаметр металлизированного отверстия находим из соотношения

$$d_{\text{min}} \geq H_{\text{расч}} \gamma = 1,08 \cdot 0,4 = 0,432 \text{ мм,}$$

где $\gamma = 0,4$ (см. табл. 2.2).

Принимаем $d_{\text{м.отв}} = 0,6$ мм, тогда максимальный диаметр просверленного отверстия

$d_{\text{max}} = d_{\text{м.отв}} + 0,1 + \Delta d = 0,6 + 0,1 + 0,02 = 0,72$ мм, где $\Delta d = 0,02$ (см. табл. 2.6).

3. Минимальные и максимальные диаметры (D'_{min} , D'_{max} , D_{min} , D_{max}) контактных площадок определяем по следующим формулам.

Для внутренних слоев

$$\begin{aligned} D'_{\text{min}} &= D'_{i\text{min}} + 1,5h_{\phi}; \\ D'_{i\text{min}} &= 2(b_{\text{м}} + d_{\text{max}}/2 + \delta_{\text{отв}} + \delta'_{\text{кп}}); \\ \delta_{\text{отв}} &= \delta_{\text{о}} + \delta_{\text{б}}; \\ \delta'_{\text{кп}} &= \delta_{\text{ш}} + \delta_{\text{з}} + \delta_{\text{м}} + \frac{\delta_{\text{п}} + \delta_{\text{з}}}{2} \text{ (для способа А).} \end{aligned}$$

Средние значения $\delta_{\text{о}}$, $\delta_{\text{б}}$, $\delta_{\text{ш}}$, $\delta_{\text{з}}$, $\delta_{\text{м}}$, $\delta_{\text{п}}$ и $\delta_{\text{з}}$ выбираем из табл. 2.6, а $b_{\text{м}}$ из табл. 2.2, тогда

$$\begin{aligned} \delta_{\text{отв}} &= 0,06 + 0,02 = 0,08 \text{ мм;} \\ \delta'_{\text{кп}} &= 0,05 + 0,02 + 0,05 + [(0,03 + 0,02)/2] = 0,145 \text{ мм;} \\ D'_{i\text{min}} &= 2(0,035 + 0,72/2 + 0,08 + 0,145) = 1,24 \text{ мм;} \\ D'_{\text{min}} &= 1,24 + 1,5 \cdot 0,02 = 1,27 \text{ мм;} \\ D'_{\text{max}} &= D'_{\text{ш max}} + \Delta \mathcal{E}; \\ D'_{\text{ш max}} &= D'_{\text{ш min}} + \Delta D_{\text{ш}}; \\ D'_{\text{ш min}} &= D'_{\text{min}} + \Delta \mathcal{E}. \end{aligned}$$

Средние значения $\Delta \mathcal{E}$ и $\Delta D_{\text{ш}}$ выбираем из табл. 2.6, тогда

$$\begin{aligned} D'_{\text{ш min}} &= 1,27 + 0,02 = 1,29 \text{ мм;} \\ D'_{\text{ш max}} &= 1,29 + 0,02 = 1,31 \text{ мм;} \\ D'_{\text{max}} &= 1,31 + 0,02 = 1,33 \text{ мм.} \end{aligned}$$

Для наружных слоев

$$D_{\text{min}} = D'_{i\text{min}} + 1,5(h_{\phi} + h_{\text{пм}}) + h_{\text{р}},$$

где $h_p = 0$, так как металлическим резистом является оплавляемый сплав олово-свинец;

$$h_{пм} = 0,0065 \text{ мм (см. табл. 2.6);}$$

$$D_{1\text{min}} = 2(b_m + d_{\text{max}}/2 + \delta_{\text{отв}} + \delta_{\text{кп}});$$

$$\delta_{\text{кп}} = \delta_{\text{ш}} + \delta_{\text{э}} + \frac{\delta_{\text{п}} + \delta_{\text{з}}}{2} = 0,05 + 0,02 + [(0,03 + 0,02)/2] = 0,095 \text{ мм;}$$

$$D_{1\text{min}} = 2(0,035 + 0,72/2 + 0,08 + 0,095) = 1,14 \text{ мм;}$$

$$D_{\text{min}} = 1,14 + 1,5(0,020 + 0,0065) = 1,18 \text{ мм;}$$

$$D_{\text{max}} = D_{\text{ш max}} + \Delta\mathcal{E} + h_p;$$

$$D_{\text{ш max}} = D_{\text{ш min}} + \Delta D_{\text{ш}};$$

$$D_{\text{ш min}} = D_{\text{min}} - h_p,$$

где $h_r = 0,055$ (см. табл. 2.6);

$$D_{\text{ш min}} = 1,18 \text{ мм;}$$

$$D_{\text{ш max}} = 1,18 + 0,02 = 1,2 \text{ мм;}$$

$$D_{\text{max}} = 1,2 + 0,02 = 1,22 \text{ мм.}$$

4. Расчет минимальной и максимальной ширины проводников ($t'_{п\text{min}}$, $t'_{п\text{max}}$, $t'_{ш\text{min}}$, $t'_{ш\text{max}}$) выполняем по следующим формулам. Для внутренних слоев

$$t'_{п\text{min}} = t'_{п1\text{min}} + 1,5 h_{\phi} = 0,18 + 1,5 \cdot 0,020 = 0,21 \text{ мм;}$$

$$t'_{ш\text{min}} = t'_{п\text{min}} + \Delta\mathcal{E} = 0,21 + 0,02 = 0,23 \text{ мм;}$$

$$t'_{ш\text{max}} = t'_{ш\text{min}} + \Delta t_{\text{ш}} = 0,23 + 0,045 = 0,275 \text{ мм,}$$

где $\Delta t_{\text{ш}} = 0,045$ (см. табл. 2.6);

$$t'_{п\text{max}} = t'_{ш\text{max}} + \Delta\mathcal{E} = 0,275 + 0,02 = 0,295 \text{ мм.}$$

Для наружных слоев

$$t'_{п\text{min}} = t'_{п1\text{min}} + 1,5(h_{\phi} + h_{пм}) + h_p = \\ = 0,18 + 1,5(0,020 + 0,0065) = 0,22 \text{ мм;}$$

$$t'_{ш\text{min}} = t'_{п\text{min}} - h_p = 0,22 \text{ мм;}$$

$$t'_{ш\text{max}} = t'_{ш\text{min}} + \Delta t_{\text{ш}} = 0,22 + 0,045 = 0,265 \text{ мм;}$$

$$t'_{п\text{max}} = t'_{ш\text{max}} + h_p + \Delta\mathcal{E} = 0,265 + 0,02 = 0,285 \text{ мм.}$$

5. Минимальные расстояния между элементами печатного монтажа определяются по следующим формулам.

Для внутренних слоев минимальное расстояние между проводниками и контактной площадкой

$$s_{1\text{min}} = L_0 - [(D'_{\text{max}}/2 + \delta_{\text{кп}}) + (t'_{п\text{max}}/2 + \delta_{\text{шт}})],$$

где $\delta_{\text{шт}} = 0,045$ (см. табл. 2.6); L_0 — расстояние между центрами рассматриваемых элементов (принимая $L_0 = 1,25$ мм), тогда

$$s_{1\text{min}} = 1,25 - [1,33/2 + 0,05] + (0,295/2 + 0,045) = 0,3425 \text{ мм.}$$

Минимальное расстояние между двумя контактными площадками $s_{2\min} = L_0 - (D'_{\max} + 2\delta_{\text{кп}}) = 1,25 - (1,33 + 2 \cdot 0,05) = -0,18$. $s_{2\min} < 0$, это говорит о том, что при L_0 , равном шагу координатной сетки, расстояние между двумя соседними отверстиями на внутренних слоях МПП не может быть равно 1,25 мм.

Принимаем $L_0 = 2,5$ мм, тогда

$$s_{2\min} = 2,5 - (1,33 + 2 \cdot 0,05) = 1,07 \text{ мм.}$$

Минимальное расстояние между двумя проводниками

$$s_{3\min} = L_0 - (t'_{\text{пmax}} + 2\delta_{\text{шт}}) = 1,25 - (0,295 + 2 \cdot 0,045) = 0,865 \text{ мм.}$$

Для наружных слоев минимальное расстояние между проводником и контактной площадкой

$$s_{1\min} = L_0 - [(D_{\max}/2 + \delta_{\text{кп}}) + (t_{\text{пmax}}/2 + \delta_{\text{шт}})] = \\ = 1,25 - (1,22/2 + 0,05) + (0,285/2 + 0,045) = 0,402 \text{ мм.}$$

Минимальное расстояние между двумя контактными площадками

$$s_{2\min} = L_0 - (D_{\max} + 2\delta_{\text{кп}}) = 2,5 - (1,22 + 2 \cdot 0,05) = 1,18 \text{ мм.}$$

Минимальное расстояние между двумя проводниками

$$s_{3\min} = L_0 - (t_{\text{пmax}} - 2\delta_{\text{шт}}) = 1,25 - (0,285 + 2 \cdot 0,045) = 0,875 \text{ мм.}$$

Пример 5. Произвести проверочный расчет двусторонней печатной платы (рис. 2.10) промежуточного усилителя (рис. 2.11). Определить минимально допустимую ширину печатного проводника, падение напряжения, мощность потерь, паразитную поверхностную емкость и взаимную индуктивность двух параллельных проводников.

Исходные данные: напряжение питания $U = 12,6$ В; максимальный ток, проходящий через проводник, $I_{\max} = 0,7$ А; размер платы 45×75 мм; материал платы — стеклотекстолит фольгированный марки СФ-2-35; метод изготовления платы — комбинированный позитивный; способ получения рисунка — фотохимический; фоторезист сухой пленочный; резистивное покрытие — олово-свинец.

Решение 1. Минимально допустимую ширину печатного проводника определяем по формуле

$$t_{\text{п}} \geq I_{\max} / (h_{\text{п}} J),$$

где $h_{\text{п}} = h_{\text{ф}} + h_{\text{пм}} + h_{\text{г}}$ — толщина печатных проводников при комбинированном позитивном методе изготовления:

$$h_{\text{п}} = 0,035 + 0,0065 + 0,055 = 0,0965 \text{ мм; } h_{\text{ф}} = 0,035 \text{ мм;}$$

$$h_{\text{пм}} = 0,0065 \text{ мм и } h_{\text{г}} = 0,055 \text{ мм (см. табл. 2.6);}$$

$J = 30$ А/мм² — допустимое значение плотности тока, тогда

$$t_{\text{п}} = 0,7 / (0,0965 \cdot 30) = 0,24 \text{ мм.}$$

Таким образом, $t_{\text{п.расч}} < t_{\text{п.зад}}$.

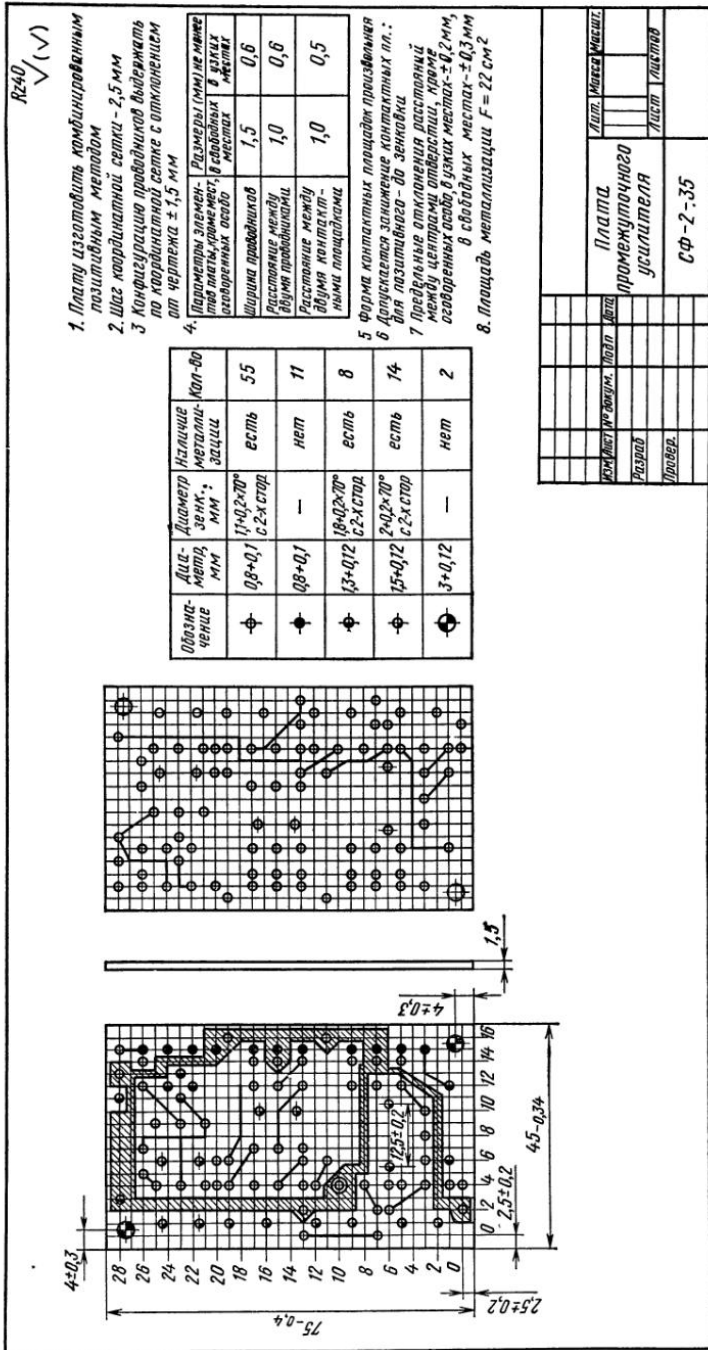


Рис. 2.10. Печатная плата промежуточного усилителя

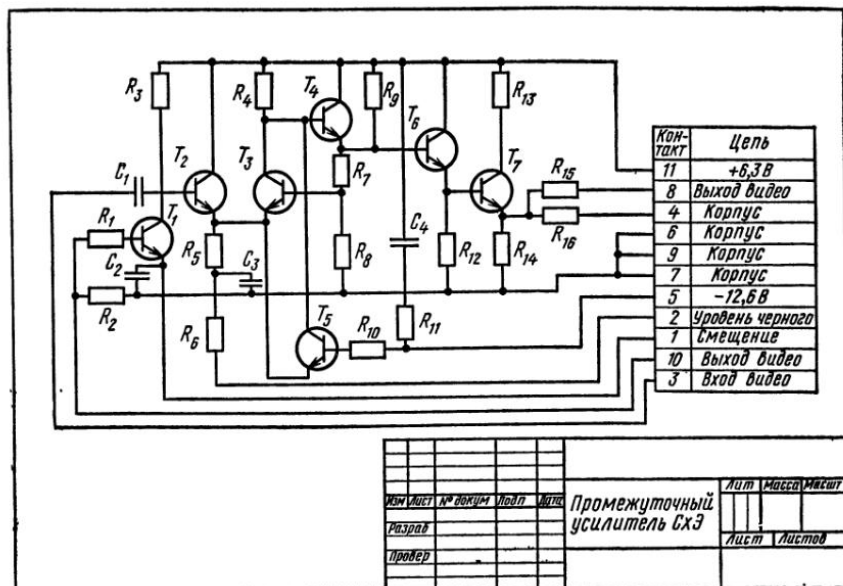


Рис. 2.11. Электрическая схема промежуточного усилителя

2. Падение напряжения определяем по формуле

$$\Delta U = I_{\max} \frac{\rho l}{h_n t_n},$$

где $\rho = 0,020 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ — удельное сопротивление печатных проводников из фольгированного диэлектрика; $l = 0,03 \text{ м}$ — длина максимального проводника, тогда

$$\Delta U = 0,7 \frac{0,02 \cdot 0,03}{0,0965 \cdot 0,24} = 0,018 \text{ В}.$$

3. Мощность потерь

$$P_n = 2\pi f C U^2 \operatorname{tg} \delta,$$

где $f = 1$, так как напряжение питания является постоянной величиной; $\operatorname{tg} \delta = 0,002$ — тангенс угла диэлектрических потерь для материала СФ-2-35; $C = 9 \cdot 10^{-3} \varepsilon F/h$ — емкость печатной платы ($\varepsilon = 6,0$ — диэлектрическая проницаемость стеклотекстолита; $F = 2200 \text{ мм}^2$ — суммарная площадь печатных проводников; $h = 1,5 \text{ мм}$ — толщина платы).

$$C = \frac{9 \cdot 10^{-3} \cdot 6,0 \cdot 2200}{1,5} = 79,2 \text{ пФ}, \text{ тогда}$$

$$P_n = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 79,2 \cdot 10^{-6} \cdot 12,6^2 \cdot 0,002 = 157,9 \cdot 10^{-6} \text{ Вт}.$$

4. Величина паразитной поверхностной емкости между двумя проводниками

$$C_{\text{пар}} = \frac{0,12\epsilon l_n}{\lg \frac{2s}{h+t_n}},$$

где $s = 2,5$ мм — расстояние между двумя параллельными проводниками; $l_n = 5$ мм — длина взаимного перекрытия двух параллельных проводников

$$C_{\text{пар}} = \frac{0,12 \cdot 6 \cdot 5}{\lg \frac{2 \cdot 2,5}{0,0965 + 0,24}} = 3,04 \text{ пФ.}$$

5. Взаимоиндуктивность двух параллельных печатных проводников равной длины

$$M = 0,02 \left(l_n \lg \frac{\sqrt{l_n^2 + L_0^2} + l_n}{L_0} - \sqrt{l_n^2 + L_0^2} + L_0 \right),$$

где $l_n = 2,5$ см — длина параллельных участков двух проводников; $L_0 = 0,2$ см — расстояние между осевыми линиями двух параллельных проводников

$$M = 0,02 \left(2,5 \lg \frac{\sqrt{2,5^2 + 0,2^2} + 2,5}{0,2} - \sqrt{2,5^2 + 0,2^2} + 0,2 \right) = 0,24 \cdot 10^{-3} \text{ мкГн.}$$

Взаимоиндуктивность двух параллельных проводников разной длины

$$M = 0,02 \left[4,606 l_{n1} \lg \frac{l_{n1} + l_{n2} + \sqrt{(l_{n1} + l_{n2})^2 + s^2}}{s} + \right. \\ \left. + 2,303 (l_{n1} + l_{n2}) \lg \frac{l_{n1} + l_{n2} + \sqrt{(l_{n1} + l_{n2})^2 + s^2}}{l_{n1} - l_{n2} + \sqrt{(l_{n1} - l_{n2})^2 + s^2}} + \right. \\ \left. + \sqrt{(l_{n1} - l_{n2})^2 + s^2} - \sqrt{(l_{n1} + l_{n2})^2 + s^2} \right],$$

где $l_{n1} = 5$ см — длина первого проводника; $l_{n2} = 2,5$ см — длина второго проводника; $s = 0,2$ см — величина зазора между проводниками

$$M = 0,02 \left[4,606 \cdot 5 \cdot \lg \frac{5 + 2,5 + \sqrt{(5 + 2,5)^2 + 0,2^2}}{0,2} + \right. \\ \left. + 2,303 (5 + 2,5) \lg \frac{5 + 2,5 + \sqrt{(5 + 2,5)^2 + 0,2^2}}{5 - 2,5 + \sqrt{(5 - 2,5)^2 + 0,2^2}} + \right. \\ \left. + \sqrt{(5 - 2,5)^2 + 0,2^2} - \sqrt{(5 + 2,5)^2 + 0,2^2} \right] = 0,93 \text{ мкГн.}$$

Пример 6. Выполнить расчет односторонней печатной платы усилителя. Определить минимально допустимые значения толщины и ширины печатных проводников, исходя из электрического режима работы усилителя.

Исходные данные: напряжение питания $U = 12,6$ В; максимальный ток, проходящий через проводник $I_{\max} = 0,4$ А; размер платы 110×70 мм; материал платы — стеклотекстолит фольгированный марки СФ-1-50; метод изготовления платы фотохимический; фоторезист сухой пленочный.

Решение. 1. Так как метод изготовления печатной платы фотохимический, то, следовательно, минимально допустимая толщина печатных проводников будет равна толщине фольги, т. е.

$$h_n = h_f = 0,050 \text{ мм.}$$

2. Минимально допустимую ширину печатного проводника определяем по формуле

$$t_n \geq I_{\max} / (h_n J),$$

где $J = 30$ А/мм² — допустимое значение плотности тока, тогда

$$t_n = 0,4 / (0,05 \cdot 30) = 0,26 \text{ мм, т. е.}$$

плотность печатного монтажа платы может быть не выше 2-го класса.

Пример 7. Определить исполнительные размеры пуансона и матрицы вырубного штампа для обработки печатной платы по контуру.

Исходные данные: размеры платы 140×122 ; материал платы — стеклотекстолит фольгированный марки СФ-1-50; толщина платы 1,5 мм; степень точности изготовления платы — 13-й квалитет.

Решение. Так как толщина платы не превышает 2 мм, то вырубку платы будем вести без подогрева.

Исполнительные размеры матрицы и пуансона определяем по следующим формулам:

$$D_m = (D_n - \delta) + \delta_m; D_n = (D_n - \delta - \Delta) - \delta_n.$$

В соответствии с требуемой степенью точности изготовления печатной платы имеем следующие допуски вырубаемого контура

$$140_{-0,63} \times 122_{-0,63}.$$

Из табл. 2.10 выбираем $\Delta = 0,060$, тогда исполнительные размеры матрицы и пуансона по длине и ширине соответственно составят:

$$\begin{aligned} A_m &= 140 - 0,63 + \delta_m = 139,37^{+\delta_m}; \\ A_n &= 140 - 0,63 - 0,06 - \delta_n = 139,31_{-\delta_n}; \\ B_m &= 122 - 0,63 + \delta_m = 121,37^{+\delta_m}; \\ B_n &= 122 - 0,63 - 0,06 - \delta_n = 121,31_{-\delta_n}. \end{aligned}$$

Для получения размеров платы, соответствующих 13-му квалитету точности, пуансон и матрицу следует изготовить по 10-му квалитету, которому соответствует допуск 160 мкм. С учетом

этого допуска размеры матрицы и пуансона составят:

$$A_m = 139,37^{+0,16} \text{ мм}; \quad A_n = 139,31_{-0,16} \text{ мм}; \\ B_m = 121,37^{+0,16} \text{ мм}; \quad B_n = 121,31_{-0,16} \text{ мм}.$$

Пример 8. Определить исполнительные размеры пуансона и матрицы штампа для пробивки отверстия в печатной плате.

Исходные данные: диаметр пробиваемого отверстия 5Н12; толщина платы 2,5 мм; материал платы — гетинакс марки В.

Решение. Так как материал имеет толщину 2,5 мм, то отверстие следует штамповать с подогревом.

Исполнительные размеры пуансона и матрицы при пробивке отверстий с подогревом материала определяем по формулам:

$$D_m = (D_n + \delta/2 + v_{нар} + \Delta) + \delta_m; \quad v_{нар} = a_T D_n + \psi_y; \\ D_n = (D_n + \delta/2 + v_{вн}) - \delta_n; \quad v_{вн} = c_T D_n + \psi_y.$$

Для материала толщиной 2,5 мм $a_T = 0,0027$; $c_T = 0,0040$; $\psi_y = 0,06$ (см. табл. 2.13), тогда $v_{вн} = 0,004 \cdot 5 + 0,06 = 0,08$; $v_{нар} = 0,0027 \cdot 5 + 0,06 = 0,074$.

Величина допуска на отверстие $\delta = 0,12$, следовательно, $\delta/2 = 0,06$.

Допуск на изготовление режущего контура пуансона и матрицы назначаем по восьмому качеству, т. е. $\delta_n = 0,018$ мм и $\delta_m = 0,018$ мм.

Таким образом,

$$D_n = (5 + 0,06 + 0,08) - 0,018 = 5,14_{-0,018} \text{ мм}; \\ D_m = (5 + 0,06 + 0,074 + 0,06) + 0,018 = 5,194 + 0,018 \text{ мм}.$$

Пример 9. Определить коэффициент использования материала при изготовлении партии печатных плат.

Исходные данные: размер платы 140 × 122 мм; материал платы — стеклотекстолит фольгированный марки СФ-1-50, лист 400 × 600 мм; толщина материала 1,5 мм; годовая программа выпуска 6250 плат.

Решение. Коэффициент использования материала (η , %) определяем по формуле

$$\eta = \frac{F_{п.пол} N_1}{F_{л} N_2} 100,$$

где $F_{п.пол} = F_{п} - n_{отв} \frac{\pi d^2}{4}$ — полезная площадь платы, м²; $F_{п} = 0,01708$ м² — площадь платы; $\pi d^2/4$ — площадь монтажного отверстия, в плате, м²; $n_{отв}$ — число монтажных отверстий на плате; N_1 — годовая программа выпуска плат; $F_{л} = 0,24$ м² — площадь листа, из которого получают заготовки плат; N_2 — количество листов, необходимых для изготовления 6250 плат.

Из одного листа размером 400 × 600 мм можно получить восемь заготовок плат. Для изготовления 6250 плат потребуется $6250 : 8 = 781,25$ листа материала, т. е. $N_2 = 782$.

Так как величина $\pi d^2/4$ очень мала, то ею при расчете η можно пренебречь, тогда

$$\eta = \frac{0,01708 \cdot 6250}{0,24 \cdot 782} 100 \approx 57 \%$$

Пример 10. Определить усилие вырубki печатной платы по контуру и обосновать выбор для этой операции конкретного пресса.

Исходные данные: размер платы 140×122 мм; материал платы — стеклотекстолит фольгированный марки СФ-1-50; толщина материала — 1,5 мм. Сопротивление срезу стеклотекстолита $\tau = 9 \cdot 10^7$ Па.

Решение. Усилие вырубki платы по контуру определяем по формуле

$$P_{\text{общ}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4,$$

где

$$P_1 = \pi n \tau K_1 = 524 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^7 \cdot 1,1 = 77814 \text{ Н}; P_2 = \pi n q = 524 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^7 = 7860 \text{ Н}; P_3 = K_2 P_1 = 0,06 \cdot 77814 = 4669 \text{ Н}; P_4 = K_{\text{сн}} P_1 = 0,06 \cdot 77814 = 4669 \text{ Н}.$$

Таким образом,

$$P_{\text{общ}} = 77814 + 7860 + 4669 + 4669 = 95012 \text{ Н}.$$

Необходимое усилие пресса рассчитываем по формуле $P = 1,25 P_{\text{общ}} = 1,25 \cdot 95012 = 118765 \text{ Н} \approx 119 \text{ кН}$.

На основании выполненного расчета выбираем однокривошипный пресс простого действия модели К2122 с параметрами: номинальное усилие — 160 кН; ход ползуна — (10—55) мм; число ходов ползуна — 120 в минуту.

Пример 11. Для односторонней печатной платы усилителя и ограничителя задержанного сигнала цветного телевизора (рис. 2.12) составить таблицу цепей и разработать программу контроля на сообщение печатных проводников, сопротивление изоляции, электропрочность. Привести фрагмент печати обнаружения брака при замыкании и разобщении печатных проводников (указано на рис. 2.12).

Решение. Разбиваем плату на четыре зоны. В каждой зоне 12 металлизированных отверстий. На плате пять контактов под разъемы (табл. 2.20).

По таблице цепей составляем

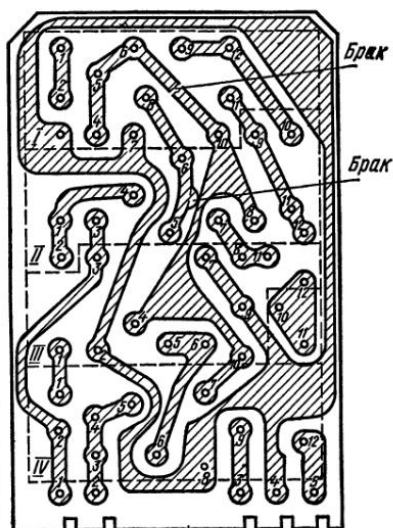


Рис. 2.12. Схема печатных проводников платы усилителя и ограничителя

программу контроля в десятичном изображении. Фрагмент программы контроля для 1, 2 и 15-й цепей приведен в табл. 2.21.

Таблица 2 20

Номер цепи	Номера зон и отверстий
1	I 01; I 02
2	I 03; III 09; III 07; 00 04; IV 08; III 02; I 07
3	I 04; I 05; I 06; I 10; II 08; III 04; III 10; IV 07
4	I 09; I 12; II 10
5	I 08; II 06; II 05
6	I 11; II 09; II 11; II 12
7	II 04; II 01; II 02
8	II 07; III 08; III 11
9	II 03; III 03; IV 02; 00 01
10	III 01; IV 01
11	III 05; III 06; IV 06
12	III 12; IV 10, IV 11
13	IV 05; IV 04; IV 03; 00 02
14	IV 09; 00 03
15	IV 12; 00 05

Примечание Номера зон обозначены римскими цифрами, номера отверстий — арабскими цифрами, перед номером гнезда или разъема стоит 00.

Таблица 2.21

Номер цепи	Номер кадра	Перфолента						
		строка 1	строка 2	строка 3	строка 4	строка 5	строка 6	строка 7
1	1	1	1	0	1	0	1	Конец кадра То же
	2	2	1	0	1	0	2	
2	1	1	1	0	1	0	3	» » » » Конец кадра То же
	2	1	1	0	3	0	9	
	3	1	1	0	3	0	7	
	4	1	2	0	0	0	4	
	5	1	1	0	4	0	8	
15	6	1	1	0	3	0	2	» » » » »
	7	2	1	0	1	0	7	
	1	1	1	0	4	1	2	
	2	2	2	0	0	0	5	

На рис. 2.13 приведен фрагмент перфоленты для цепи 1, состоящий из двух кадров.

При контроле цепи 3 (печатного проводника 3) на команду «разобщение» в последнем кадре цепи (IV зона, отверстие 7) все остальные 14 печатных проводника, кроме контролируемого, соединяются между собой. При этом проверяется изоляция и электрическая прочность между печатным проводником 3 и всеми остальными.

Вследствие замыкания проводника 3 на печатный проводник 5, фиксируется брак, а печатающее устройство напечатает на бумажной ленте вид брака и адрес цепи согласно табл. 2.19:

310407

310205.

Это означает:

брак по изоляции в зоне;

нарушение изоляции между печатным проводником, в котором находится отверстие IV 07, и печатным проводником, в котором находится отверстие II 05.

По табл. 2.20 находим, что отверстие IV 07 принадлежит цепи 3, а II 05 — цепи 5. Следовательно, необходимо ликвидировать замыкание между печатными проводниками 3 и 5.

При контроле на сообщение цепи 3 вследствие разрыва между контактными точками I 06 и I 10 на печать выводится 110106. Это означает, что существует разобщение между отверстиями I 06 и I 10, поскольку при контроле на сообщение проводится измерение омического сопротивления каждой контактной точки в соседней по таблице цепей.

Пример 12. Разработать конструкцию и технологию изготовления печатной платы модуля. Выбрать материал и метод изготовления печатной платы. Определить габариты заготовки платы и коэффициент использования материала. Разработать последовательность технологического процесса изготовления печатной платы.

Исходные данные: электрическая схема модуля (R_1 — резистор МЛТ-0,25 — 10 кОм $\pm 10\%$, R_2 — резистор МЛТ-0,25 — 2,2 кОм $\pm 10\%$, R_3 — резистор МЛТ-0,25 — 7,5

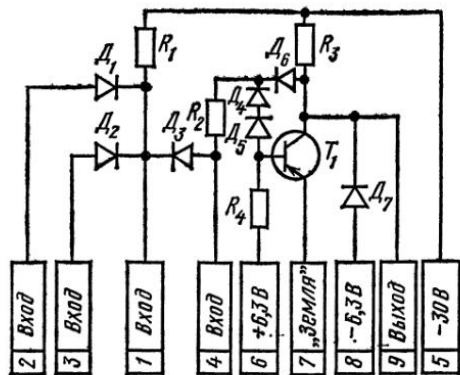


Рис. 2.14. Электрическая схема модуля

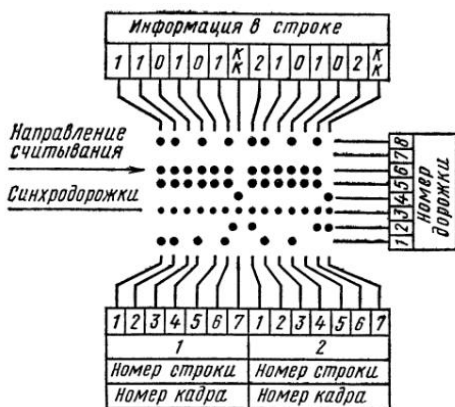


Рис. 2.13. Фрагмент перфоленты для контроля первой цепи платы усилителя и ограничителя; КК — информация в седьмой строке «конец кадра»

кОм $\pm 10\%$, R_4 — резистор МЛТ-0,25 — 10 кОм $\pm 10\%$, D_1 — D_3 и D_7 — диоды кремниевые Д220, D_4 — D_6 — диоды кремниевые Д219А, T_1 — триод германиевый МП16А (см. рис. 2.14); шаг координатной сетки платы 2,5 мм; плотность печатного монтажа — 1-й класс; условия эксплуатации лабораторные; программа выпуска 20 000 плат в год.

Решение. 1. Так как условия эксплуатации модуля лабораторные, а класс плотности печатного монтажа первый, то в качестве исходного материала для печатной платы берем односторонний фольгированный гетинакс марки ГФ-1-35 толщиной 1,5 мм, лист 400×600 мм. При этом в качестве метода изготовления печатной платы выбираем химический метод с фотохимическим способом получения рисунка схемы, фоторезист жидкий.

Для обеспечения механического и электрического соединения ЭРЭ на печатной плате применяем пустотелые заклепки диаметром 2 мм, изготовленные из латуни марки Л62 и имеющие покрытие серебром.

2. Габаритные размеры печатной платы и ее заготовки определяем по результатам компоновки ЭРЭ и электрических печатных соединителей на плате. При этом необходимо учитывать то, что для печатных плат с плотностью монтажа по 1-му классу минимальные значения основных геометрических параметров должны быть следующими (см. табл. 2.2): ширина проводника $t_n = 0,50$ мм, расстояния между проводниками, контактными пло-

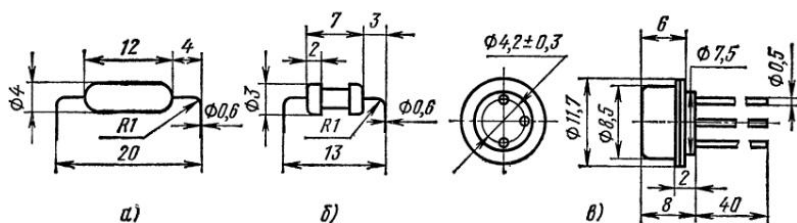


Рис. 2.15. Размеры ЭРЭ и форма их выводов:

а — диод Д220, б — резистор МЛТ-0,25; в — транзистор МП16А

щадками, проводником и контактными площадками $s = 0,50$ мм; расстояния от края просверленного отверстия до края контактной площадки $b_m = 0,05$ мм.

Размеры и форма выводов применяемых ЭРЭ показаны на рис. 2.15.

В результате компоновки определены габариты печатной платы размером 40×55 мм и габариты заготовки платы размером 60×75 мм. Схема раскроя материала и чертеж печатной платы приведены на рис. 2.16 и 2.17.

Коэффициент использования материала определяем по формуле

$$\eta = \frac{F_1 n_{пл}}{F_2} 100,$$

где F_1 — площадь платы; F_2 — площадь листа; $n_{пл}$ — количество плат, получаемых из листа.

Коэффициент использования материала при изготовлении печатных плат

$$\eta_1 = \frac{40 \cdot 55 \cdot 45}{400 \cdot 600} 100 \approx 41 \%$$

Коэффициент использования материала с учетом технологической зоны

$$\eta_2 = \frac{60 \cdot 75 \cdot 45}{400 \cdot 600} 100 \approx 84 \%$$

3. Последовательность технологического процесса изготовления печатной платы фотохимическим методом, разрабатываемая по рекомендациям [19], состоит из следующих операций.

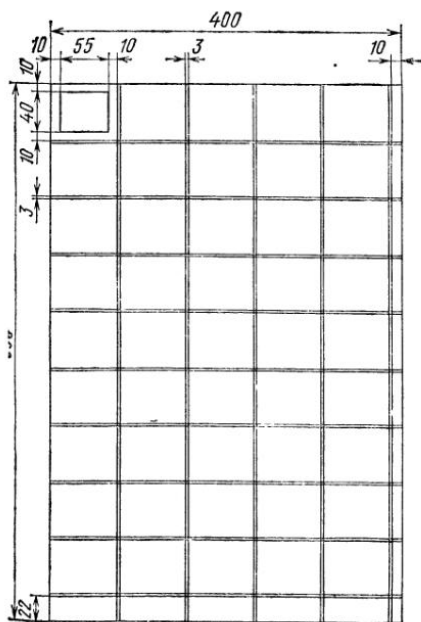


Рис. 2.16. Раскрой материала листа

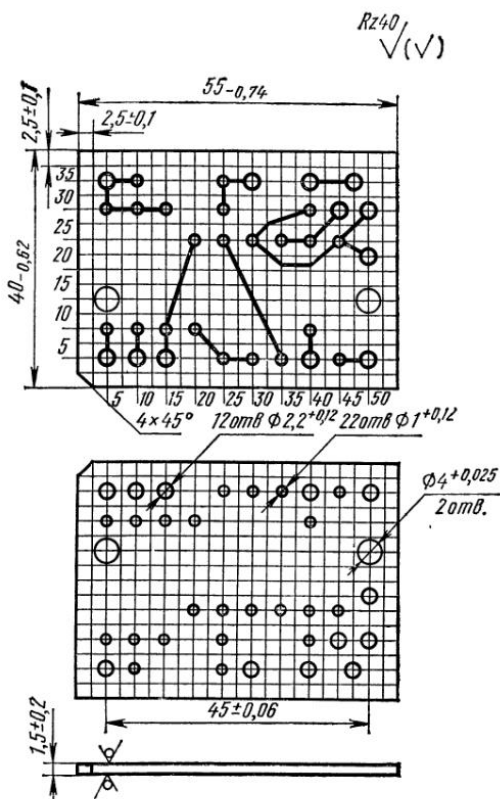


Рис. 2.17. Печатная плата

Изготовление заготовок фольгированного гетинакса из листа размером 400×600 мм путем резки листов гетинакса дисковыми фрезами диаметром $D = 100$ мм и толщиной $b = 3$ мм.

Режимы резания: скорость резания $v = 100 \div 200$ м/мин, подача $s = 0,4 \div 0,5$ мм/об.

Выполнение базовых отверстий диаметром $d = 4^{+0,025}$ мм.

Режимы резания: скорость резания $v = 100 \div 120$ м/мин; подача $s = 0,05 \div 0,1$ мм/об; стойкость сверла из стали Р9 или Р18 составляет 12—30 мин.

Подготовка поверхности фольгированного гетинакса к нанесению фоторезиста. Процесс заключается в механической и химической зачистке медной фольги и состоит из: зачистки фольги влажным наждачным порошком; промывки в проточной воде; обработки фольги в 5—7%-ном растворе соляной кислоты в течение 30 с; промывки струей воды.

Нанесение фоторезиста, приготовленного на основе поливинилового спирта, поливом на поверхность фольги с центрифугированием и сушкой.

Режимы нанесения светочувствительного слоя:

скорость вращения центрифуги $n = 80 \div 100$ об/мин;

температура сушки $T = 35 \div 40$ °С.

Экспонирование. Фотоэкспонирование защитного изображения печатных проводников производят в копировальной рамке в течение 8—10 мин.

Проявление позитивного защитного рисунка печатных проводников осуществляют теплой водой ($T = 40 \div 50$ °С) в ванне с ультразвуковыми колебаниями.

Задубливание защитного слоя производят путем химического (в растворе 3%-ного хромового ангидрида) и термического (при температуре $T = 60$ °С) дублирования позитивного защитного рисунка печатных проводников.

Травление. Удаление меди с незащищенных участков фольги осуществляют в травильном агрегате типа КТ-3 в течение 15—18 мин обработкой платы водным раствором хлорного железа с последующей промывкой в проточной воде.

Удаление задубленного слоя производят обработкой печатных плат в 5%-ном растворе соляной кислоты в течение 10—15 мин промывкой в проточной воде и последующей сушкой платы в термостате при температуре $T = 40$ °С.

Покрывание проводников сплавом Розе (32% Pb, 16% Sn, 52% Bi).

Сверление монтажных отверстий диаметром $d_1 = 1^{+0,12}$ мм и $d_2 = 2,2^{+0,12}$ мм.

Режимы резания: скорость резания $v = 100 - 120$ м/мин; подача $s = 0,05 \div 0,1$ мм/об.

Фрезерование по контуру производят на горизонтально-фрезерном станке в приспособлении фрезой с пластинками из твердого сплава.

Режимы резания: скорость резания $v = 200 \div 600$ м/мин; подача $s = 0,05 \div 0,1$ мм/об.

Установка пистонов. Установку и развальцовку отожженных и посеребренных пистонов диаметром $d = 2$ мм в отверстия печатной платы осуществляют на полуавтомате.

Задачи и упражнения

1. Определить количество проводников, которые можно разместить на односторонней печатной плате между двумя отверстиями

Исходные данные: метод изготовления платы—фотохимический; расстояние между отверстиями 7,5 мм; максимальный диаметр контактной площадки 2 мм; шаг координатной сетки 2,5 мм; плотность печатного монтажа—1-й класс; материал платы—гетинакс фольгированный марки ГФ-1-35.

О т в е т. $n_n = 5$.

2. Рассчитать конструктивно-технологические параметры двусторонней печатной платы, в том числе определить максимальный диаметр контактной площадки и количество проводников, которые можно разместить на печатной плате между двумя металлизированными отверстиями.

Исходные данные: метод изготовления платы—полуаддитивный; способ получения рисунка—фотохимический; фоторезист сухой пленочный; расстояние между металлизированными отверстиями 3,75 мм; шаг координатной сетки 1,25 мм; диаметр неметаллизированных отверстий 1,0 мм; материал платы—стеклотекстолит марки СТЭФ-1-2ЛК; плотность печатного монтажа—3-й класс; металлический резист—оплавляемый сплав олово-свинец.

О т в е т. $D_{\max} = 1,47$ мм; $n_n = 3$.

3. Выбрать метод изготовления двусторонней печатной платы и определить количество проводников, которые можно разместить между двумя контактными площадками.

Исходные данные: плотность печатного монтажа—2-й класс; шаг координатной сетки 1,25 мм; максимальный диаметр контактной площадки 1,7 мм; расстояние между отверстиями контактных площадок 3,75 мм.

О т в е т. Метод полуаддитивный; $n_n = 2$.

4. Определить максимальный диаметр контактных площадок монтажных отверстий, которые можно расположить на односторонней печатной плате.

Исходные данные: метод изготовления платы—фотохимический; диаметр монтажных отверстий $d_{\max} = 0,82$ мм; расстояние между двумя монтажными отверстиями 2,5 мм; шаг координатной сетки 2,5 мм; плотность печатного монтажа—1-й класс; материал платы—гетинакс фольгированный марки ГФ-1-35.

О т в е т. $D'_{\max} = 1,38$ мм.

5. Определить максимальный диаметр монтажных отверстий, которые можно расположить на двусторонней печатной плате.

Исходные данные: метод изготовления платы—комбинированный позитивный; способ получения рисунка—фотохимический; фоторезист—сухой пленочный; минимальное расстояние между двумя монтажными отверстиями 2,5 мм; шаг координатной сетки 2,5 мм; плотность печатного монтажа 2-й класс; металлический резист—оплавляемый сплав олово-свинец; материал платы—стеклотекстолит фольгированный марки СФ-2-35.

П р и м е ч а н и е. Печатные проводники между двумя монтажными отверстиями с расстоянием 2,5 мм не прокладывать.

О т в е т. $d = 1,53$ мм.

6. Определить возможность размещения двух проводников между двумя металлизированными отверстиями, расположенными в узлах координатной сетки многослойной печатной платы.

Исходные данные: метод изготовления МПП—металлизация сквозных отверстий; способ получения рисунка слоев—фотохимический; фоторезист—сухой пленочный; металлический резист—оплавляемый сплав олово-свинец; технология изготовления внутренних слоев—способ А, минимальное расстояние между двумя металлизированными отверстиями 3,75 мм; шаг координатной сетки 1,25 мм; диаметр монтажного отверстия $d_{\max} = 1,12$ мм; плотность печатного монтажа 2-й класс; материал МПП—стеклотекстолит фольгированный травящийся марок ФТС-1-35А ($H = 0,1$) и ФТС-2-35А ($H = 0,14$).

О т в е т. $n_n \approx 2,06$, таким образом, на расстоянии $l = 3,75$ мм можно разместить два проводника.

7. Рассчитать конструктивно-технологические параметры односторонней печатной платы функционального узла, в том числе определить диаметр кон-

тактных площадок, ширину проводника, число проводников, которые можно провести между соседними контактными площадками.

Исходные данные: метод изготовления печатной платы — фотохимический; минимальное расстояние между двумя монтажными отверстиями $l=2,5$ мм; диаметр неметаллизированного монтажного отверстия $d_{св}=1,4$ мм; форма контактной площадки круглая, материал печатной платы — гетинакс фольгированный марки ГФ-1-35, толщина материала платы $H=1,5$ мм, плотность печатного монтажа — 1-й класс, шаг координатной сетки 2,5 мм.

О т в е т. $D'_{\min}=1,92$ мм; $D'_{\max}=1,98$ мм; $t'_{п \min}=0,23$ мм; $t'_{п \max}=0,32$; $n_{п}=0$.

8. Рассчитать конструктивно-технологические параметры двусторонней печатной платы функционального узла. Выбрать материал и толщину платы. Определить геометрические размеры элементов печатного монтажа (диаметр контактных площадок и ширину проводника), число проводников, которые можно провести между соседними контактными площадками.

Исходные данные: метод изготовления печатной платы — электрохимический (полуаддитивный); способ получения рисунка — фотохимический; минимальное расстояние между двумя монтажными отверстиями $l=3,75$ мм; диаметр неметаллизированного монтажного отверстия $d_{св}=0,7$ мм; форма контактной площадки — круглая; плотность печатного монтажа — 2-й класс; резистивное покрытие — олово-свинец.

О т в е т. Стеклотекстолит марки СТЭФ-1-2ЛК; $H=1,5$ мм; $D_{\min}=1,15$ мм; $D_{\max}=1,19$ мм; $t_{п \min}=0,16$ мм; $t_{п \max}=0,225$ мм; $n_{п}=3$.

9. Рассчитать конструктивно-технологические параметры двусторонней печатной платы функционального узла. Выбрать материал и толщину платы. Определить геометрические размеры элементов печатного монтажа (диаметр контактных площадок и ширину проводника), число проводников, которые можно провести между соседними контактными площадками.

Исходные данные: метод изготовления печатной платы — комбинированный позитивный; способ получения рисунка сеточнографический; фоторезист — сухой пленочный; резистивное покрытие — олово-свинец; минимальное расстояние между соседними монтажными отверстиями $l=2,5$ мм; диаметр неметаллизированного монтажного отверстия $d_{св}=1,4$ мм; форма контактной площадки круглая; плотность печатного монтажа — 1-й класс.

О т в е т. Стеклотекстолит фольгированный марки СФ-2-50; $H=2,5$ мм; $D_{\min}=2,01$ мм; $D_{\max}=2,05$ мм; $t_{п \min}=0,319$ мм; $t_{п \max}=0,385$ мм; $n_{п}=0$.

10. Рассчитать конструктивно-технологические параметры многослойной печатной платы. Выбрать материал и метод изготовления внутренних и наружных слоев. Рассчитать геометрические размеры элементов печатного монтажа (диаметр контактных площадок и ширину проводника) для внутренних и наружных слоев. Определить число проводников, которое можно провести между двумя соседними отверстиями.

Исходные данные: метод изготовления МПП — металлизация сквозных отверстий; минимальное расстояние между центрами монтажных отверстий $l=3,75$ мм; форма контактной площадки круглая; число слоев МПП-12; плотность печатного монтажа — 2-й класс.

О т в е т. Стеклотекстолит фольгированный травящийся марки ФТС-1-20А ($H=0,15$) и ФТС-2-20А ($H=0,18$); стеклоткань прокладочная марки СПТ-3 ($H=0,025$); метод изготовления внутренних слоев — фотохимический, наружных — комбинированный позитивный; $D'_{\min}=1,27$ мм; $D'_{\max}=1,33$ мм; $D_{\min}=1,2$ мм; $D_{\max}=1,24$ мм; $t'_{п \min}=0,21$ мм; $t'_{п \max}=0,295$ мм; $t_{п \min}=0,24$ мм; $t_{п \max}=0,305$; $n_{п}=3$; $n_{п}=3$.

11. Произвести проверочный расчет двусторонней печатной платы промежуточного усилителя (см. рис. 2.10 и 2.11). Определить минимально допустимые значения ширины печатного проводника, падения напряжения и мощности потерь.

Исходные данные: напряжение питания $U=12$ В; максимальный ток, проходящий через проводник, $I_{\max}=0,7$ А; размер платы 45×75 мм; материал платы — стеклотекстолит марки СТЭФ-1-2ЛК ($H=1,5$ мм); метод изготовления

платы — электрохимический (полуаддитивный); способ получения рисунка — фотохимический; резистивное покрытие — олово-свинец.

Отв. $t_{\text{п}} \geq 0,378$ мм; $\Delta U = 0,018$ В; $P_{\text{п}} = 1,45$ мВт.

12. Произвести проверочный расчет двусторонней печатной платы усилителя. Определить минимально допустимые значения толщины и ширины проводника.

Исходные данные: напряжение питания $U = 12$ В; максимальный ток, проходящий через проводник, $I_{\text{max}} = 0,4$ А; размер платы 110×70 мм; материал платы — стеклотекстолит фольгированный марки СФ-2-35; метод изготовления платы — комбинированный позитивный; резистивное покрытие — олово-свинец; плотность печатного монтажа — 2-й класс.

Отв. $h = 0,096$ мм; $t_{\text{п}} \geq 0,13$ мм.

13. Произвести расчет динамических характеристик двусторонней печатной платы функционального узла по заданной допустимой мощности потерь $P_{\text{п}} = 50 \cdot 10^{-6}$ Вт. Обосновать выбор материала и метода изготовления печатной платы.

Исходные данные: напряжение питания $U = 12$ В; частота питающего напряжения $0,1$ МГц; размер платы 110×70 мм; суммарная площадь печатных проводников 2100 мм²; материал платы — стеклотекстолит марки СТЭФ-1-2ЛК ($H = 1,5$ мм); метод изготовления платы — электрохимический (полуаддитивный); способ получения рисунка — сеточнографический; резистивное покрытие — олово-свинец.

Отв. $P_{\text{п.расч}} = 0,135$ мВт, т. е. $P_{\text{п.расч}} > P_{\text{п.зад}}$, поэтому необходимо применить другой материал и метод изготовления платы.

14. Рассчитать конструктивно-технологические параметры многослойной печатной платы функционального узла, собранного на микросхемах типа 134ЛБ2А. Определить габариты МПП, максимальную длину проводника, емкость проводников, омическое сопротивление проводника, волновое сопротивление проводников, величину узкого места при прокладке трех проводников, усилие прессования печатных слоев; себестоимость изготовления отдельного слоя.

Исходные данные: метод изготовления МПП — послойное наращивание; число слоев 5; количество микросхем 26; материал слоев — стеклоткань СПТ-3 ($H_{\text{пр}} = 0,06$), катаная фольга М-1, стеклоткань Э-0,1 ($H_{\text{э}} = 0,1$), гальванически наращиваемая медь ($h_{\text{г}} = 0,06$); частота питающего напряжения $f = 100$ МГц; допустимая паразитная емкость между двумя печатными проводниками $C_{\text{пар}} \leq 10$ пФ; плотность печатного монтажа — 2-й класс; шаг координатной сетки 2,5 мм; годовая программа выпуска МПП $N = 1000$ шт.

Отв. Габариты МПП $A \times B \times H = 120 \times 40 \times 1,1$ мм; длина проводника $l = 31,45$ мм; емкость печатных проводников $C_1 = 2,30$ пФ; омическое сопротивление проводника $R = 0,42$ Ом; волновое сопротивление проводников $Z_{\text{в}} = 81,86$ Ом; величина узкого места при прокладке трех проводников: для наружного слоя платы $l_{\text{min}} = 4,27$ мм; для внутренних слоев платы $l_{\text{min}} = 4,29$ мм; усилие прессования: внутренних слоев $P_{\text{вн}} = 9,6$ кН; наружного слоя $P_{\text{н}} = 40,8$ кН.

15. Рассчитать конструктивно-технологические параметры многослойной печатной платы функционального узла, собранного на микросхемах типа 134ЛБ2А. Определить габариты МПП, максимальную длину проводника, емкость проводников; омическое сопротивление проводника, волновое сопротивление проводников, величину узкого места при прокладке двух проводников, усилие прессования печатных слоев; себестоимость изготовления отдельного слоя.

Исходные данные: метод изготовления — парное прессование; число слоев 4; количество микросхем 28; расположение микросхем на плате двустороннее; способ получения рисунка слоев — сеточнографический; материал слоев — стеклотекстолит теплостойкий фольгированный марки СТФ-2 ($H = 0,20$), стеклоткань СПТ-3 ($H_{\text{пр}} = 0,06$); число слоев стеклоткани СПТ-3 — 3; частота питающего напряжения $f = 50$ МГц; допустимая емкость между двумя печатными проводниками $C \leq 6$ пФ; плотность печатного монтажа — 1-й класс; шаг координатной сетки 2,5 мм; годовая программа выпуска МПП $N = 1000$ шт.

Отв. Габариты МПП $A \times B \times H = 60 \times 70 \times 0,6$ мм; длина проводника

$l=24,6$ мм; емкость печатных проводников $C_1=2,21$ пФ; омическое сопротивление проводника $R=0,22$ Ом; волновое сопротивление проводников $Z_B=80,62$ Ом; величина узкого места при прокладке двух проводников $l_{\min}=2,64$ мм; усилие прессования МПП $P=25,2$ кН.

16. Рассчитать конструктивно-технологические параметры многослойной печатной платы функционального узла, собранного на микросхемах типа 134ЛБ2А. Определить габариты МПП, максимальную длину проводника, емкость проводников, омическое сопротивление проводника, волновое сопротивление проводников, величину узкого места при прокладке двух проводников, усилие прессования слоев.

Исходные данные: метод изготовления МПП—послойное наращивание; число слоев 5; количество микросхем 20; материал слоев—стеклоткань СПТ-3 ($H_{\text{пр}}=0,06$), катаная фольга М-1; стеклоткань Э-0,1 ($H_0=0,1$), гальванически наращиваемая медь ($h_T=0,06$); частота питающего напряжения $f=49$ МГц; допустимая паразитная емкость между двумя проводниками $C \leq 7$ пФ; плотность печатного монтажа—2-й класс; шаг координатной сетки 1,25 мм.

О т в е т. Габариты МПП $A \times B \times H=90 \times 90 \times 1,1$ мм; длина проводника $l=36,14$ мм; емкость печатных проводников $C_1=2,64$ пФ; омическое сопротивление проводников $R=0,41$ Ом; волновое сопротивление проводников $Z_B=81,86$ Ом; величина узкого места при прокладке двух проводников $l_{\min}=2,99$; усилие прессования: внутренних слоев $P_{\text{вн}}=18$ кН; наружного слоя $P_{\text{н}}=76,5$ кН.

17. Рассчитать конструктивно-технологические параметры многослойной печатной платы функционального узла, собранного на микросхемах типа «Тропа». Определить габариты МПП, максимальную длину проводника, емкость проводников, омическое сопротивление проводника, волновое сопротивление проводников, усилие и время прессования МПП, себестоимость изготовления отдельного слоя.

Исходные данные: метод изготовления МПП—сквозная металлизация; способ получения рисунка печатных проводов—фотохимический; число слоев 12; количество микросхем 26; материал слоев—стеклоткостолит фольгированный травящийся марки ФТС-1-20А ($H=0,15$) и ФТС-2-20А ($H=0,18$), стеклоткань Э-0,1 ($H_0=0,1$); плотность печатного монтажа—2-й класс; шаг координатной сетки 2,5 мм; частота питающего напряжения $f=25$ МГц; допустимая паразитная емкость между двумя печатными проводниками $C_{\text{пар}} \leq 10$ пФ; годовая программа выпуска МПП $N=1000$ шт.

О т в е т. Габариты платы $A \times B \times H=100 \times 60 \times 1,8$ мм; длина проводника $l=27,3$ мм; емкость печатных проводников $C_1=2,12$ пФ; омическое сопротивление проводника $R=0,14$ Ом; волновое сопротивление проводников $Z_B=76,75$ Ом; усилие прессования МПП $P=48$ кН; время выдержки при прессовании МПП $t=27,83$ мин.

18. Определить габариты многослойной печатной платы и рассчитать себестоимость отдельного печатного слоя функционального узла, собранного на микросхемах типа «Тропа».

Исходные данные: метод изготовления МПП—сквозная металлизация; число слоев 10; количество микросхем 30; способ изготовления слоев—фотохимический; количество проводников в узком месте 2; материал слоев—стеклоткостолит фольгированный травящийся марки ФТС-1-20А ($H=0,15$) и ФТС-2-20А ($H=0,18$), стеклоткань Э-0,1 ($H_0=0,1$); плотность печатного монтажа—1-й класс; годовая программа выпуска МПП $N=1000$ шт.

О т в е т. Габариты МПП $A \times B \times H=100 \times 80 \times 1,5$ мм.

19. Определить исполнительные размеры пуансона и матрицы вырубного штампа для обработки печатной платы по контуру. Определить усилие вырубки и обосновать выбор оборудования.

Исходные данные: размеры печатной платы 55×110 мм; степень точности платы—14-й квалитет; материал платы—гетинакс фольгированный марки ГФ-1-35; толщина платы 2 мм. Сопротивление срезу гетинакса $\tau=6 \cdot 10^7$ Па.

О т в е т. Исполнительные размеры пуансона $A_{\text{п}}=109,58_{-0,14}$ мм, $B_{\text{п}}=54,64_{-0,12}$ мм. Исполнительные размеры матрицы $A_{\text{м}}=109,65^{+0,14}$ мм, $B_{\text{м}}=54,7^{+0,12}$ мм. Усилие вырубки $P_{\text{обш}}=91,2$ кН. Пресс однокривошипный, открытый, двустоечный, простого действия, ненаклоняемый, модели К2120А

с параметрами: усилие пресса 100 кН; ход ползуна 5—50 мм; число ходов ползуна 25 в минуту.

20. Определить исполнительные размеры пуансона и матрицы для пробивки четырех базовых отверстий в печатной плате.

Исходные данные: диаметр пробиваемых отверстий 4Н14 мм; толщина платы 3 мм; материал платы—гетинакс марки Ав.

О т в е т. $D_{\text{п}} = 4,24_{-0,048}$ мм; $D_{\text{м}} = 4,29^{+0,048}$ мм.

21. Определить исполнительные размеры пуансона и матрицы совмещенного штампа для вырубки платы по контуру и пробивки четырех базовых отверстий. Рассчитать межцентровые расстояния между пуансонами для пробивки отверстий.

Исходные данные: размеры печатной платы 140Н12×150Н12 мм; диаметр пробиваемых отверстий 3,2Н12 мм; расстояния между отверстиями 130 ± 0,1 мм и 140 ± 0,2 мм; толщина платы 1,5 мм; материал платы—стеклотекстолит фольгированный марки СФ-1-50.

О т в е т. $D_{\text{п}} = 3,32_{-0,018}$ мм; $D_{\text{м}} = 3,35^{+0,018}$ мм; $A_{\text{п}} = 149,54_{-0,063}$ мм; $B_{\text{п}} = 139,54_{-0,063}$ мм; $A_{\text{м}} = 149,6^{+0,063}$ мм; $B_{\text{м}} = 139,6^{+0,063}$ мм; $L_{0130} = 130 \pm 0,05$ мм; $L_{0140} = 140 \pm 0,1$ мм.

22. Разработать конструкцию и технологию изготовления печатной платы инвертора. Выбрать материал и метод изготовления печатной платы. Определить габариты заготовки платы и коэффициент использования материала. Привести основные этапы технологического процесса изготовления печатной платы.

Исходные данные: схема электрическая инвертора (R_1 —резистор МЛТ-0,5—6,2 кОм ± 10%, R_2 —резистор МЛТ-0,5—20 кОм ± 10%, T_1, T_2 —транзистор П16А) (рис. 2.18); напряжение питания 27 В ± 10%, потребляемый ток 3,3 мА; граничная частота 15 кГц; плотность печатного монтажа—2-й класс; шаг координатной сетки 2,5 мм; условия эксплуатации—наземная РЭА; программа выпуска 50 000 плат в год.

23. Разработать конструкцию и технологию изготовления печатной платы фильтра. Выбрать материал и метод изготовления печатной платы. Определить диаметры контактных площадок, ширину проводников, минимальные расстояния между элементами печатного монтажа. Привести основные этапы технологического процесса изготовления печатной платы.

Исходные данные: электрическая схема фильтра (R_1 —резистор МЛТ-0,25—100 кОм ± 10%, R_2, R_3 —резисторы МЛТ-0,25—18 кОм ± 10%, R_4 —резистор МЛТ-0,25—160 кОм ± 10%, R_5 —резистор МЛТ-0,25—620 Ом ± 10%, C_1, C_2 —конденсаторы МБМ-160—0,1 ± 10%, C_3, C_4 —конденсаторы МБМ-160—0,022 ± 10%; C_5 —конденсатор МБМ-160—0,5 ± 10%, T_1 —транзистор КТ315А) (рис. 2.19); напряжение питания 12 В ± 10%, потребляемый ток 7 мА; граничная частота 20 кГц; плотность печатного монтажа 2-й класс; шаг координатной сетки 2,5 мм; условия эксплуатации—наземная стационарная РЭА; программа выпуска 100 000 плат в год.

24. Разработать конструкцию и технологию изготовления печатной платы импульсного генератора. Выбрать материал и метод изготовления печатной платы. Определить допустимые значения длины проводника, емкости проводников, омического сопротивления проводника, волнового сопротивления проводников. Рассчитать габаритные размеры платы. Привести основные этапы технологического процесса изготовления печатной платы.

Исходные данные: электрическая схема импульсного генератора (R_1, R_2 —резисторы МЛТ-0,25—47 кОм ± 10%, R_3 —резистор МЛТ-0,25—1 кОм ± 10%, R_4 —резистор МЛТ-0,25—100 Ом ± 10%, C_1 —конденсатор КТП-2Ба-М47—1000 пФ ± 10%, T_1 —транзистор КТ315А, D —микросхема К155ЛА3, D_1, D_2 —диоды полупроводниковые Д220) (рис. 2.20); напряжение питания 5 В ± 5%; потребляемый ток 20 мА; граничная частота 100 кГц; плотность печатного монтажа 3-й класс; шаг координатной сетки 1,25 мм; условия эксплуатации—бортовая самолетная РЭА; программа выпуска 200 000 плат в год.

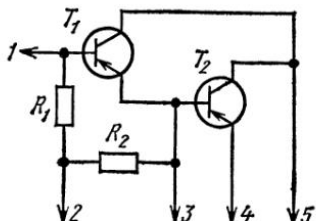


Рис. 2.18. Электрическая схема инвертора

25. Разработать конструкцию и технологию изготовления печатной платы фильтра НЧ. Выбрать материал и метод изготовления печатной платы. Рассчитать габаритные размеры платы. Определить минимально допустимую ширину печатного проводника, падение напряжения, мощность потерь, паразитную емкость и взаимную индуктивность двух параллельных проводников. Привести основные этапы технологического процесса изготовления печатной платы.

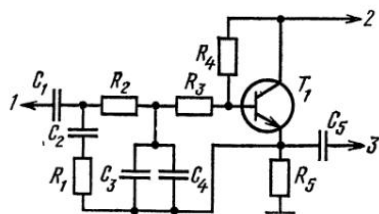


Рис. 2.19. Электрическая схема фильтра

Исходные данные: электрическая схема фильтра НЧ (R_1 — R_4 —резисторы МЛТ-0,25—18 кОм $\pm 10\%$, R_5 —резистор МЛТ-0,25—6,8 кОм $\pm 10\%$, R_6 —резистор МЛТ-0,25—91 кОм $\pm 10\%$, R_7 , R_8 —резисторы МЛТ-0,25—100 Ом $\pm 10\%$, C_1 — C_3 —конденсаторы К73-5—0,22 мкФ $\pm 10\%$, C_4 —конденсатор К73-5—2200 пФ $\pm 10\%$, C_5 —конденсатор К73-5—0,05 мкФ $\pm 10\%$, А—микросхема К140УД1А)

кресхема К140УД1А) (рис. 2.21); напряжение питания 6 В $\pm 5\%$; потребляемый ток 30 мА; граничная частота 250 кГц; плотность печатного монтажа 2-й класс; шаг координатной сетки 1,25 мм; условия эксплуатации—бортовая ракетная РЭА; программа выпуска 50 000 плат в год.

26. Разработать конструкцию и технологию изготовления печатной платы фильтра. Выбрать материал и метод изготовления печатной платы. Рассчитать габариты заготовки платы и коэффициент использования материала. Определить

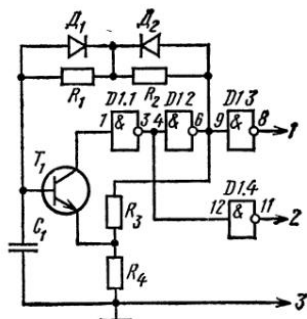


Рис. 2.20. Электрическая схема импульсного генератора

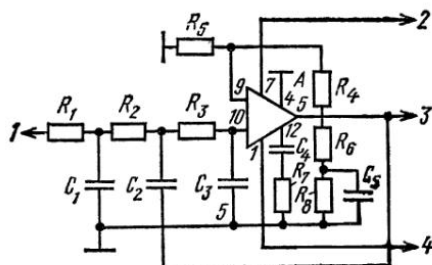


Рис. 2.21. Электрическая схема фильтра НЧ

количество проводников, которые можно проложить между двумя контактными площадками. Разработать последовательность технологического процесса изготовления печатной платы.

Исходные данные: электрическая схема фильтра (R_1 , R_2 —резисторы МЛТ-0,25—51 кОм $\pm 10\%$, R_3 —резистор МЛТ-0,25—24 кОм $\pm 10\%$, C_1 —конденсатор МБМ-160В-1,0 мкФ $\pm 10\%$, C_2 —конденсатор КТ-1-820 пФ $\pm 0,4-1$, C_3 —конденсатор КД-26-130 пФ $\pm 0,4-1$, C_4 —конденсатор КД-26-430 пФ $\pm 0,4-1$, А—микросхема К140УД1А) (рис. 2.22); напряжение питания 6,3 В $\pm 10\%$; потребляемый ток 40 мА; граничная частота 40 кГц; плотность печатного монтажа 1-й класс; шаг координатной сетки 2,5 мм; условия эксплуатации—морская РЭА; программа выпуска—200 000 плат в год.

27. Разработать конструкцию и технологию изготовления печатной платы формирователя импульсов. Выбрать материал и метод изготовления печатной платы. Определить допустимые значения длины проводника, емкости проводников, омического сопротивления проводника, волнового сопротивления про-

водников. Рассчитать габаритные размеры платы. Привести основные этапы технологического процесса изготовления печатной платы.

Исходные данные: электрическая схема формирователя импульсов (R_1 — резистор МЛТ-0,25—390 Ом $\pm 10\%$, R_2 — резистор МЛТ-0,25—56 кОм $\pm 10\%$, R_3 — резистор МЛТ-0,25 — 5,1 кОм $\pm 10\%$, C_1 — конденсатор К50-6-1-6В — 100 мкФ $\pm 10\%$, T_1 — транзистор КТ315Б, D — микросхема К1ЛБ533, D_1 — диод полупроводниковый Д200) (рис. 2.23); напряжение питания 5 В $\pm 5\%$, потребляемый ток 16 мА; плотность печатного монтажа 2-й класс; шаг координатной сетки 1,25 мм; условия эксплуатации — наземная стационарная РЭА; программа выпуска — 150 000 плат в год.

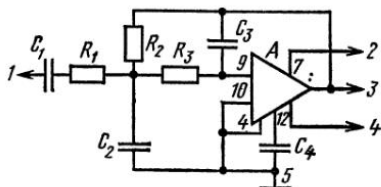


Рис. 2.22. Электрическая схема фильтра

28. Разработать конструкцию и технологию изготовления печатной платы генератора. Выбрать материал и метод изготовления печатной платы. Рассчитать габаритные размеры платы. Определить минимально допустимую ширину печатного проводника, падение напряжения, мощность потерь, паразитную

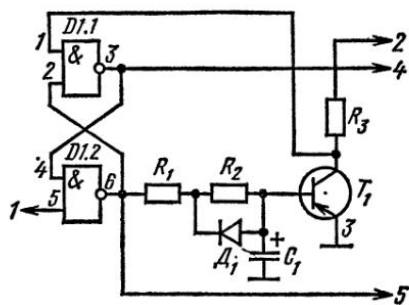


Рис. 2.23 Электрическая схема формирователя импульсов

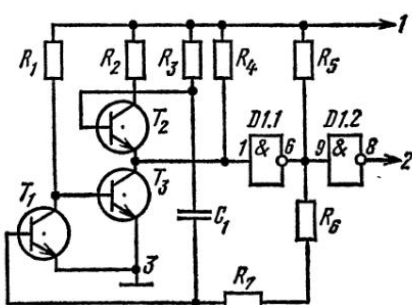


Рис. 2.24. Электрическая схема генератора

емкость и взаимную индуктивность двух параллельных проводников. Определить количество проводников, которые можно проложить между двумя контактными площадками. Привести основные этапы технологического процесса изготовления печатной платы.

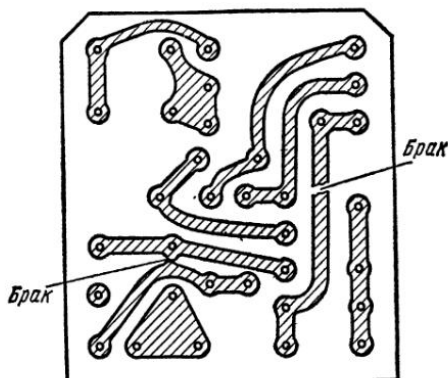


Рис. 2.25. Схема печатных проводников платы демодулятора сигналов

Исходные данные: электрическая схема генератора (R_1, R_2 —резисторы МЛТ-0,25—3,5 кОм $\pm 10\%$; R_3 —резистор МЛТ-0,25—470 Ом $\pm 10\%$; R_4, R_5 —резисторы МЛТ-0,25—1 кОм $\pm 10\%$; R_6 —резистор МЛТ-0,25—8,2 кОм $\pm 10\%$, R_7 —резистор МЛТ-0,25—100 кОм $\pm 10\%$, C_1 —конденсатор МБМ-160В-0,022 мкФ $\pm 10\%$, $T_1—T_3$ —транзистор КТ315А, D —микросхема К155ЛА6) (рис. 2.24); напряжение питания 5 В $\pm 5\%$; потребляемый ток 110 мА; граничная частота 6800 Гц; плотность печатного монтажа 3-й класс; шаг координатной сетки 1,25 мм; условия эксплуатации—бортовая космическая РЭА; программа выпуска—10 000 плат в год.

29. Составить таблицу цепей на печатную плату демодулятора сигнала цветовой синхронизации и разработать программу контроля на сообщение печатных проводников, сопротивление изоляции, электропрочность. Привести данные печати обнаружения брака, состоящего в разрыве печатного проводника и электрическом пробое между двумя соседними проводниками (рис. 2.25).

Глава 3

ТЕХНОЛОГИЯ СБОРКИ РЭА

§ 3.1. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА СБОРОЧНЫХ РАБОТ

Краткие сведения по проектированию технологических процессов сборки РЭА

Разработка схем сборки радиоэлектронной аппаратуры и ее блоков. Проектирование технологического процесса сборки значительно упрощается, если проанализирована структура конструкции РЭА, ее конструктивно-технологические особенности, варианты организации процесса сборки для заданного объема выпуска. Для этого составляют схемы сборочного состава элементов и технологические схемы сборки. Эти схемы дают возможность определить взаимную связь между деталями и сборочными единицами в РЭА. Построение таких схем практически представляет собой разработку проекта технологического процесса, при этом руководствуются следующими рекомендациями: схемы сборочного состава строят независимо от объема выпуска РЭА; сборочные единицы схем образуются независимо от условий сборки, контроля, хранения и транспортировки; первая ступень сборочного состава не является сборочной, на ней располагают детали, материалы, входящие в состав РЭА,—припои, лаки, компаунды и т. д.; минимальное количество деталей, необходимое для образования сборочной единицы, равно двум; при присоединении к сборочной единице данной ступени сборки одной детали образуется сборочная единица высшей ступени; каждая последующая ступень не может быть образована без наличия предыдущей ступени.

Конструкция радиоэлектронной аппаратуры характеризуется показателем степени сложности сборочного состава, который равен количеству ступеней сборки n ; средней полнотой сборочного состава (количество сборочных единиц на каждой ступени сборки):

$$p = Q/n = \sum_{i=1}^n m_i/n, \quad (3.1)$$

где Q —общее количество сборочных единиц по схеме сборочного состава; m_i —коэффициент кратности, равный количеству сборочных единиц на i -й ступени сборки по схеме; степень расчле-

ненности сборочного процесса, которая характеризуется длительностью сборочной операции и модулем расчлененности

$$M = K/Q, \quad (3.2)$$

где K — окончательно запроектированное число сборочных операций.

На базе схемы сборочного состава разрабатывают технологическую схему сборки, в соответствии с которой проектируют технологический процесс сборки. Технологическую схему сборки изображают так, чтобы соответствующие сборочные единицы различной степени сложности и детали были представлены в порядке их введения в собираемую РЭА. Схема начинается с базовой детали или сборочной единицы, соединяемой с условным изображением готовой аппаратуры главной линией сборки. К ней слева направо по ходу сборки подсоединяются отдельные детали (с левой стороны) и сборочные единицы (с правой стороны). Точки присоединения сборочных элементов строго соответствуют последовательности сборки и месту подсоединения элемента. Технологическая схема сборки кроме деталей и сборочных единиц содержит элементы, поясняющие специфические особенности сборочных операций: соединение элементов (запрессовкой, вальцеванием, пайкой), фиксация (кернением, с помощью лаков, красок и компаундов), механическая обработка в процессе сборки, использование технологических деталей и т. д.

Элементы схем сборочного состава и технологических схем сборки выполняют в виде прямоугольников, в которые вписываются индекс, наименование и количество элементов. Обозначение деталей принимается в соответствии со сборочными чертежами. Для обозначения сборочных единиц проставляют буквы «Сб.» и номер базовой детали. Перед обозначением сборки ставится номер сборочной ступени. Например: 2Сб.3 — сборочная единица второй ступени сборки с базовой деталью № 3.

Технико-экономическое обоснование метода сборки. 1. Тип производства определяют из анализа конструкции РЭА, программы выпуска и действительного годового фонда рабочего времени. Для определенного типа производства выбирают оптимальные методы сборки, необходимое оборудование и оснастку. Тип производства устанавливают с помощью коэффициента серийности

$$k_c = K_0/n_p, \quad (3.3)$$

где K_0 — количество сборочных операций по технологическому процессу; n_p — число рабочих мест, необходимых для выполнения процесса сборки:

$$n_p = \frac{N \sum_{i=1}^{K_0} T_{шт i}}{60k\Phi_d}, \quad (3.4)$$

где N — годовой объем выпуска РЭА, шт.; $\sum_{i=1}^{n_0} T_{шт i}$ — трудоемкость сборки РЭА, мин; $T_{шт i}$ — норма штучного времени i -й сборочной операции, мин; k — коэффициент выполнения норм в процессе сборки; Φ_d — действительный годовой фонд времени, ч.
 $k_c \leq 1$ соответствует массовому производству, $k_c > 1$ — серийному производству, $k_c \gg 1$ — для небольших программ и единичного производства.

2. Продолжительность производственного цикла $T_{ц}$ — время между запуском в производство и окончанием изготовления партии радиоаппаратуры или одного аппарата. Продолжительность цикла зависит от сочетания операций.

При последовательном сочетании операций

$$T_{ц} = NT_y, \quad (3.5)$$

где N — количество РЭА в партии; T_y — время прохождения всех операций одним аппаратом.

При параллельном сочетании операций каждый радиоэлектронный аппарат переходит на следующую операцию, не ожидая пока все остальные аппараты этой партии проходят данную операцию, тогда

$$T_{ц} = T_y + (N - 1) T_{шт \max}, \quad (3.6)$$

где $T_{шт \max}$ — норма времени наиболее трудоемкой операции.

При последовательно-параллельном способе сочетания операций

$$T_{ц} = \sum_{i=1}^n t_{см} + NT_{шт k}, \quad (3.7)$$

где $t_{см}$ — смещение во времени между началами двух последовательно идущих операций, мин; $T_{шт k}$ — норма времени конечной операции, мин.

Если длительность предыдущей операции больше последующей, то смещение между этими операциями

$$t_{см} = T_{шт i} - (N - 1) T_{шт i + 1}. \quad (3.8)$$

Если предыдущая операция меньше последующих, то смещение между операциями:

$$t_{см} = T_{шт i}. \quad (3.9)$$

3. Расчет поточных и конвейерных линий. Операции технологического процесса желательно проектировать равными или кратными друг другу по длительности. Это позволяет легко организовать поточное производство. Расчеты поточных и конвейерных линий заключаются в определении их основных параметров и выполняются одинаково. В ходе расчета необходимо найти: τ — такт поточной линии, мин; $T_{л}$ — темп поточной линии, шт/ч; $t_{л}$ — ритм поточной линии, мин, расчи-

тывают только в том случае, если детали передаются транспортными партиями; n_p — число рабочих мест на линии; L — длину поточной линии или конвейера, м; B_x — ширину ленты транспортера, см (определяется по ГОСТ); v_k — скорость движения конвейера, м/мин.

Такт поточной линии

$$\tau = \Phi_{см} / П_{сз}, \quad (3.10)$$

где $\Phi_{см}$ — фонд рабочего времени за смену, мин:

$$\Phi_{см} = 492 - T_{об} - T_{от},$$

где $T_{об}$ — время организационно-технического обслуживания линии, мин; $T_{от}$ — время на отдых, мин.

$T_{об}$ и $T_{от}$ в сумме составляют 7–10% от оперативного времени, равного $T_{оп} = T_o + T_v$, где T_o — основное технологическое время, T_v — вспомогательное непрерывающееся время.

$П_{сз}$ — сменная программа запуска, шт.:

$$П_{сз} = \frac{100П_c}{100 - p}, \quad (3.11)$$

где $П_c$ — сменное плановое задание выпуска РЭА, шт.; p — процент допустимого брака.

Темп поточной линии

$$T_x = \frac{60 - (T_{об} + T_{от})/ч}{\tau}, \quad (3.12)$$

где $ч$ — количество часов в смене ($ч = 8,2$).

Ритм поточной линии

$$t_x = T_{см} S / П_{сз}, \quad (3.13)$$

где $T_{см}$ — продолжительность смены, мин; S — число собираемых РЭА в транспортной партии

$$n_p = \sum_{i=1}^n T_{шт i} / \tau. \quad (3.14)$$

При расположении рабочих мест в линию по одну сторону ленты транспортера

$$L = l_{уд} n_p \text{ при } l_{уд} \geq 1,2 \text{ м.} \quad (3.15)$$

При расположении рабочих мест с двух сторон ленты транспортера в шахматном порядке

$$L = l_{уд} \left(\frac{n_p}{2} + 1 \right) \text{ при } l_{уд} \geq 0,8 \text{ м,} \quad (3.16)$$

где $l_{уд}$ — удельная длина одного рабочего места по направлению движения ленты транспортера, м.

$$v_k = l_{уд} / \tau. \quad (3.17)$$

Прерывно-поточные (прямоточные) линии характеризуются отсутствием строгой синхронности операций. Ритмичность такой линии заключается в том, что через определенные промежутки времени на каждой операции обрабатывается строго определенное, одинаковое число РЭА при различной загрузке рабочих мест. Следовательно, под ритмом работы t_d прямоточной линии понимают интервал времени (кратный продолжительности смены), в течение которого на линии формируется выработка заданной величины. Вследствие разности ритмов работы по операциям, имеющим разную производительность, создаются межоперационные оперативные заделы.

Полное использование фонда рабочего времени достигается внедрением многостаночного обслуживания и совмещением обслуживания операций. Для этого составляют график обслуживания, определяющий периоды работы оборудования и рабочих, порядок и время переходов рабочих, обслуживающих несколько операций на протяжении смены. Время работы рабочего на одном рабочем месте — период комплектования задела

$$T_x = t_d k_3, \quad (3.18)$$

где k_3 — коэффициент загрузки рабочего на одном рабочем месте на данной операции;

$$k_3 = T_{шт} / \tau. \quad (3.19)$$

В течение периода комплектования задела сохраняется одинаковый план работы на смежных операциях, а величина межоперационного задела изменяется от нуля до максимального абсолютного значения. Положительная величина задела относится к концу периода T_x , а его отрицательная величина — к началу периода T_x .

Величину межоперационного оборотного задела z_{max} определяют из выражения

$$z_{max} = \left(\frac{n_{pi}}{T_{шти}} - \frac{n_{pi+1}}{T_{шти+1}} \right) T_x, \quad (3.20)$$

где n_{pi} и n_{pi+1} — количество рабочих мест на каждой из двух смежных операций, занятых в течение периода T_x .

4. Норму выработки рассчитывают для различных промежутков технологического времени (час, смена и т. д.). Зависит от типа производства.

В серийном производстве сменная норма выработки

$$H_{см} = \frac{T_{см} - T_{пз}}{T_{шт}}, \quad (3.21)$$

где $T_{пз}$ — подготовительно-заключительное время, затрачиваемое на подготовительные действия перед началом сборки и на завершающие действия после сборки партии радиоэлектронной аппаратуры (ознакомление с технологическим процессом, транспор-

тировка деталей и сборочных единиц, наладка оборудования и т. д.).

В массовом производстве при наличии наладчика и подаче деталей и сборочных единиц и материалов на рабочее место

$$H_{\text{см}} = T_{\text{см}} / T_{\text{шт.}} \quad (3.22)$$

При сборке на конвейерных и поточных линиях:

$$H_{\text{см}} = \frac{\Phi_{\text{см}}}{T_{\text{оп}}} = \frac{T_{\text{см}} - (T_{\text{об}} + T_{\text{от}})}{T_{\text{о}} + T_{\text{в}}} \quad (3.23)$$

5. Экономическое обоснование технологического процесса сборки. Экономический расчет производят при: выборе наиболее эффективного варианта технологического процесса; выборе специальной оснастки; обосновании технологичности РЭА.

Выбор технологического процесса из ряда приемлемых вариантов производят определением критического количества устройств или сравнением приведенной технологической себестоимости.

Технологическая себестоимость РЭА $C_{\text{т}}$ — часть себестоимости, включающая расходы, которые могут существенно изменяться при изменении технологического процесса:

$$C_{\text{т}} = M + З + П + Э = Г + Б / N_{\text{г}}, \quad (3.24)$$

где M — расходы на материалы, используемые в соединениях; $З$ — зарплата производственных рабочих; $Э$ — расходы, связанные с эксплуатацией оборудования и универсальных приспособлений; $Г = M + З + Э$ — текущие затраты на сборку одного радиоэлектронного аппарата; $П = Б / N_{\text{г}}$ — годовые расходы по эксплуатации, амортизации и наладке специальной оснастки, отнесенные к единице собираемой РЭА.

Критическое количество РЭА, при котором себестоимость двух сравниваемых вариантов одинакова, определяют из равенства $C_{\text{т1}} = C_{\text{т2}}$:

$$N_{\text{кр}} = \frac{Г_2 - Г_1}{Б_1 - Б_2} \quad (3.25)$$

Решение типовых примеров

Пример 1. Разработать схему сборочного состава и технологическую схему сборки делителя мощности СВЧ, конструкция которого приведена на рис. 3.1.

Решение. Делитель выполнен в виде корпуса-тройника 4, внутри которого помещены фидеры, соединяемые с коаксиальной линией через гнездовые разъемы. Сигнал от источника подводится к фидеру 1 через разъем, состоящий из гнезда 7, втулки 6 и изоляционного опорного кольца 8. Корпусом этого разъема служит штуцер 2, запрессованный в корпус и зафиксированный штифтом 3. Делитель симметричен относительно оси фидера 1, поэтому подводимая мощность делится пополам и по

двум равным плечам фидера 5 и одинаковым разъемам, состоящим из гнезд 12, втулок 6 и изолирующих полуколец 11, поступает в линию. Постоянство коэффициента деления и уменьшение отраженного сигнала обеспечивается двумя одинаковыми

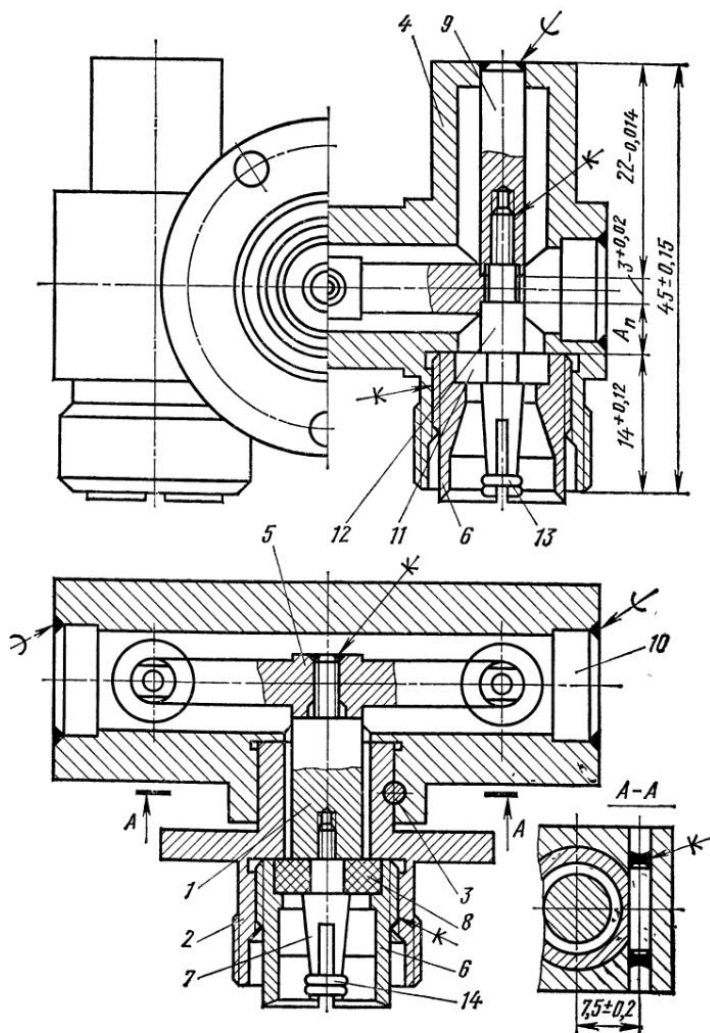


Рис. 3.1. Делитель мощности

короткозамкнутыми поршнями с фидерами 9. Отверстие вдоль продольной оси корпуса, в котором расположен фидер 5, сквозное. Это облегчает обработку корпуса и сборку делителя. В процессе сборки оно закрывается двумя заглушками 10. При сборке делителя необходимо припаивать фидер 9 и заглушки 10 к корпусу 4 по окружности припоем ПОС-40, а все резьбовые

детали (поз. 1, 6, 7, 12) устанавливать на 55%-ном спирто-шеллачном лаке. Разработанная схема сборочного состава и технологическая схема сборки приведены на рис. 3.2 и 3.3 соответственно.

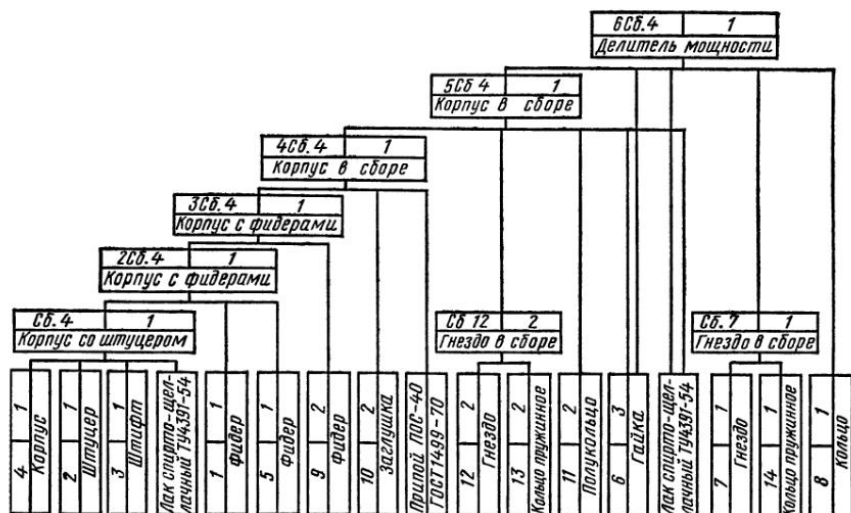


Рис. 3.2. Схема сборочного состава делителя мощности

Показатель степени сложности сборочного состава $n=6$, средняя полнота сборочного состава $p=9/5=1,8$; модуль расчлененности (с учетом разработанного технологического процесса) $M=12/9=1,33$.

Конструкция делителя содержит большое количество точных деталей, легко расчленяется на сборочные единицы, что допускает как дифференциацию, так и концентрацию операций сборки. С точки зрения процесса сборки корпус делителя не технологичен. Затруднена сборка фидеров и особенно фидеров 9, 5, гнезда 12. Для сборки этой части делителя мощности необходимо использовать специальную оправку, которая удаляется из корпуса после пайки фидера 9.

Пример 2. Разработать схему сборочного состава и технологическую схему сборки дросселя, приведенного на рис. 3.4.

Решение. Дроссель состоит из катушки 2, намотанной на каркас, который устанавливается в сердечнике типа СБ, состоящем из двух чашек 3 и 4. Сердечник с катушкой закрепляется в пластмассовом корпусе, состоящем из двух частей 1 и 9, с помощью трех винтов 16. Обе части корпуса закрываются пластмассовой крышкой 11, алюминиевым экраном 5 и герметизируются компаундом. В хвостовике корпуса 1 ввернут подстроечный сердечник 6, который заливают герметиком 14 и закрывают крышкой 13.

Схема сборочного состава и технологическая схема сборки приведены на рис. 3.5 и 3.6. Показатель степени сложности сборочного состава $n=5$. Средняя полнота сборочного состава $p=8/5=1,6$.

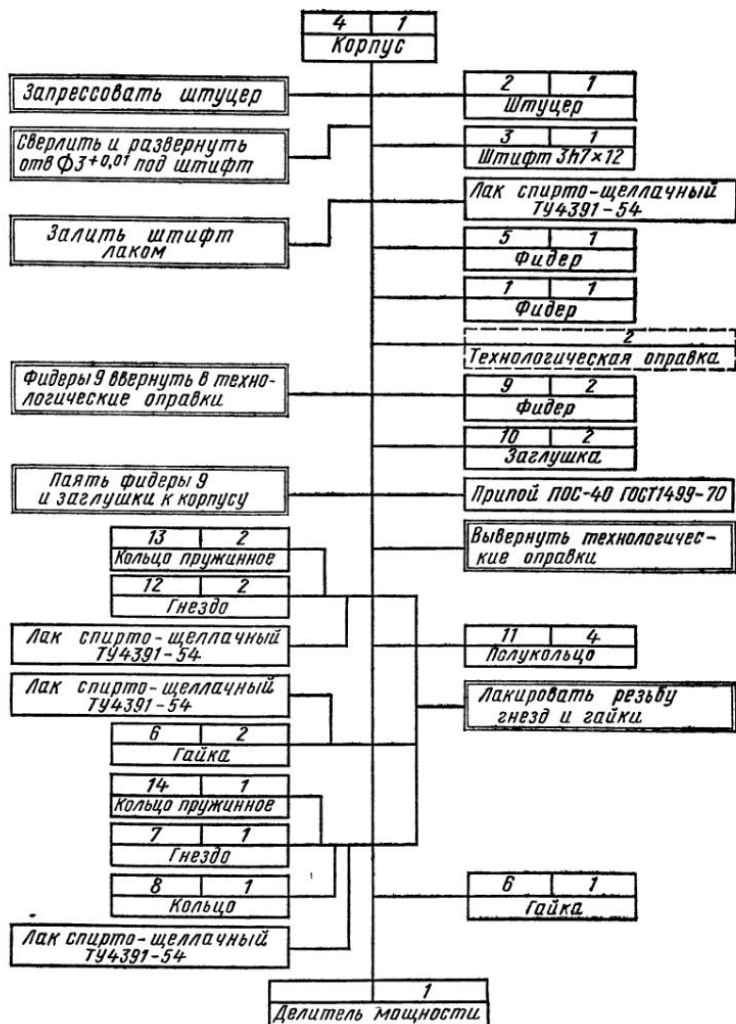


Рис. 3.3. Технологическая схема сборки делителя мощности

Пример 3. Разработать схему сборочного состава и технологическую схему сборки конденсатора переменной емкости (рис. 3.7, а).

Решение. Конденсатор переменной емкости с воздушным диэлектриком состоит из ротора 1 и статора 2, установленных в двух керамических платах 7. Статор запаивают в металлизи-

рованные отверстия плат, ротор закрепляют в двух бронзовых втулках 6. Напряжение на обкладки конденсатора подается через контакты 3, 4, 5 и 8.

Статор и ротор собирают независимо друг от друга, окончательную сборку осуществляют в приспособлении, обеспечивающем

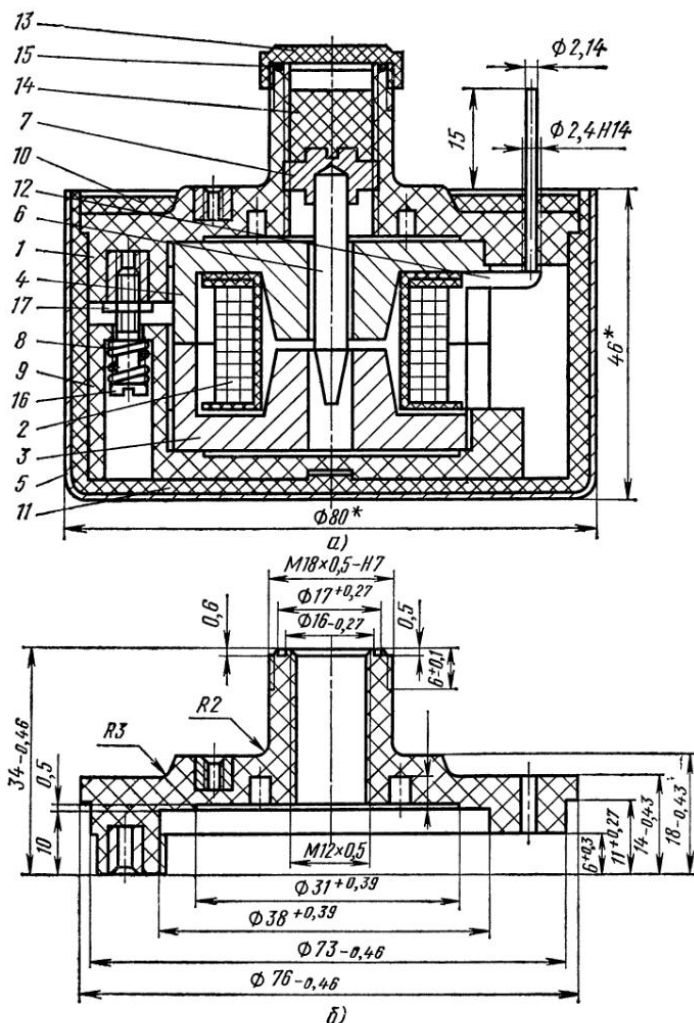


Рис 3.4. Дроссель:
а — дроссель, б — корпус дросселя

требуемую величину зазора между пластинами ротора и статора. Схемы сборки конденсатора приведены на рис. 3.8 и 3.9.

Пример 4. Определить длительность производственного цикла сборки одного блока РЭА в цехе, если трудоемкость сборочных

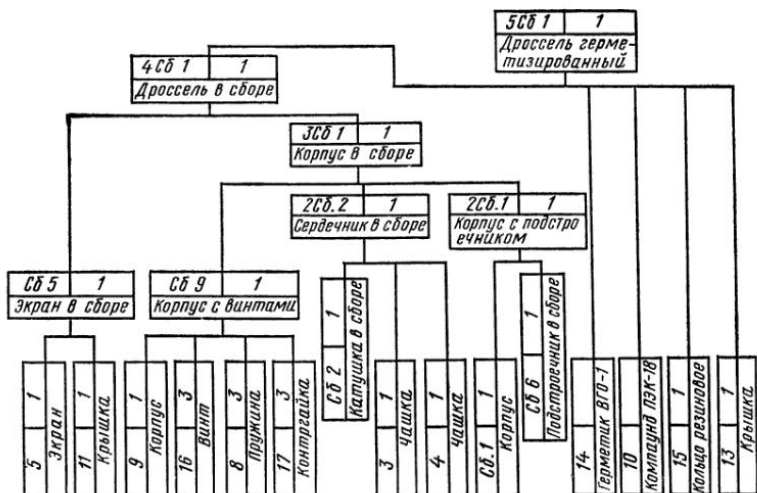


Рис. 3.5. Схема сборочного состава дросселя

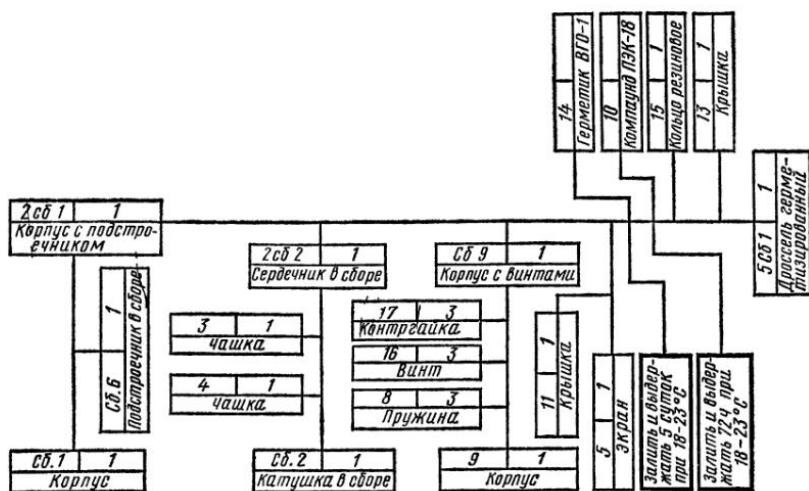


Рис. 3.6. Технологическая схема сборки дросселя

операций 10 ч, трудоемкость контрольных операций 2 ч, трудоемкость транспортных операций 3 ч. Время естественных процессов, предусмотренных технологией, 20 ч. Количество операций, выполняемых в данном цехе,—11, вне данного цеха—5. Время межоперационного пролеживания внутри цеха—сутки, а вне цеха—двое суток. Работа в две смены.

Решение.

$$T_{ц} = \frac{10+2+3+20}{16,4} + 1(11-1) + 2 \cdot 5 = 22,4 \text{ раб. дн.}$$

Перевод рабочих дней в календарные производят с помощью коэффициента $\xi = D/PД = 7/5 = 1,4$, где D — число календарных дней в неделе; $PД$ — число рабочих дней в неделе.

Тогда $T_{ц} = 1,4 \cdot 22,4 = 31,5$ календ. дн.

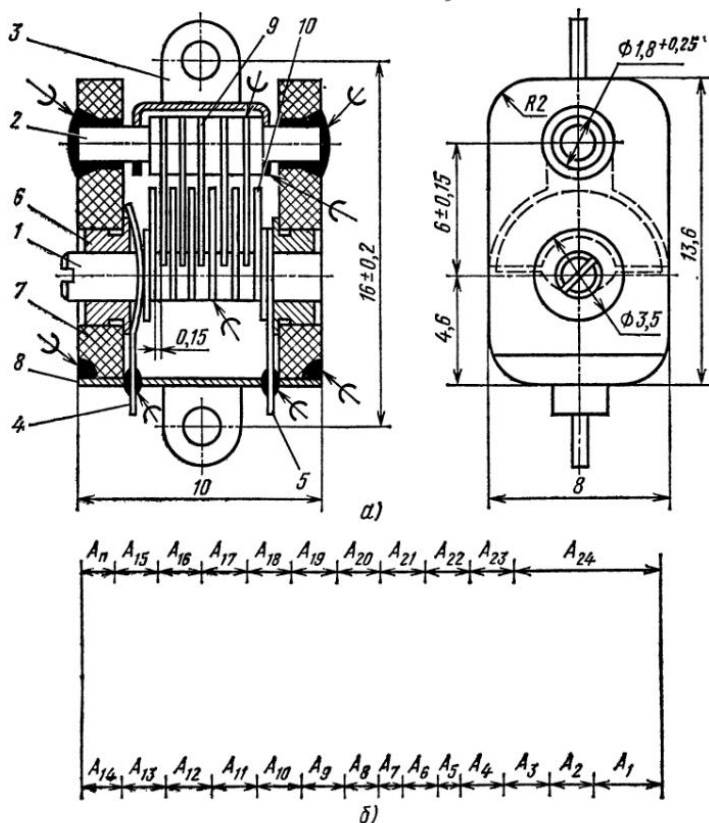


Рис. 3.7. Конденсатор переменной емкости:
а — КПЕ, б — сборочная размерная цепь

Пример 5. Определить время изготовления партии радиоэлектронных блоков в количестве 1000 шт. при различных сочетаниях операций, если нормы штучного времени на отдельных операциях составляют:

$$T_{шт\ 1} = 2 \text{ мин}; T_{шт\ 2} = 6 \text{ мин}; T_{шт\ 3} = 4 \text{ мин}; T_{шт\ 4} = 4 \text{ мин};$$

$$T_{шт\ 5} = 3 \text{ мин}; T_{шт\ 6} = 2 \text{ мин}; T_{шт\ 7} = 5 \text{ мин}.$$

Решение. Время прохождения всех операций одним РЭА:

$$T_y = \sum_{i=1}^n T_{шт} = 26 \text{ мин}.$$

При последовательном сочетании сборочных операций:

$$T_{ц} = NT_{y} = 1000 \cdot 26 = 26\,000 \text{ мин} = 433 \text{ ч } 2 \text{ мин.}$$

При параллельном сочетании сборочных операций на основании формулы (3.6) найдем

$$T_{ц} = 26 + 6(1000 - 1) = 6020 \text{ мин} = 100 \text{ ч } 2 \text{ мин.}$$

При параллельно-последовательном сочетании операций по формулам (3.8) и (3.9) определяем смещения между началами смежных операций: $t_{см\ 12} = T_{шт\ 1} = 2 \text{ мин}$; $t_{см\ 23} = 6000 - 999 \cdot 4 =$

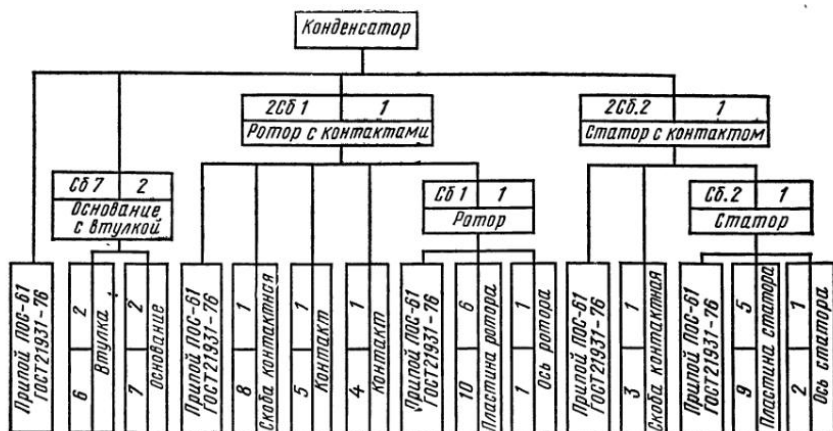


Рис. 3.8. Схема сборочного состава КПЕ

$= 2004 \text{ мин}$; $t_{см\ 34} = 0$; $t_{см\ 45} = 4000 - 3 \cdot 999 = 1003 \text{ мин}$; $t_{см\ 56} = 3000 - 2 \cdot 999 = 1002 \text{ мин}$; $t_{см\ 67} = T_{шт\ 6} = 2 \text{ мин}$; на основании формулы (3.7):

$$T_{ц} = (2 + 2004 + 1003 + 1002 + 2) + 5000 = 9013 \text{ мин} = 150 \text{ ч } 13 \text{ мин.}$$

Пример 6. Радиоэлектронный блок собирают в результате выполнения семи сборочных операций, нормы штучного времени которых составляют: $T_{шт\ 1} = 2 \text{ мин}$; $T_{шт\ 2} = 6 \text{ мин}$; $T_{шт\ 3} = 4 \text{ мин}$; $T_{шт\ 4} = 4 \text{ мин}$; $T_{шт\ 5} = 3 \text{ мин}$; $T_{шт\ 6} = 2 \text{ мин}$; $T_{шт\ 7} = 5 \text{ мин}$. Определить, при каком способе организации процесса сборки будет быстрее изготовлена партия блоков, состоящая из 300 шт.

Решение. Сравним три варианта организации процесса сборки — параллельный, последовательно-параллельный и поточный, приняв, что сменное задание в случае поточной сборки равно 100 шт. $T_{y} = 26 \text{ мин}$.

Вычитая из выражения (3.7) выражение (3.6), определим сокращение затрат времени при параллельной организации сборки по сравнению с последовательно-параллельным методом сборки:

$$\begin{aligned} \Delta T_1 &= \sum_{i=1}^n t_{см\ ij} + T_k N - T_y - T_{\max} (N - 1) = \\ &= \sum_{i=1}^n t_{см\ ij} - N (T_{\max} - T_k) - T_y + T_{\max}. \end{aligned}$$

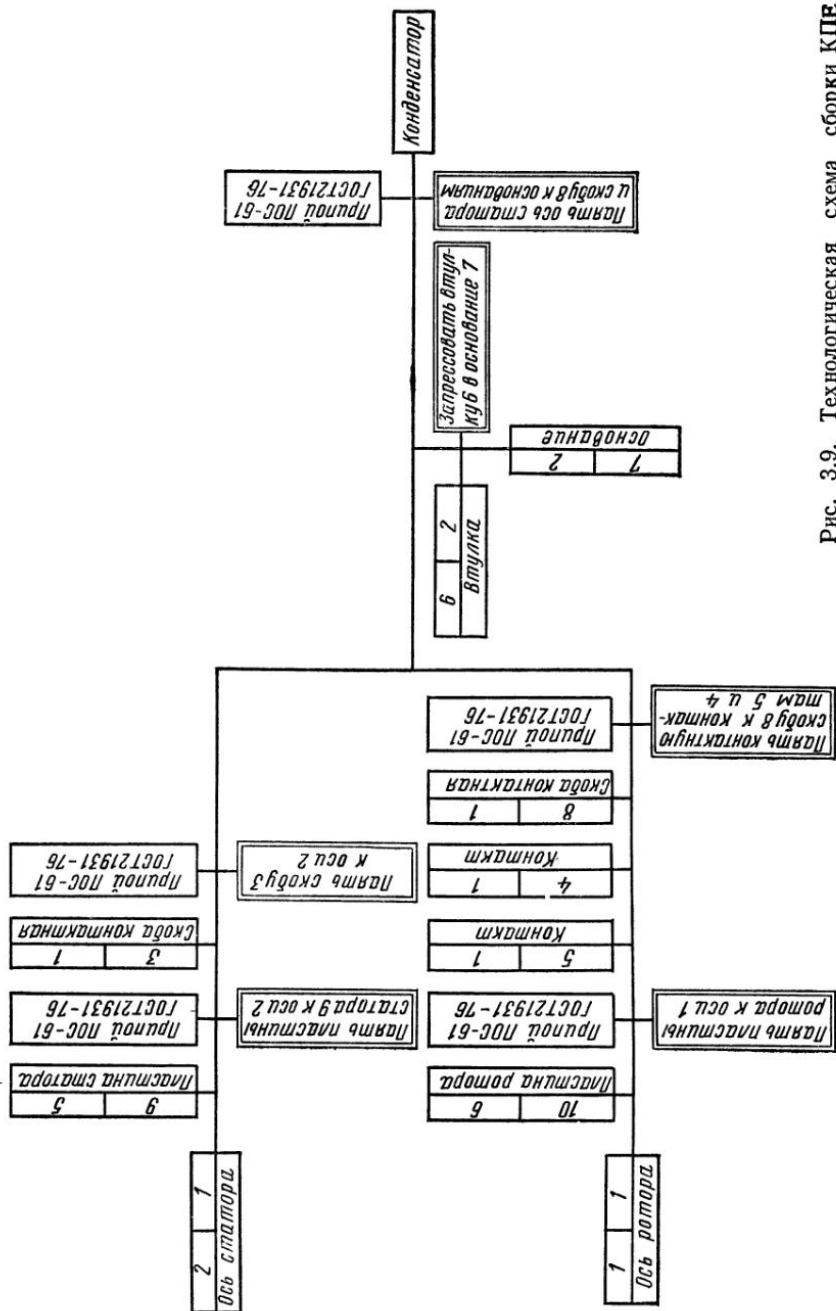


Рис. 3.9. Технологическая схема сборки КПЕ

Аналогично предыдущей задаче, определяем смещения между началами смежных операций для параллельно-последовательного сочетания операций: $t_{см 12} = 2$ мин; $t_{см 23} = 6 \cdot 300 - 4 \cdot 299 = 604$ мин; $t_{см 34} = 0$; $t_{см 45} = 4 \cdot 300 - 3 \cdot 299 = 303$ мин; $t_{см 56} = 3 \cdot 300 - 2 \cdot 299 = 302$ мин; $t_{см 67} = 2$ мин.

Отсюда

$$\sum_{i=1}^6 t_{см ij} = 2 + 604 + 303 + 302 + 2 = 1113 \text{ мин,}$$

тогда

$$\Delta T_i = 1113 - 300(6 - 5) - 26 - 6 = 793 \text{ мин} = 13 \text{ ч } 13 \text{ мин.}$$

Продолжительность производственного цикла при поточной организации сборки определяется по формуле (3.6) с заменой T_{\max} на τ . В этом случае необходимы дополнительные данные, например сменная программа запуска $P_{сз}$, сменный фонд рабочего времени $\Phi_{см}$, такт поточной линии τ .

Примем, что $P_{сз} = 94$ шт.; $\Phi_{см} = 470$ мин. Тогда по формуле (3.10) определим $\tau = 5$ мин/шт. Разность между длительностями производственных циклов при параллельном и поточном способах сборки радиоэлектронных устройств

$$\begin{aligned} \Delta T_2 &= T_y + T_{\max}(N - 1) - T_y - \tau(N - 1) = \\ &= (T_{\max} - \tau)(N - 1) = 299 \text{ мин} \approx 5 \text{ ч.} \end{aligned}$$

Пример 7. Время на выполнение всех сборочных операций на поточной линии составляет 142 мин. Определить параметры поточной линии, если потери на организационно-техническое обслуживание составляют $T_{об} = 12$ мин, время на отдых $T_{от} = 8$ мин, сменное плановое задание $P_c = 196$ шт., процент допустимого брака $p = 2\%$. Габариты собираемого радиоэлектронного блока $160 \times 120 \times 80$ мм.

Решение. По формулам (3.11), (3.12), (3.14) определяем

$$\begin{aligned} P_{сз} &= \frac{196 \cdot 100}{100 - p} = 200 \text{ шт.}; \\ \tau &= (492 - 12 - 8) / 200 = 2,35 \text{ мин/шт.}; \\ n_p &= 142 / 2 = 71 \text{ раб. место.} \end{aligned}$$

Приняв расположение рабочих мест с двух сторон ленты в шахматном порядке, удельную длину рабочего места $l_{уд} = 120$ см и ширину ленты транспортера $B_x = 30$ см, на основании формул (3.15) и (3.16) определим

$$\begin{aligned} L &= 120(71/2 + 1) = 120 \cdot 36,5 = 4380 \text{ см} = 43 \text{ м } 80 \text{ см} \\ T_x &= \frac{60 - (12 + 8) / 8,2}{2,35} = 24 \text{ шт/ч.} \end{aligned}$$

Пример 8. Определить величину максимального межоперационного задела для двух сборочных операций, нормы времени которых равны соответственно 6,7 мин и 2,9 мин. Расчетное число

рабочих мест на первой операции—1,4; на второй—0,6. Ритм работы линии t_n равен 120 мин.

Решение. В соответствии с данными принимаем число рабочих мест на первой операции 2, на второй 1. Так как один рабочий на первой операции будет работать с недогрузкой, а общее расчетное число рабочих мест равно $1,4 + 0,6 = 2$, то этот

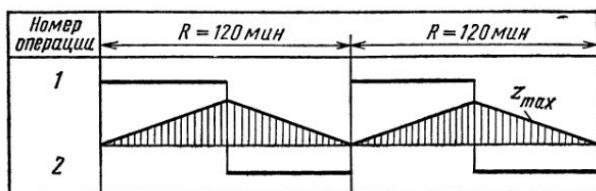


Рис. 3.10. Эпюра заделов по двум смежным операциям

рабочий может выполнять вторую операцию после создания соответствующего задела на первой операции. Тогда из выражений (3.18) и (3.20) на первом периоде комплектования задела T_{x1}

$$z_{\max} = (2/6,7 - 0/2,9) 120 \cdot 0,4 = 480,3 = 14 \text{ шт.}$$

Задел для второго периода T_{x2} , начинающегося после перехода одного из рабочих на вторую операцию сборки:

$$z'_{\max} = (1/6,7 - 1/2,9) 120 \cdot 0,6 = -14 \text{ шт.}$$

План-график работы рабочего, работающего на двух операциях, и эпюра заделов приведены на рис. 3.10.

Пример 9. Определить величину межоперационных оборотных заделов при сборке РЭА на прямоточной линии со следующими нормами времени по операциям:

Номер операции	1	2	3	4	5	6	7	8
$T_{шт}$, мин	2,9	2,3	2,7	1,7	2,3	1,2	5,1	2,5

Сменная программа выпуска—92 шт. Работа в две смены.
Решение. На основании формулы (3.10)

$$\tau = 480 \cdot 2/184 = 5,2 \text{ мин.}$$

По формуле (3.19) определяем коэффициенты загрузки рабочих на каждой операции:

$$k_{31} = 2,9/5,2 = 0,56; \quad k_{32} = k_{35} = 2,3/5,2 = 0,44;$$

$$k_{33} = 2,7/5,2 = 0,52; \quad k_{34} = 1,7/5,2 = 0,33;$$

$$k_{36} = 1,2/5,2 = 0,23; \quad k_{37} = 5,1/5,2 = 0,98.$$

Анализ коэффициентов загрузки показывает, что для выполнения семи операций достаточно четырех рабочих. В этом случае первый рабочий совмещает операции 1 и 2, второй рабочий — 3 и 8, третий — операции 4, 5 и 6, четвертый рабочий полностью занят на операции 7.

При расчете оборотных заделов устанавливаем, что ритм работы линии t_d имеет продолжительность 240 мин — половину смены. Определяем периоды комплектации заделов на каждой операции, используя формулу (3.18):

$$\begin{aligned} T_{x1} &= 240 \cdot 0,56 = 134 \text{ мин}; & T_{x2} &= T_{x5} = 240 \cdot 0,44 = 106 \text{ мин}; \\ T_{x3} &= 240 \cdot 0,52 = 125 \text{ мин}; & T_{x4} &= 240 \cdot 0,33 = 80 \text{ мин}; \\ T_{x6} &= 240 \cdot 0,23 = 55 \text{ мин}; & T_{x7} &= 240 \text{ мин}. \end{aligned}$$

Определяем величины межоперационных оборотных заделов:

$$\begin{aligned} z_{12} &= 134 \cdot 1/2,9 - 134 \cdot 0/2,3 = 46 \text{ шт.}; \\ z'_{12} &= (0/2,9 - 1/2,3) 106 = -46 \text{ шт.} \end{aligned}$$

Так как с начала смены на второй операции в течение 134 мин работа не производится, то на третьей операции к моменту пуска линии должен быть сформирован задел, которого хватило бы на $T_x = 125$ мин работы;

$$z_{23} = (0/2,3 - 1/2,7) 125 = -46 \text{ шт.}$$

В течение периода $T_x = 134 - 125 = 9$ мин сборка на второй и третьей операциях не производится, $n_{p2} = n_{p3} = 0$ и $z'_{23} = 0$. Далее, работая в течение 106 мин на второй операции, первый рабочий создает задел

$$z''_{23} = (1/2,3 - 0/2,7) 106 = 46 \text{ шт.}$$

Аналогично,

$$\begin{aligned} z_{34} &= (1/2,7 - 1/1,7) 80 = -17 \text{ шт.}; \\ z'_{34} &= (1/2,7 - 0/1,7) (125 - 80) = 17 \text{ шт.} \end{aligned}$$

Начиная со 125-й мин, сборка на третьей операции не производится, и полученный задел $z'_{34} = 17$ шт. сохраняется до начала второй половины смены.

$$\begin{aligned} z_{45} &= (1/1,7 - 0/2,3) 80 = 46 \text{ шт.}; \\ z'_{45} &= (0/1,7 - 1/1,3) 106 = -46 \text{ шт.} \end{aligned}$$

В течение 55 мин, начиная со 186-й мин, сборка на четвертой и пятой операциях не производится $n_{p4} = n_{p5} = 0$ и $z'_{45} = 0$.

$$\begin{aligned} z_{56} &= (1/2,3 - 0/1,2) 106 = 46 \text{ шт.}; \\ z'_{56} &= (0/2,3 - 1/1,2) 55 = -46 \text{ шт.}; \\ z_{67} &= (0/1,2 - 1/5,1) 186 = -36 \text{ шт.}; \\ z'_{67} &= (1/1,2 - 1/5,1) 55 = 36 \text{ шт.}; \\ z_{78} &= (1/5,1 - 0/2,5) 125 = 24 \text{ шт.}; \\ z'_{78} &= (1/5,1 - 1/2,5) 115 = -24 \text{ шт.} \end{aligned}$$

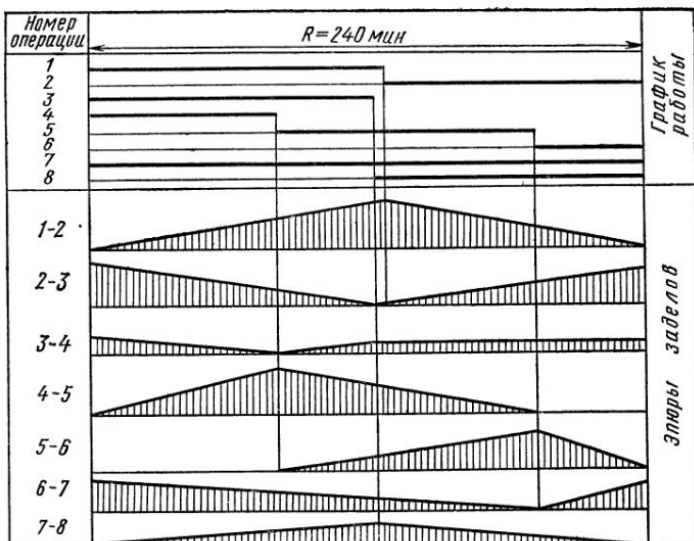


Рис 3.11. План-график работы и эпюры движения межоперационных оборотных заделов на прямоточной линии

План-график работы рабочих на линии и эпюра движения межоперационных оборотных заделов представлены на рис. 3.11.

Пример 10. Определить норму штучного времени и сменную норму выработки, если $T_{пз} = 15$ мин; $T_o = 20$ мин; $T_v = 5$ мин; $k = 7,5\%$.

Решение. $T_{шт} = (T_o + T_v) (1 + k/100) = (20 + 5) (1 + 0,075) = 27$ мин,

$$N_{см} = \frac{T_{см} - T_{пз}}{T_{шт}} = \frac{492 - 17}{27} = 17,6 \text{ шт.}$$

Полученное значение округляем всегда в сторону уменьшения (17 шт.).

Пример 11. Сборку высоковольтного делителя передатчика СВЧ можно выполнять вручную путем установки в кожух и заливки герметизирующим компаундом или с помощью специального приспособления с последующей опрессовкой пластмассой в пресс-форме. Определить наиболее эффективный вариант сборочного процесса, если в первом варианте переменные затраты составляют $\Gamma_1 = 50$ коп., постоянные расходы $B_1 = 200$ руб. в год; для второго варианта процесса сборки: $\Gamma_2 = 10$ коп., $B_2 = 800$ руб. в год.

Решение. На основании выражения (3.25)

$$N_{кр} = \frac{800 - 200}{0,5 - 0,1} = 1500 \text{ шт.}$$

Если заданная производственная программа больше $N_{кр}$, следует выбрать второй вариант сборки делителя, в противном

случае выбирают первый вариант, так как себестоимость делителя будет ниже.

Пример 12. Обосновать экономическую эффективность внедрения сборочного полуавтомата для установки контактов при сборке колодки разъема, если трудоемкость сборки вручную составляет 5 мин, а трудоемкость сборки колодки на полуавтомате — 1 мин. Капитальные вложения при внедрении полуавтомата увеличиваются с 2000 до 6000 руб. Годовая программа при ручной сборке — 25 000 шт.

Решение. При внедрении полуавтомата годовая производительность на основании зависимости (3.4) возрастает до 125 000 шт. при односменной работе. Удельные капитальные вложения составят:

$$k_{y1} = K_1/N_1 = 2000/25\ 000 = 0,08 \text{ руб/шт.};$$

$$k_{y2} = 6000/125\ 000 = 0,048 \text{ руб/шт.}$$

Таким образом, удельные капитальные вложения значительно уменьшаются с внедрением полуавтомата. Если автоматизация процесса сборки требует больших удельных капитальных затрат ($k_{y1} < k_{y2}$), сопоставляются удельные эксплуатационные расходы в сравниваемых вариантах и определяется срок окупаемости внедряемого оборудования, вычисляемый через удельные показатели затрат. Срок окупаемости не должен превышать нормативного, что свидетельствует об экономической эффективности внедрения оборудования.

Задачи и упражнения

1—3. Разработать схемы сборочного состава и технологические схемы сборки кнопки однополюсного включения, разъема и блока РЭА, приведенных на рис. 3.12—3.14 соответственно.

4. Определить длительность производственного цикла сборки РЭА, если трудоемкость сборочных операций составляет 2 ч; транспортных операций — 2 ч, время естественных процессов — 21 ч. Количество технологических операций, выполняемых в данном цехе, — 21, вне данного цеха — 15. Количество рабочих смен в сутки — 3.

Ответ. Длительность производственного цикла — 54 раб. дн.

5. Определить время, необходимое для изготовления партии радиоэлектронных блоков при параллельном сочетании операций, если партия блоков состоит из 501 шт., а время, затрачиваемое на каждую операцию, составляет:

Номер операции	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_{шт}$, мин	4,2	4,2	4,2	5,0	0,8	0,8	0,8	1,6	1,2	1,2

Ответ. $T_{ц} = 2524$ ч.

6. Определить время, необходимое для изготовления партии функциональных узлов РЭА, состоящей из 801 шт, при последовательно-параллельном сочетании операций, если норма времени на каждую операцию составляет:

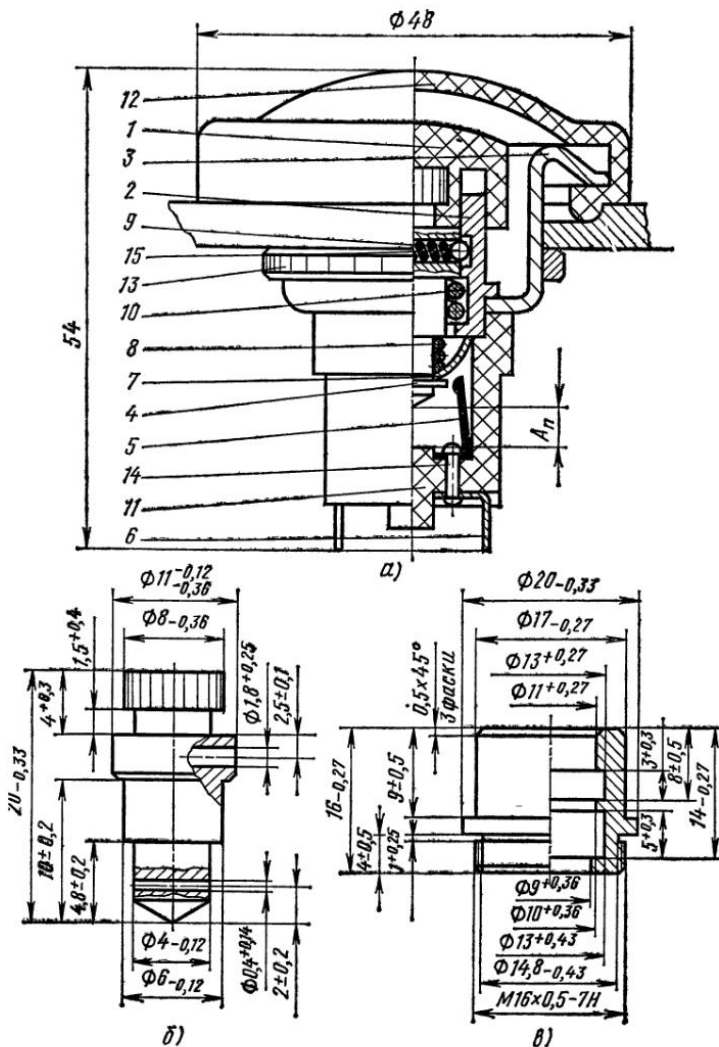


Рис. 3.12. Кнопка однополюсного включения:

а—кнопка, б—ось кнопки 7, в—штулка 2

Номер операции	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_{шт}$, мин	0,8	0,8	0,8	9,8	8,0	8,0	0,7	0,7	0,7	0,7

Ответ. $T_{ц} = 7871$ ч.

7. Определить, на сколько быстрее осуществляется сборка функциональных узлов при параллельном сочетании операций, чем при последовательно-параллельном, при условии задачи 6,

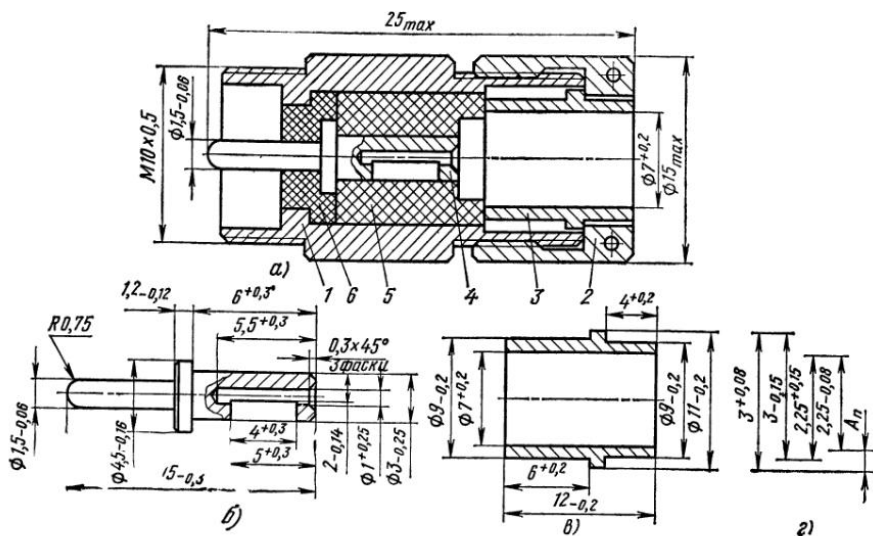


Рис. 3.13. Вилка разъема:

а—вилка; б—контакт, в—штулка з, з—сборочная размерная цепь

Ответ. На 40 мин.

8. Определить время изготовления партии РЭА, состоящей из 1001 шт., при параллельном сочетании операций, если норма времени на каждую операцию составляет:

Номер операции	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_{шт}$, мин	2,8	1,4	0,7	0,7	1,4	1,4	3,5	0,7	1,4	1,4

Ответ. $T_{ц} = 3515$ ч

9. Определить, на сколько быстрее осуществляется сборка РЭА на поточной линии, чем при условиях задачи 8, если такт поточной линии $\tau = 0,7$ мин.

Ответ. На 2800 мин.

10. Шасси передающего устройства собирается на конвейере. Сменная программа конвейера 198 шт. Трудоемкость сборки шасси 48 мин. Регламентированные остановки конвейера для отдыха рабочих 8 мин, для обслуживания 12 мин; процент допустимого брака 1%; габаритные размеры шасси — $800 \times 500 \times 300$ мм. Рабочие места располагаются с одной стороны конвейера с шагом 1,2 м. Определить параметры конвейера.

Ответ. $\tau = 2$ мин; $L = 28,8$ м; $n_p = 24$; $T_{ц} = 30$ шт/ч; $V_{ц} = 1,20$ м; $v = 0,6$ м/мин.

11. Радиоприемник собирается на конвейере. Сменная программа линии — 34 шт. Трудоемкость сборки приемника 5 ч 25 мин. Шаг конвейера — 1,6 м. Регламентированные остановки линии для отдыха рабочих — 7%. Рабочие места расположены с одной стороны конвейера. Найти параметры конвейера.

Ответ. $\tau = 13$ мин; $n_p = 25$; $L = 40$ м; $v = 0,12$ м/мин.

12. Сменная программа сборки радиоэлектронного блока на поточной линии — 130 шт., трудоемкость сборки 96 мин, габариты устройства $1000 \times 600 \times 500$ мм. Определить основные характеристики линии, если рабочие места расположены с двух сторон ленты транспортера в шахматном порядке

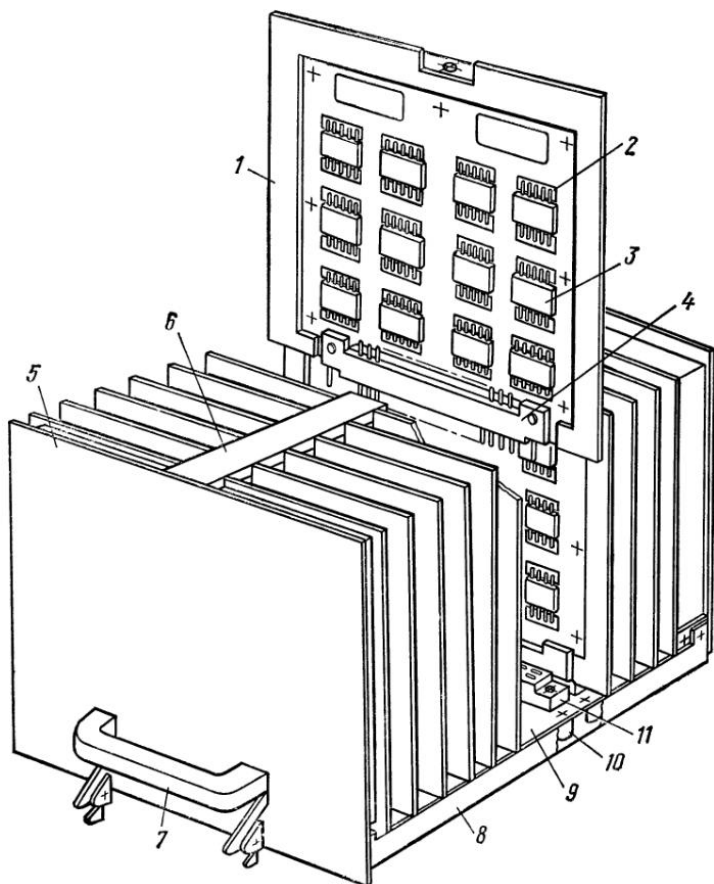


Рис. 3.14. Блок разъемной конструкции на микросхемах и микросборках:

1—рама ячейки; 2—плата печатная; 3—микросхема; 4—вилка разъема РППМ26; 5—панель передняя; 6—планка прижимная; 7—ручка; 8—дно; 9—плата печатная объединительная; 10—упор изоляционный; 11—розетка разъема РППМ26

с шагом 1,5 м; процент допустимого брака—2%; регламентированные остановки линии—20 мин.

Ответ. $\tau=3$ мин; $n_p=32$; $L=25,6$ м; $T_d=20$ шт/ч; $B_d=60$ см.

13. Сменная программа сборки портативного радиоприемника на конвейере—392 шт.; трудоемкость сборки—60 мин; габариты приемника $300 \times 200 \times 30$ мм. Определить основные характеристики конвейера, если рабочие места располагаются с двух сторон конвейера в шахматном порядке с шагом 1,5 м; регламентированные остановки конвейера—20 мин в смену; процент допустимого брака—2%.

Ответ. $\tau=1$ мин; $n_p=60$; $L=48$ м; $B_d=60$ см; $T_d=60$ шт/ч; $v=0,8$ м/мин.

14. Сменная программа сборки радиоэлектронного блока на прямоточной линии составляет 200 шт. Действительный фонд рабочего времени за смену—400 мин. Нормы времени по операциям:

Номер операции	1	2	3	4	5	6
$T_{шт}$, мин	4,05	7,6	5,4	1,35	0,67	1,46

Рассчитать потребность оборудования по операциям, построить план-график работы линии и определить величины межоперационных оборотных заделов.

Отв е т. $C=11$ ед. оборудования.

15. Выполнить синхронизацию технологического процесса сборки за счет комбинации операций и определить необходимое число рабочих для сборки РЭА на поточной линии с тактом $\tau=5$ мин. Нормы времени по операциям:

Номер операции	1	2	3	4	5	6	7
$T_{шт}$, мин	3,2	2,6	1,7	4,3	2,5	3,2	1,9

Последовательность выполнения первых пяти операций может быть произвольная, операции 6 и 7 должны выполняться последовательно в конце процесса сборки.

Отв е т. $C=4$ чел.

16. Суточная программа выпуска радиоэлектронного блока 400 шт. Сборка осуществляется на прямоточной линии в две смены. Период комплектования задела—2 ч. Нормы времени по операциям:

Номер операции	1	2	3	4	5	6	7
$T_{шт}$, мин	2,2	4,6	1,8	3,0	11,4	2,4	0,6

Определить коэффициенты загрузки рабочих по операциям, такт сборки, количество рабочих мест и число рабочих, величину межоперационных заделов и построить эпюры заделов.

Отв е т. $\tau=2,4$ мин; $n_p=13$; $C=11$.

17. Сборка функционального узла осуществляется на прямоточной линии в две смены. Суточная программа выпуска 260 шт.

Нормы времени по операциям:

Номер операции	1	2	3	4	5	6	7
$T_{шт}$, мин	2,7	2,7	3,25	3,5	0,9	1,02	3,8

Определить основные параметры линии и необходимое число рабочих.

Отв е т. $\tau=3,7$ мин, $n_p=7$; $C=5$ чел.

18. Определить величину максимального задела и число смен работы потребляющей линии, если питающая линия работает в одну смену с тактом 10 мин. Такт потребляющей линии 21 мин.

Отв е т. $z_{max}=25$ шт.; 2,1 смены.

19. Такт сборочной линии $\tau = 12$ мин. Подача деталей на сборку осуществляется непрерывно по двум питающим линиям, работающим с тактами $\tau_1 = 18$ мин и $\tau_2 = 6$ мин. Третья линия, прямоточная, подает на сборку детали два раза в смену и работает одну смену. Определить величину максимального задела по каждой из трех линий и установить сменность работы поточных линий.

О т в е т. $z_1 = -12$; $z_2 = 40$; $z_3 = 20$.

20. РЭА собирается на прямоточной линии с тактом $\tau = 8$ мин. Период комплектования задела — 2 ч. Нормы времени по операциям:

Номер операции	1	2	3	4	5	6
$T_{шт}$, мин	4	6	8	4	6	12

Определить величину максимальных межоперационных оборотных заделов и построить план-график работы рабочих на линии и эпюры заделов.

О т в е т. $z_{12} = 5$; $z_{23} = 4$; $z_{34} = -8$; $z_{45} = 5$; $z_{56} = 2$.

§ 3.2. РАСЧЕТ ТОЧНОСТИ СБОРОЧНЫХ ОПЕРАЦИЙ

Обеспечение точности сборки конструкций РЭА

В процессе сборки происходит соединение деталей и сборочных единиц, обеспечивающее заданное взаимное расположение их поверхностей. При этом погрешности обработки деталей и погрешности сборочных операций влияют на величину и допуск замыкающего размера сборочной размерной цепи. Расчеты точности сборочных работ должны обеспечить заданное взаимное положение деталей и точность их соединения. Расчет заключается в определении ошибок замыкающих звеньев размерных цепей или в определении допусков составляющих звеньев размерной цепи по заданному техническими условиями допуску на замыкающий размер (обратная задача). Следует отметить, что замыкающий размер непосредственно не выдерживается при сборке или изготовлении деталей, а является результатом выполнения составляющих размеров.

Обычно выполняют расчет линейных размерных цепей, более сложные размерные цепи могут быть приведены к линейным. Сборочная размерная цепь должна включать размеры входящих в сборку деталей, их изменения в процессе сборки и замыкающий размер, образующийся в результате выполнения сборочных операций. Производственные погрешности, определяющие величины допусков на размеры, носят случайный характер, поэтому размеры деталей в партии являются в пределах допуска случайными величинами, и расчет размерных цепей ведется вероят-

НОСТНЫМ МЕТОДОМ:

$$A_n = \sum_{i=1}^k A_i - \sum_{k+1}^{n-1} A_i; \quad (3.26)$$

$$A_{0n} = \left[\sum_{i=1}^k (A_{0i} + \alpha_i \delta_i) - \sum_{k+1}^{n-1} (A_{0i} + \alpha_i \delta_i) \right] - \alpha_n \delta_n; \quad (3.27)$$

$$\delta_n = \gamma \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} k_i^2 \delta_i^2}; \quad (3.28)$$

$$A_{np} = A_{0, n} \pm \delta_n, \quad (3.29)$$

где A_n —номинальное значение замыкающего размера (звена) размерной цепи; A_i —номинальные значения составляющих звеньев размерной цепи; n —число звеньев в размерной цепи; K —число увеличивающих размеров; $n-k-1$ —число уменьшающих размеров; A_{np} —предельное значение замыкающего и составляющих размеров соответственно; δ_n, δ_i —половины полей допусков замыкающего и составляющих размеров соответственно; α_i —коэффициент относительной асимметрии распределения размера; k_i —коэффициенты относительного рассеивания размеров; γ —коэффициент гарантированной надежности.

A_i, A_{0i}, δ_i определяют по чертежам, α_i, k_i и γ выбирают по таблицам в соответствии с технологическими процессами получения соответствующих размеров и в зависимости от метода обеспечения заданной точности РЭА. Коэффициент γ показывает, что величина рассчитываемого допуска определяется с надежностью P , соответствующей данному коэффициенту γ . Это означает, что в партии РЭА $100P$ аппаратов будут иметь замыкающий размер размерной цепи в пределах $2\delta_n$.

При определении ошибок конструкций РЭА, вызываемых наличием зазоров в сопрягаемых парах, необходимо учитывать величину этого зазора. Наиболее вероятную величину зазора Δ_3 , возникающего в сопряжении вал—отверстие, определяют из выражения

$$\Delta_3 = (A_0 - A_B) \pm \frac{1}{k_3} \sqrt{k_0^2 \delta_0^2 + k_B^2 \delta_B^2}, \quad (3.30)$$

где A_0, A_B —координаты середин полей допусков отверстия и вала соответственно; δ_0, δ_B —половины полей допусков отверстия и вала; k_3, k_0, k_B —коэффициенты относительного рассеивания зазора, отверстия и вала соответственно.

В большинстве случаев закон распределения замыкающего размера может быть принят за закон нормального распределения, тогда $\alpha_n = 0$, а $k_n = 1$.

Если замыкающий размер не обеспечивает работоспособности конструкции или его точность не соответствует заданным техническими условиями, необходимо установить такие допуски на отдельные звенья размерной цепи, которые обеспечат выполне-

ние заданных условий. Эта задача решается методами полной и неполной взаимозаменяемости, селективной сборки, пригонки и регулировки.

Функциональная точность РЭА. В результате выполнения последовательности сборочных и монтажных операций комплекующие электрорадиоэлементы (ЭРЭ) и микросхемы оформляются в функциональное устройство. Погрешности ЭРЭ прежде всего определяют точность выходных параметров РЭА. Для решения задачи анализа точности выходных параметров РЭА наиболее широко используется расчетно-статистический метод, который предполагает наличие функциональной зависимости выходных параметров от параметров ЭРЭ. Законы распределения погрешностей ЭРЭ считаются известными.

Аналитическая функция, определяющая зависимость выходного параметра от параметров ЭРЭ:

$$Y = \varphi(X_1, X_2, \dots, X_n). \quad (3.31)$$

Исходное выражение для определения допусков на выходные параметры получается из функции (3.31) методом ее линеаризации:

$$\Delta Y/Y = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \frac{x_i}{\varphi} \right] \frac{\Delta X_i}{X_i}, \quad (3.32)$$

где ΔY — абсолютная погрешность выходного параметра; $\Delta Y/Y$ — относительная погрешность выходного параметра; ΔX_i — абсолютные погрешности параметров ЭРЭ; $\Delta X_i/X_i$ — относительные погрешности параметров ЭРЭ; $B_i = \frac{\partial \varphi}{\partial X_i} \frac{X_i}{\varphi}$ — коэффициент влияния ЭРЭ, вычисленный при номинальном значении параметра X_i .

В выражение (3.32) входят относительные погрешности различных физических величин, которыми удобно оперировать при вычислениях. Это выражение позволяет определить производственный допуск на выходной параметр функционального узла РЭА.

На основании одной из предельных центральных теорем математической статистики обычно принимается допущение, что погрешность выходного параметра подчиняется нормальному закону распределения. Тогда

$$E(\Delta Y/Y) = M(\Delta Y/Y) = \sum_{i=1}^n B_i [E(\Delta X_i/X_i) + \alpha_i \delta(\Delta X_i/X_i)], \quad (3.33)$$

где $E(\Delta Y/Y)$, $E(\Delta X_i/X_i)$ — середины полей допусков выходного параметра и параметров ЭРЭ соответственно; $M(\Delta Y/Y)$, $M(\Delta X_i/X_i)$ — математические ожидания законов распределений соответствующих параметров.

Остальные величины в выражении (3.33) аналогичны соответствующим величинам в выражениях (3.27) и (3.28). Если до-

пуски ЭРЭ симметричны относительно номинального значения, второе слагаемое в правой части выражения (3.33) равно нулю.

Половина поля допуска на выходной параметр определяется на основании правила сложения дисперсий:

$$\delta \left(\frac{\Delta Y}{Y} \right) = \gamma \times \sqrt{\sum_{i=1}^n B_i^2 k_i^2 \delta_i^2 \left(\frac{\Delta X_i}{X_i} \right) + 2 \sum_{i \neq j} r_{ij} B_i B_j k_i k_j \delta_i \left(\frac{\Delta X_i}{X_i} \right) \delta_j \left(\frac{\Delta X_j}{X_j} \right)}, \quad (3.34)$$

где r_{ij} — коэффициент корреляции между случайными параметрами X_i и X_j .

Если погрешности параметров ЭРЭ взаимно независимы, второе слагаемое под корнем в выражении (3.34) равно нулю.

Предельные значения погрешности выходного параметра

$$(\Delta Y/Y)_{\text{пр}} = M(\Delta Y/Y) \pm \delta(\Delta Y/Y). \quad (3.35)$$

Предельные значения погрешности выходного параметра

$$Y_{\text{пр}} = Y_0 + M \left(\frac{\Delta Y}{Y} \right) \frac{Y_0}{100} \pm \delta \left(\frac{\Delta Y}{Y} \right) \frac{Y_0}{100}, \quad (3.36)$$

где Y_0 — номинальное значение выходного параметра.

Коэффициенты влияния B_i определяют в результате преобразования выражения (3.31), представив это выражение в виде отношения многочленов $Y = L/G$:

$$B_i = \frac{\psi L(X_i)}{L} - \frac{g G(X_i)}{G}, \quad (3.37)$$

где ψ — показатель степени параметра X_i в числителе отношения многочленов L/G ; g — показатель степени параметра X_i в знаменателе отношения многочленов L/G ; $L(X_i)$, $G(X_i)$ — части многочленов L и G , содержащие X_i .

Выбор допусков ЭРЭ по заданным допускам на выходные параметры РЭА является обратной задачей (задачей синтеза), значительно более сложной, так как решение ее неопределенно и неоднозначно. Решается эта задача методами последовательного приближения, равного или обратно пропорционального влияния, методами линейного программирования. Число возможных решений ограничено довольно небольшим количеством элементов определенного типа и точности, приемлемым для данных условий эксплуатации.

Значения коэффициентов α_i и k_i для различных законов рассеивания, коэффициента γ для заданной надежности расчета и добавочные сомножители при k_i приведены в табл. 3.1—3.2 и 3.3.

Таблица 3.1

Закон рассеивания	α_i	k_i
Закон нормального распределения	0	1
Закон Симпсона (равнобедренного треугольника)	0	1,22
Закон равной вероятности	0	1,73
Закон равномерного возрастания	0,33	1,41
Закон Максвелла	-0,28	1,14

Таблица 3.2

P	0,85	0,9	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	0,997	0,999
γ	0,48	0,548	0,653	0,683	0,725	0,775	0,875	1,00	1,10

Таблица 3.3

Процент риска	k_d	Процент риска	k_d	Процент риска	k_d
0,03	1,20	1,0	0,85	6,0	0,62
0,06	1,18	2,0	0,78	7,0	0,60
0,08	1,11	3,0	0,72	8,0	0,58
0,16	1,05	4,0	0,68	9,0	0,56
0,27	1,00	5,0	0,65	10,0	0,54
0,60	0,89				

Решение типовых примеров

Пример 1. Определить длину ступени максимального диаметра гнезда 12 делителя мощности, изображенного на рис. 3.1.

Решение. Для сборки выходных цепей делителя необходимо использовать технологическую оправу. В результате расчета определяется и длина ступени оправки. Искомый размер является замыкающим размерной цепи, показанной на рис. 3.1.

Номинальное значение размера A_n из выражения (3.26):

$$A_n = 45 - 22 - 3 - 14 = 6 \text{ мм.}$$

Составим таблицу характеристик размерной цепи.

Так как на размеры 45 и 14 допуски расширены до экономически целесообразных значений и брак этих размеров будет составлять 3 и 1% соответственно, определяют дополнительные множители коэффициентов k_i по табл. 3.3 (0,72 и 0,85). Приняв, что допуск замыкающего размера определяется с доверительной

Таблица 3.4

№ п/п	Размер	Допуск δ_i	Верхнее отклонение	Нижнее отклонение	Закон рассеивания	α_i	k_i	Процент брака
A_1	45	0,3	+0,15	-0,15	Равномерно возрастающий	0,33	1,41	3
A_2	14	0,12	+0,12	0		Симпсона	0	1,22
A_3	3	0,02	+0,02	0	Равной вероятности	0	1,73	0
A_4	22	0,014	0	-0,014	Нормальный	0	1	0

вероятностью $P = 0,99$, по табл. 3.2 находим $\gamma = 0,857$. Тогда из выражения (3.28) половина поля допуска размера A_n :

$$\delta_n = 0,857 \sqrt{(1,41 \cdot 0,72 \cdot 0,15)^2 + (1,22 \cdot 0,85 \cdot 0,06)^2 + (1,73 \cdot 0,01)^2 + 0,007^2} = \pm 0,165 \text{ мм.}$$

Среднее значение поля допуска замыкающего размера определяется из выражения (3.27):

$$A_{0n} = (0 + 0,33 \cdot 0,15) - 0,06 - 0,01 + 0,077 = -0,027 \text{ мм.}$$

Предельные значения длины ступени оправки или гнезда:

$$A_{\text{пр max}} = A_n + A_{0n} + \delta_n = 6 - 0,027 + 0,165 = 6,14 \text{ мм;}$$

$$A_{\text{пр min}} = A_n + A_{0n} - \delta_n = 6 - 0,027 - 0,165 = 5,81 \text{ мм.}$$

Допуск размера соответствует 14-му качеству точности.

Пример 2. Определить величину зазора между пластинами статора и ротора конденсатора переменной емкости, изображенного на рис. 3.7, а. Рассеивание размеров подчиняется закону нормального распределения.

Решение. Примем за сборочную базу конденсатора наружную поверхность правой платы 7. В этом случае максимальная погрешность зазора между пластинами ротора и статора получится в крайнем левом зазоре набора пластин. Схема размерной цепи представлена на рис. 3.7, б. Толщина пластин ротора и статора:

$$A_5 = A_7 = A_9 = A_{11} = A_{13} = A_{15} = A_{17} = A_{19} = A_{21} = A_{23} = 0,5_{-0,01} \text{ мм.}$$

$$\text{Величина зазора между пластинами: } A_6 = A_8 = A_{10} = A_{12} = A_{14} = A_{16} = A_{18} = A_{20} = A_{22} = 0,8^{+0,01} \text{ мм; } A_1 = 1,5^{+0,025} \text{ мм, } A_2 = 0,7_{-0,005} \text{ мм; } A_3 = 0,2_{-0,013} \text{ мм; } A_4 = 0,6_{-0,01} \text{ мм; } A_{23} = 3,65_{-0,03} \text{ мм.}$$

Номинальное значение замыкающего размера определяется по формуле (3.26)

$$A_n = 1,5 + 0,7 + 0,2 + 0,6 + 6 \cdot 0,5 + 5 \cdot 0,8 - 5 \cdot 0,5 - 4 \cdot 0,8 - 3,65 = 0,15 \text{ мм.}$$

Допуск на величину зазора между пластинами определяется по формуле (3.28). Примем, что расчет производится с доверительной вероятностью $P = 0,97$. В этом случае по табл. 3.2 находим $\gamma = 0,725$. Тогда

$$\delta_n = \pm 0,725 \sqrt{0,0025^2 + 0,005^2 + 0,013^2 + 20 \cdot 0,01^2 + 0,03^2} = \pm 0,04 \text{ мм.}$$

Середина поля допуска замыкающего размера определяется по формуле (3.27):

$$A_{0n} = (0,0125 - 0,0025 - 0,0065 - 0,005 + 5 \cdot 0,005 - 5 \cdot 0,005) - (5 \cdot 0,995 - 4 \cdot 0,005 - 0,015) = 0,005 \text{ мм.}$$

Предельные значения величины зазора:

$$A_{n \max} = A_n + A_{0n} + \delta_n = 0,15 + 0,005 + 0,04 = 0,194 \text{ мм,}$$

$$A_{n \min} = A_n + A_{0n} - \delta_n = 0,15 + 0,005 - 0,04 = 0,115 \text{ мм.}$$

Пример 3. Для вилки разъема, чертеж которой приведен на рис 3.13, определить отклонение оси контакта от оси корпуса, получаемое при сборке вилки. Эксцентриситет и погрешности формы всех деталей находятся в пределах полей допусков. Рассеивание размеров подчиняется закону нормального распределения.

Решение. Анализ величин диаметров корпуса 1, изоляторов 2, 3 и контакта 4 позволил установить размерную цепь, определяющую положение контакта (рис. 3.13). Очевидно, что номинальное значение отклонения оси контакта A_n будет равно 0, так как посадки в соединениях — $H7/h$ 8. По формуле (3.28) определяется допуск на величину отклонения оси контакта от оси корпуса:

$$\delta_n = \sqrt{2(0,08^2 + 0,15^2)} = \pm 0,24 \text{ мм}$$

при доверительной вероятности расчета $P = 0,997$.

Пример 4. Определить допуск на величину времени срабатывания $\tau_{ср}$ ждущего мультивибратора для формирования импульсов отрицательной полярности.

Исходные данные:

$$\begin{aligned} \tau_{ср} &= \tau_3 R_{вх} / (R_1 + R_2); \quad \tau_3 = C_2 R_3 \left(\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2} \right); \\ R_1 &= 1,5 \text{ кОм} \pm 10\%; \quad R_2 = 2,2 \text{ кОм} \pm 10\%; \\ R_3 &= 3,6 \text{ кОм} \pm 10\%; \quad R_{вх} = 2,3 \text{ кОм}; \\ C_2 &= 510 \text{ пФ} \pm 10\%. \end{aligned}$$

Корреляция параметров, входящих в функциональную зависимость, отсутствует. Расчет выполняется с гарантированной надежностью 0,997.

Решение. Подставив в формулу $\tau_{ср}$ выражение τ_3 , получим

$$\tau_{ср} = \frac{L}{G} = \frac{R_1 R_2 R_3 C_2 R_{вх}}{(R_1 + R_2)^2}.$$

Номинальное значение выходного параметра равно

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{1,5 \cdot 2,2 \cdot 3,6 \cdot 10^9 \cdot 510 \cdot 10^{-12} \cdot 2,3 \cdot 10^3}{(2,2 \cdot 1,5)^2 \cdot 10^6} = 1,02 \text{ мкс.}$$

Уравнение относительной погрешности (3.32) примет вид:

$$\Delta Y/Y = B_{R_1} \Delta R_1/R_1 + B_{R_2} \Delta R_2/R_2 + B_{R_3} \Delta R_3/R_3 + \\ + B_{C_2} \Delta C_2/C_2 + B_{R_{\text{вх}}} \Delta R_{\text{вх}}/R_{\text{вх}}.$$

На основании формулы (3.37):

$$B_{R_3} = B_{C_2} = B_{R_{\text{вх}}} = 1; \\ B_{R_1} = \frac{C_2 R_2 R_3 R_{\text{вх}}}{C_2 R_2 R_3 R_{\text{вх}}} \frac{R_1^2 + 2R_1 R_2}{R_1^2 + 2R_1 R_2 + R_2^2} = \\ = 1 - \frac{2,25 + 2 \cdot 1,5 \cdot 2,2}{2,25 - 3 \cdot 2,2 + 4,84} = 0,35; \\ B_{R_2} = 1 - \frac{R_2^2 - 2R_1 R_2}{R_1^2 + 2R_1 R_2 + R_2^2} = 0,13.$$

Тогда

$$\frac{\Delta \tau_{\text{ср}}}{\tau_{\text{ср}}} = 0,35 \frac{\Delta R_1}{R_1} + 0,13 \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta C_2}{C_2} + \frac{\Delta R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}}.$$

Известно, что параметры резисторов, конденсаторов и питающие напряжения подчиняются закону нормального распределения, а входное сопротивление транзистора — по закону равной вероятности. Средняя относительная величина выходного параметра, определяемая по формуле (3.33), равна в этом случае нулю.

Учитывая, что параметры комплектующих ЭРЭ не коррелированы, значение производственного допуска $\tau_{\text{ср}}$ из выражения (3.34) составит

$$\delta (\Delta \tau_{\text{ср}}/\tau_{\text{ср}}) = \\ = 0,857 \sqrt{0,35^2 \cdot 10^2 + 0,13^2 \cdot 10^2 + 10^2 + 10^2 + 1,73^2 \cdot 10^2} = \\ = \pm 19,5\%. \text{ Таким образом, } \tau_{\text{ср}} = 1,02 \text{ мс} \pm 19,5\%.$$

Пример 5. Рассчитать величину производственного допуска на амплитуду обратного выброса усилителя-формирователя с гарантированной надежностью $P = 0,9973$.

Исходные данные:

$$U_{m0} = \left(\beta I'_6 - \frac{n^2 E_k}{R_n} \right) R_{\text{шэ}}, \text{ где } R_{\text{шэ}} = \frac{(R_{\text{д}}^{\text{пп}} + R_{\text{ш}}) R_{\text{н}}/n^2}{R_{\text{д}}^{\text{пп}} + R_{\text{ш}} + R_{\text{н}}/n^2}; \\ I'_6 = \frac{U_{\text{вх}}}{R + R_{\text{вхэ}} \parallel R_6} - \frac{E_6}{R_6}; \\ E_k = 12 \text{ В}; U_{\text{вх}} = 10 \text{ В}; R = 9,1 \text{ кОм}; R_{\text{н}} = 0,2 \text{ кОм}; \\ E_6 = 1 \text{ В}; n = 0,5; R_{\text{ш}} = 0,1 \text{ кОм}; R_6 = 9,1 \text{ кОм};$$

параметры транзистора: $R_{\text{вхэ}} = 1 \text{ кОм}$; $\beta = 20$; параметры диода: $R_{\text{д}}^{\text{пп}} = 50 \text{ Ом}$.

Допуски: на параметры транзисторов и диодов — $\pm 5\%$, на величину сопротивлений резисторов — $\pm 10\%$; конденсаторов — $\pm 5\%$. Стабильность источников питания $\pm 5\%$. Разброс напряжений входных сигналов $\pm 10\%$.

Решение. Подставив в формулу U_{m0} выражения $R_{шз}$ и I'_6 , получим

$$U_{m0} = \left[\left(\beta \frac{U_{вх}}{R + R_{вхз} \parallel R_6} - \frac{E_6}{R_6} \right) - \frac{n^2 E_k}{R_n} \right] \frac{(R_n^{np} + R_{ш}) R_n / n^2}{R_n^{np} + R_{ш} + R_n / n^2}.$$

Номинальное значение амплитуды обратного выброса и коэффициенты влияния B_1 и B_2 составят:

$$U_{m0} = \left[20 \left(\frac{10}{9100 + \frac{1000 \cdot 9100}{1000 + 9100}} - \frac{1}{9100} \right) - \frac{0,25 \cdot 12}{200} \right] \frac{(50 + 100) \frac{200}{0,25}}{50 + 100 + \frac{200}{0,25}} =$$

$$= 0,327 \text{ В};$$

$$B_1 = - \frac{n^2 R_{шз}}{R_n} \frac{E_k}{U_{m0}} = \frac{0,25 \cdot 12,6}{200} \frac{12}{0,327} = -0,58,$$

$$B_2 = \frac{\beta R_{шз}}{R R_{вхз} \parallel R_6} \frac{U_{вх}}{U_{m0}} = \frac{20 \cdot 12,6}{1000 \cdot 0,99} \frac{10}{0,327} = 0,86.$$

Аналогично находим коэффициенты влияния остальных комплектующих ЭРЭ схемы:

$$B_3 = 0,76; B_4 = -1; B_5 = -0,696; B_6 = 0,56; B_7 = 0,59;$$

$$B_8 = 0,4; B_9 = 0,048; B_{10} = 0,67; B_{11} = 0,275.$$

Коэффициент B_1 характеризует влияние E_k на величину выходного параметра, коэффициент B_2 — влияние E_6 , B_3 — $U_{вх}$, B_4 — n ; B_5 — влияние R , B_6 — $R_{ш}$, B_7 — R_n , B_8 — R_6 , B_9 — $R_{вхз}$, B_{10} — β , B_{11} характеризует влияние R_n^{np} .

Топология ГИС предполагает напыление резисторов на одной операции. В этом случае между сопротивлениями резисторов имеется тесная корреляционная связь, причем для всех пар сопротивлений $r_{ij} = 0,9$. Исследования показывают, что погрешности параметров пассивных элементов ИС и питающие напряжения подчиняются закону нормального распределения, параметры транзисторов и диодов — закону равной вероятности. Тогда $k_1 = k_2 \dots = k_9 = 1$, $k_{10} = k_{11} = 1,73$, а так как законы распределения всех параметров симметричные, середина поля допуска выходного параметра совпадает с его номинальным значением. Из табл. 3.2 находим $\gamma = f(P) = 1$. По формуле (3.34) определяем величину поля допуска на амплитуду обратного выброса уси-

лителя:

$$\delta \left(\frac{\Delta U_{m0}}{U_{m0}} \right) = \sqrt{0,58^2 \cdot 5^2 + 0,86^2 \cdot 5^2 + 0,76^2 \cdot 5^2 + 5^2 (0,696 \cdot 10)^2 + \dots}$$

$$\dots + (0,56 \cdot 10)^2 + (0,59 \cdot 10)^2 + (0,4 \cdot 1)^2 + (0,048 \cdot 10)^2 + \dots$$

$$\dots + (0,67 \cdot 1,73 \cdot 50)^2 + (0,275 \cdot 1,73 \cdot 50)^2 + 45 \times \dots$$

$$\dots \times (0,696 \cdot 0,56 + 0,696 \cdot 0,4 + 0,56 \cdot 0,4) = \pm 64 \%;$$

$$U_{m0} = 0,327B \pm 64 \%$$

Задачи и упражнения

1. С надежностью 0,99 определить величину выступания A_n контакта 4 относительно торца корпуса вилки разъема (см. рис. 3.13). Размеры для расчета: длина корпуса $21_{-0,52}$ мм; высота изолятора $3-7_{-0,2}$ мм. Размеры деталей подчиняются закону нормального распределения,

Ответ. $A_n = 1_{-0,35}^{+0,32}$ мм.

2. Определить допуск на габаритный размер дросселя, изображенного на рис. 3.4. Расчет выполнить с гарантированной надежностью 0,9973. Размеры для расчета: толщина экрана $11-1_{-0,12}$ мм; толщина стенки крышки $10-2,8_{-0,2}$ мм; толщина колпачка $14-4,5_{-0,5}$ мм; высота чашки броневого сердечника $15,7_{-0,4}$ мм; толщина корпуса $4 \pm 0,1$ мм; размеры корпуса 1 приведены на чертеже. Размеры деталей дросселя подчиняются закону нормального распределения.

Ответ. $A_n = 67_{-1,94}^{+0,14}$ мм.

3. С гарантированной надежностью 0,9973 определить величину перекрытия пластин ротора и статора конденсатора переменной емкости рис. 3.7, а. Размеры деталей подчиняются закону нормального распределения. Размеры для расчета: диаметр концов оси ротора $2_{-0,08}$ мм; диаметр концов оси статора

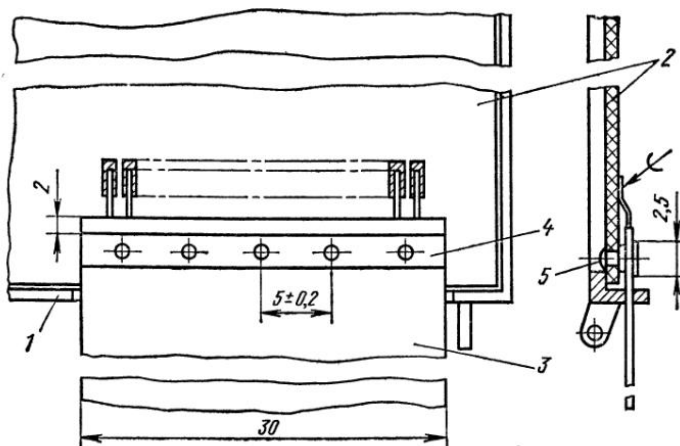


Рис. 3.15. Установка гибкого печатного кабеля на печатную плату:

1—рама ячейки; 2—печатная плата; 3—ГПК; 4—колодка; 5—оплавляемые штыри колодки

1,5 $_{-0,04}$ мм; наружный диаметр втулки 6—3,5 $_{-0,08}$ мм; внутренний диаметр втулки 6—2 $^{+0,10}$; радиус пластины ротора, измеренный от его оси 4,6 $_{-0,08}$ мм; радиус выемки в пластине статора 1,7 $^{+0,06}$ мм; расстояние от оси статора до центра радиуса выемки в пластине 5,2 $^{+0,02}$ мм.

О т в е т. $A_n = 2,33 \pm 0,166$ мм

4. Определить расстояние A_n между осью и корпусом кнопки однополюсного включения (см. рис. 3 12) с надежностью 0,9973. Размеры деталей кнопки подчиняются закону нормального распределения. Размеры для расчета: глубина отверстия корпуса $6 - 12 \pm 0,3$ мм; высота втулки $2 - 12_{-0,2}$ мм; толщина стакана $3 - 1^{+0,05}$ мм; длина ступени с резьбой втулки $2 - 4 \pm 0,5$ мм; диаметр шарика $15 - 1,8_{-0,02}$ мм.

О т в е т. $A_n = 5,6 \pm 0,8$ мм.

5. Определить с надежностью 0,95 возможное отклонение оси контактного лепестка гибкого печатного кабеля (ГПК) относительно оси контактной площадки печатной платы при установке ГПК с помощью оплавления штырей колодки кабеля в неметаллизированных отверстиях печатной платы (рис. 3.15). Размеры для расчета: ширина проводников ГПК $1,25_{-0,1}$ мм; предельные отклонения размеров между осями двух любых печатных проводников $\pm 0,1$ мм; диаметр штыря колодки ГПК $1,8_{-0,12}$ мм; расстояние между осью отверстия под штырь и осью контактной площадки на печатной плате $0,25 \pm 0,1$ мм; предельное отклонение между осями двух любых контактных площадок платы $\pm 0,06$ мм.

О т в е т. $\pm 0,22$ мм.

6. Определить производственный допуск на амплитуду импульса формирователя импульсов. Исходные данные:

$$U_{m \text{ вых}} = \frac{I'_6 R_K R_C}{\tau_{\alpha \text{ экв}}} (1 - e^{-t_{\Phi} / [(R_K + R_H) C]}),$$

где

$$\tau_{\alpha \text{ экв}} = \frac{1}{2\pi f_{\alpha}} + C_K \frac{R_K R_H}{R_K + R_H}; \quad I'_6 = \frac{U_{m \text{ вх}}}{R_{\Gamma} + R + R_{\text{вх} \text{ э}} \parallel R_6} - \frac{E_6}{R_6};$$

$$t_{\Phi} = \tau_{\alpha \text{ экв}} \frac{E_K (R_H + R_K)}{I'_6 R_H R_K},$$

$E_K = 10$ В; $R_{\Gamma} = 0,5$ кОм; $R_H = 2$ кОм; параметры транзистора: $E_6 = 2$ В; $R = 1$ кОм; $R_6 = 39$ кОм; $R_{\text{вх} \text{ э}} = 0,5$ кОм, $U_{m \text{ вх}} = 10$ В; $R_K = 2$ кОм; $C = 1000$ пФ; $C_K = 40$ пФ; $f_{\alpha} = 1$ МГц

О т в е т. $U_{m \text{ вх}} = 2,43$ В $\pm 93\%$.

7. Определить производственный допуск на длительность импульса формирователя (см. задачу 6).

$$t_U = \tau_{\alpha \text{ экв}} \frac{E_K (R_H + R_K)}{I'_6 R_H R_K} + 3R_H C.$$

О т в е т. $t_U = 6$ мкс $\pm 14,5\%$

8. Определить производственный допуск на амплитуду напряжения на нагрузке ждущего мультивибратора Исходные данные:

$$U_m = \frac{E_K - I_{K02} R_{K2}}{R_H + R_{K2}} R_H - \frac{E_K \left(\frac{R_9 R_H}{R_9 + R_H} \right)}{\frac{R_9 R_H}{R_9 + R_K} + (R_{K2} \parallel R_6)};$$

$E_K = 10$ В; $R_6 = 10$ кОм; $R_{K2} = 1,5$ кОм; $I_{K02} = 5$ мкА; $R_9 = 300$ Ом; $R_H = 5,1$ кОм.

О т в е т. $U_m = 5,9 \pm 6\%$ В

9. Рассчитать производственный допуск на период автоколебаний мультивибратора. Исходные данные.

$$T = C_1 R_{61} \ln \left(2 - \frac{I_{K02} R_{K2} + I_{K01} R_{61}}{E_K + I_{K01} R_{61}} \right) + C_2 R_{62} \ln \left(2 - \frac{I_{K01} R_K + I_{K02} R_{62}}{E_K + I_{K02} R_{62}} \right);$$

$E_K = 12$ В; $R_{62} = 20$ кОм; $I_{K01} = I_{K02} = 10$ мкА;

$R_{61} = 15$ кОм; $R_{K1} = R_{K2} = 1,5$ кОм; $C_1 = C_2 = 1000$ пФ.

О т в е т. $T = 24$ мкс $\pm 8\%$.

10. Определить производственный допуск на длительность импульса мультивибратора. Исходные данные.

$$t_U = R_6 C \ln \left| \frac{2 - \frac{I_{K01} R_{K1} - I_{K02} R_{62}}{E_K + I_{K02} R_{62}}}{1 - \frac{|U_{п}|}{E_K + I_{K02} R_{62}}} \right|;$$

$$E_K = 10 \text{ В}; R_{K1} = 1 \text{ кОм}; R_{62} = 10 \text{ кОм}; C = 5100 \text{ пФ};$$

параметры транзистора: $U_{п} = -0,3 \text{ В}$; $I_{K01} = I_{K02} = 10 \text{ мкА}$.

О т в е т. $t_n = 36,9 \text{ мкс} \pm 11,7\%$.

11. Определить производственный допуск на коэффициент нелинейности пилообразного напряжения генератора. Исходные данные:

$$P = \frac{U_m R}{E_K} \left(\frac{1}{R_{\text{вых. } 6}} + \frac{1}{\beta R_K} \right), \text{ где } U_m = \frac{E_K T_p}{RC};$$

$$E_K = 30 \text{ В}; R = 6,2 \text{ кОм}; R_K = 18 \text{ кОм}; C = 0,3 \text{ мкФ};$$

$T_p = 1 \text{ мс}$; параметры транзистора: $R_{\text{вых. } 6} = 300 \text{ кОм}$; $\beta = 30$.

О т в е т. $P = 0,02 \pm 62,6\%$.

12. Рассчитать производственный допуск на время восстановления мультивибратора. Исходные данные:

$$t_B = R_{K1} C \ln \frac{E_1}{E_1 - E_K};$$

$$E_1 = 20 \text{ В}; E_K = 10 \text{ В}; R_{K1} = 2 \text{ кОм}; R_{62} = 20 \text{ кОм}; C = 5100 \text{ пФ}.$$

О т в е т. $t_B = 7 \text{ мкс} \pm 15\%$.

13. Рассчитать производственный допуск на время восстановления мультивибратора. Исходные данные:

$$t_B = 4 \left(\frac{R_{K1} + r_6}{\beta} + r_9 \right) C;$$

$$R_{K1} = 2 \text{ кОм}; C = 5100 \text{ пФ}; \beta = 30, r_6 = 150 \text{ Ом}; r_9 = 20 \text{ Ом}.$$

О т в е т. $t_B = 1,9 \text{ мкс} \pm 26\%$.

14. Определить производственный допуск на период автоколебаний мультивибратора. Исходные данные:

$$T = C_1 R_{61} \ln \left(1 + \frac{E_K - I_{K02} R'_{K2}}{E_K + I_{K02} R_{61}} \frac{R_N}{R_{K2} + R_N} \right) + \\ + C_2 R_{62} \ln \left(2 - \frac{I_{K02} R_{62} + I_{K01} R'_{K1}}{E_K + I_{K02} R_{62}} \right);$$

$$E_K = 10 \text{ В}; R_{61} = 20 \text{ кОм}; C_1 = 1000 \text{ пФ}; R'_{K1} = R'_{K2} = 1 \text{ кОм}; \\ R_N = 7,5 \text{ кОм}; R_{62} = 15 \text{ кОм}; C_2 = 1600 \text{ пФ}; I_{K01} = I_{K02} = 5 \text{ мкА}.$$

О т в е т. $T = 0,3 \text{ мкс} \pm 34\%$.

15. Определить производственный допуск на задержку перепада напряжения формирователя на диоде. Исходные данные.

$$t_1 = \tau \ln \left(1 + \frac{E/R}{E/R - \frac{U_{m \text{ вх}} + U_{\text{дот}}}{R_T + R_1}} \right);$$

$E = 15 \text{ В}$; $R_1 = 20 \text{ Ом}$; $U_{m \text{ вх}} = 5 \text{ В}$; параметры транзистора: $R = 300 \text{ Ом}$; $R_T = 50 \text{ Ом}$; $\tau = 6 \cdot 10^{-9} \text{ с}$; $U_{\text{дот}} = 0,8 \text{ В}$.

О т в е т. $t_1 = 5,55 \text{ нс} \pm 58\%$.

Примечания к задачам 6—15. Параметры комплектующих ЭРЭ и питающие напряжения подчиняются закону нормального распределения; параметры тран-

зисторов и диодов подчиняются закону равной вероятности; распределение входных сигналов схем подчиняется закону Максвелла. Допуски на параметры транзисторов и диодов принимают равными $\pm 50\%$; допуски на резисторы $\pm 10\%$; на конденсаторы $\pm 5\%$, стабильность источников питания $\pm 5\%$; разброс напряжения входного сигнала $\pm 10\%$.

Вычисления производят с надежностью 0,997 ($\gamma = 1$).

§ 3.3. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ И ПРОЦЕССОВ СБОРКИ

Случайные величины, законы распределения случайных величин и числовые характеристики случайных величин

Случайной называют переменную величину, которая принимает некоторое числовое значение в результате испытания со случайным исходом. Понятие случайной величины позволяет отображать качественные результаты эксперимента на количественной шкале. Так, количество исправной или неисправной РЭА в выборке, подлежащей контролю, является случайной величиной. Таким образом, введение случайной величины превращает элементы контролируемой выборки, определяемые качественно, в целочисленные случайные величины, имеющие физический смысл.

Различают дискретные и непрерывные случайные величины. Дискретной называют случайную величину, которая может принимать отдельные изолированные значения с определенными вероятностями (значения дискретной случайной величины можно пронумеровать). Дискретными случайными величинами являются количество неисправных блоков в партии; число единиц оборудования, выходящего из строя за определенный период; число отказов, наблюдаемых при испытании рабочих характеристик РЭА.

Непрерывной называют случайную величину, которая может принимать любые числовые значения в рассматриваемом диапазоне. Непрерывными случайными величинами являются время до момента выхода из строя РЭА; значения контролируемых параметров РЭА; суточное производство продукции на предприятии; уровень шума приемника или передатчика в децибелах; процент брака выпускаемых блоков РЭА.

Случайная величина X характеризуется распределением, которое отражает вероятность появления всех ее возможных значений. Наиболее полная характеристика случайной величины X дается интегральной функцией распределения, показывающей вероятность того, что X не превысит некоторое значение x_i :

$$F(x) = P\{X \leq x_i\}. \quad (3.38)$$

Дискретная случайная величина часто задается перечнем ее возможных значений и соответствующих им вероятностей.

Непрерывную случайную величину можно определить плотностью распределения (дифференциальным законом распределения вероятности):

$$f(x) = dF(x)/dx. \quad (3.39)$$

Основными числовыми характеристиками случайных величин является математическое ожидание, определяющее положение центра группирования распределения и середину поля допуска случайной величины X ,

$$M\{X\} = \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad (3.40)$$

— для дискретной случайной величины, где x_i — частные значения случайной величины X , p_i — соответствующие этим значениям вероятности, n — общее количество значений случайной величины в партии;

$$M\{X\} = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (3.41)$$

— для непрерывной случайной величины; дисперсия $\sigma^2\{X\}$ случайной величины вычисляется по формулам:

$$\sigma^2\{X\} = M\{[x - M\{X\}]^2\} = \sum_{i=1}^n p_i [x_i - M\{X\}]^2 \quad (3.42)$$

— для дискретной случайной величины и

$$\sigma^2\{X\} = \int_{-\infty}^{\infty} [x - M\{X\}]^2 f(x) dx \quad (3.43)$$

— для непрерывной случайной величины, где $\sigma\{X\}$ — среднее квадратическое отклонение случайной величины X , отражающее характер влияния случайных факторов технологического процесса на изучаемую величину X ; начальные и центральные моменты ν -го порядка обозначают M_ν и μ_ν соответственно и определяют из выражений:

$$M_\nu = M\{X^\nu\} = \sum_{i=1}^n p_i x_i^\nu, \quad (3.44)$$

$$\mu_\nu = M\{[x - M\{X\}]^\nu\} = \sum_{i=1}^n p_i [x_i - M\{X\}]^\nu \quad (3.45)$$

— для дискретных случайных величин:

$$M_\nu = \int_{-\infty}^{\infty} x^\nu f(x) dx, \quad (3.46)$$

$$\mu_\nu = \int_{-\infty}^{\infty} [x - M\{X\}]^\nu f(x) dx \quad (3.47)$$

— для непрерывных случайных величин.

Большинство распределений может быть описано с помощью первых четырех моментов, причем начальный момент первого

порядка соответствует математическому ожиданию, центральный момент второго порядка является дисперсией распределения, центральный момент третьего порядка характеризует асимметрию распределения, а четвертый момент — эксцесс или островершинность распределения.

Как правило, распределение и его числовые характеристики неизвестны, и оценки необходимых моментов вычисляют по выборке определенного размера, при замене в приведенных ранее выражениях для моментов M_v на $\sum_{i=1}^n x_i^v/n$, где x_i — значения полученных наблюдений в выборке. Под n в этом случае понимают объем выборки.

Несмещенной оценкой математического ожидания является среднее арифметическое результатов n измерений

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = m_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m_0), \quad (3.48)$$

где m_0 — новое начало отсчета, равное значению x_i , которое имеет наибольшую частоту m_i ; m_i — количество значений x_i в данном интервале при разбиении выборки на интервалы.

При неизвестном значении математического ожидания несмещенная оценка дисперсии

$$s^2\{X\} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m_0)^2 - \frac{n}{n-1} (\bar{X} - m_0), \quad (3.49)$$

а при известном математическом ожидании

$$s^2\{X\} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x_i - M\{X\}]^2. \quad (3.50)$$

Оценку третьего момента определяют из выражения

$$M_3 = \frac{\sum_{i=1}^n m_i [x_i - M\{X\}]^3}{n}. \quad (3.51)$$

Оценку четвертого момента из выражения

$$M_4 = \frac{\sum_{i=1}^n m_i [x_i - M\{X\}]^4}{n}. \quad (3.52)$$

Оценки моментов дают возможность подобрать эмпирическое распределение для описания экспериментальных данных [32].

Нормальное распределение. Нормальным называют распределение вероятностей непрерывной случайной величины X , если

оно описывается дифференциальной функцией

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\{X\} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[x-M\{X\}]^2}{2\sigma^2\{X\}}}. \quad (3.53)$$

Вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу (x_1, x_2) :

$$P\{x_1 < X < x_2\} = \Phi\left[\frac{x_2 - M\{X\}}{\sigma\{X\}}\right] - \Phi\left[\frac{x_1 - M\{X\}}{\sigma\{X\}}\right], \quad (3.54)$$

где $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-z^2/2} dz$ — функция Лапласа.

Вероятность того, что абсолютная величина отклонения меньше положительного числа ε :

$$P\{|x - M\{X\}| < \varepsilon\} = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma\{X\}}\right). \quad (3.55)$$

Если математическое ожидание равно нулю, справедливо равенство

$$P\{|x| < \varepsilon\} = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma\{X\}}\right). \quad (3.56)$$

Плотность вероятности системы двух случайных величин X_1 и X_2 , подчиняющихся закону нормального распределения, равна

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma\{X_1\}\sigma\{X_2\}\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left[\frac{[x_1 - M\{X_1\}]^2}{\sigma^2\{X_1\}} - \frac{2r[x_1 - M\{X_1\}][x_2 - M\{X_2\}]}{\sigma\{X_1\}\sigma\{X_2\}} + \frac{[x_2 - M\{X_2\}]^2}{\sigma^2\{X_2\}}\right]}, \quad (3.57)$$

где r — коэффициент корреляции X_1 и X_2 .

Нормальное распределение получило широкое применение в технических приложениях. Гипотеза о нормальности распределения исследуемых параметров лежит в основе методов дисперсионного и регрессионного анализов, планирования экспериментов. Многие распределения с той или иной степенью достоверности можно аппроксимировать нормальным. Применимость нормального распределения обосновывается одной из центральных предельных теорем математической статистики.

Системы случайных величин. Функция распределения системы n случайных величин (X_1, X_2, \dots, X_n) имеет вид

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = P\{X_1 < x_1, X_2 < x_2, \dots, X_n < x_n\}.$$

Если существует плотность вероятности системы случайных величин

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial^n F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n}, \quad (3.58)$$

функция распределения выражается через плотность в виде

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \dots \int_{-\infty}^{x_n} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n. \quad (3.59)$$

Для дискретных случайных величин плотность вероятности не существует и система таких величин характеризуется совокупностью вероятностей $P(X_1=i_1; X_2=i_2, \dots, X_n=i_n)$. Эти вероятности удобно свести в таблицу с n входами. Функция распределения системы дискретных случайных величин выражается формулой

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i_1 < x_1} \sum_{i_2 < x_2} \dots \sum_{i_n < x_n} P\{X_1=i_1, X_2=i_2, \dots, X_n=i_n\}. \quad (3.60)$$

Здесь суммирование выполняют по всем возможным значениям каждой из случайных величин.

Основные числовые характеристики системы n случайных величин:

математические ожидания

$$M\{X_i\} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} x_i f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1, dx_2, \dots, dx_n; \quad (3.61)$$

дисперсии

$$\sigma^2\{X_i\} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} [x_i - M\{X_i\}]^2 f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1, dx_2, \dots, dx_n; \quad (3.62)$$

моменты связи

$$\begin{aligned} k_{ij} &= M\{[x_i - M\{X_i\}][x_j - M\{X_j\}]\} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} [x_i - M\{X_i\}][x_j - M\{X_j\}] f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1, \\ &\quad dx_2, \dots, dx_n \text{ при } i \neq j. \end{aligned} \quad (3.63)$$

Вторые центральные моменты составляют корреляционную матрицу

$$|k_{ij}| = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1n} \\ & k_{22} & k_{23} & \dots & k_{2n} \\ & & k_{33} & \dots & k_{3n} \\ & & & \dots & \\ & & & & k_{nn} \end{vmatrix}. \quad (3.64)$$

Если случайные величины, входящие в систему, независимы, все элементы матрицы, кроме диагональных, равны нулю.

Безразмерной характеристикой связи случайных величин X_i и X_j служит коэффициент корреляции

$$r_{ij} = \frac{k_{ij}}{\sqrt{\sigma^2\{X_i\} \sigma^2\{X_j\}}}. \quad (3.65)$$

Для системы n нормальных величин

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{(2\pi)^n / 2^{\frac{1}{2}} \sqrt{\Delta}} e^{-\frac{1}{2} \sum_{ij} k_{ij}^{(-1)} [x_i - M\{X_i\}] [x_j - M\{X_j\}]} \quad (3.66)$$

где Δ — определитель, составленный из элементов корреляционной матрицы (3.64); $k_{ij}^{(-1)}$ — элементы обратной матрицы:

$k_{ij}^{(-1)} = \frac{1}{\Delta} A_{ij} = \frac{1}{\Delta} A_{ij}$, где A_{ij} — алгебраическое дополнение элемента k_{ij} .

Непрерывные случайные величины независимы, если

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_1(x_1) f_2(x_2) f_3(x_3) \dots f_n(x_n).$$

Если случайная величина Y связана функциональной зависимостью со случайными величинами X_1, X_2, \dots, X_n : $Y = \varphi(X_1, X_2, \dots, X_n)$, где φ — известная функция, а плотность вероятности $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ системы задана, то начальные и центральные моменты определяют по формулам:

$$M_\nu(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} [\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)]^\nu f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n; \quad (3.67)$$

$$M_\nu(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} [\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) - M\{Y\}]^\nu \times \\ \times f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n. \quad (3.68)$$

Математическое ожидание функции от дискретной случайной величины

$$M\{\varphi(x)\} = \sum_{i=1}^n p_i \varphi(x_i), \quad (3.69)$$

а математическое ожидание функции от непрерывной случайной величины

$$M\{\varphi(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) f(x) dx. \quad (3.70)$$

Законы распределения функций случайных величин. Если выходной параметр РЭА связан с параметрами комплектующих ЭРЭ или параметрами технологического процесса аналитической зависимостью вида $Y = \varphi(X)$ и эта зависимость монотонна в диапазоне возможных значений X , плотность вероятности $f_y(y)$

равна

$$f_y(y) = f_x[\psi(y)] |\psi'(y)|. \quad (3.71)$$

Если функция Y не монотонна, что означает неоднозначность обратной функции $\psi(y)$, плотность вероятности случайной величины определяется формулой

$$f_y(y) = \frac{d}{dy} F(y), \quad (3.72)$$

где

$$F(y) = P\{Y < y\} = \sum_i \int_{\Delta_i(y)} f_X(x) dx,$$

в последнем выражении $\Delta_i(y)$ — участки абсцисс, которым соответствует $Y < y$. Для функции двух случайных величин (3.72) примет вид

$$F_y(y) = \iint_{(D_y)} f_X(x_1, x_2) dx_1 dx_2, \quad (3.73)$$

где D_y — область, в которой $Y < y$.

Сумма законов распределения. Для двух независимых дискретных величин X_1 и X_2 (например, количество бракованных РЭА по двум различным параметрам) ряд распределения случайной величины $Y = X_1 + X_2$ определяется как

$$\begin{aligned} P\{Y = y\} &= \sum_{x_1=1}^{n_1} P\{X_1 = x_1\} P\{X_2 = y - x_1\} = \\ &= \sum_{x_2=1}^{n_2} P\{X_2 = x_2\} P\{X_1 = y - x_2\}. \end{aligned} \quad (3.74)$$

Для двух непрерывных случайных величин (например, брак РЭА по двум различным параметрам) плотность вероятности $Y = X_1 + X_2$ определяется формулой

$$f_y(y) = \frac{d}{dy} F(y), \quad (3.75)$$

где

$$F(y) = \iint_{x_1+x_2 < y} f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) dx_1 dx_2. \quad (3.76)$$

Когда закон распределения одной из случайных величин задается одной формулой во всем диапазоне значений аргумента, определение плотности вероятности случайной величины Y упрощается:

$$f_{x_1}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x_1}(x_1) f_{x_2}(y-x_1) dx = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x_2}(x_2) f_{x_1}(y-x_2) dx_2. \quad (3.77)$$

Линеаризация функций случайных величин. Непрерывная дифференцируемая функция $Y = \varphi(X_1, X_2, \dots, X_n)$, производная которой не обращается в бесконечность в данной точке, соответствующей математическим ожиданиям аргументов X_i , при достаточно малых пределах изменения аргументов может быть заменена линейной разложением ее в ряд Тейлора и удержанием только линейных членов. Математическое ожидание и дисперсию можно оценить с помощью следующих выражений:

$$M\{Y\} \approx \varphi[M\{X_1\}, M\{X_2\}, \dots, M\{X_n\}], \quad (3.78)$$

$$\sigma^2\{Y\} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}\right)^2 \sigma^2\{X_i\} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}\right) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j}\right) k_{ij}. \quad (3.79)$$

Для независимых аргументов

$$\sigma^2\{Y\} \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}\right)^2 \sigma^2\{X_i\}. \quad (3.80)$$

Чем большее число членов разложения функции удерживается, тем точнее результат приближения.

Критерии согласия. Критерии согласия позволяют проверить гипотезу о предполагаемом виде закона распределения случайного параметра технологического процесса. Проверка гипотезы основана на изучении расхождения

$$\varepsilon = F_3(x) - F_T(x),$$

где $F_T(x)$ — теоретическая функция распределения параметра X ; $F_3(x)$ — эмпирическая функция распределения параметра X .

Наиболее часто используют критерии Пирсона χ^2 и критерий Колмогорова.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i} = \sum_{i=1}^K \frac{m_i^2}{np_i} - n, \quad (3.81)$$

где K — число интервалов при разбиении выборки на интервалы; p_i — частоты интервала (вероятности попадания параметра в заданный интервал).

Для вычисления этого критерия все множество возможных значений X разбиваем на K интервалов с числом значений $X = m_i$ в каждом интервале. Желательно, чтобы при этом выполнялось условие $np_i \geq 10$ ($i = 1, 2, \dots, K$). Задаваясь уровнем значимости α , выраженным в процентах, по таблицам распределения χ^2 (приложение 2) с $f = K - \theta - 1$ степенями свободы находим значение χ^2_α , такое, что $P\{\chi^2 > \chi^2_\alpha\} = \alpha$. Здесь θ — число параметров, характеризующих предполагаемый закон распределения. Так закон нормального распределения характеризуется математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением, и в этом случае $\theta = 2$. Если $\chi^2 > \chi^2_\alpha$, то отклонение значимо и с α %-ным уровнем значимости гипотеза о принятом распределении отвер-

гается, как не согласующаяся с опытными данными. При $\chi^2 \leq \chi^2_1$ данная выборка согласуется с принятой гипотезой о законе распределения.

Критерий Колмогорова удобен для проверки гипотезы о распределении в случае известного закона $F_T(x)$. Для применения этого критерия находим наибольшее отклонение

$$D_k = \max |F_n(x) - F_T(x)| \quad (3.82)$$

и вычисляем значение $D_k \sqrt{n}$. Задаваясь уровнем значимости α , выраженным в процентах, по приложению 3 находим вероятность $P\{D_k \sqrt{n}\}$. Если значение $P\{D_k \sqrt{n}\} \geq 0,03 \div 0,05$, гипотеза о совпадении распределения выборки с теоретическим законом применяется. В противном случае отклонения в выборке от теоретического закона распределения вызываются не случайными причинами, а ошибками в гипотезе и гипотеза отвергается.

Решение типовых примеров

Пример 1. Количество блоков РЭА, собираемых на различных операциях на конвейерной линии за один и тот же период времени, задано законом распределения:

x_i	2	4	7
p_i	0,5	0,3	0,2

Определить интегральную функцию $F(x)$, характеризующую вероятность сборки требуемого количества блоков по операциям и построить ее график.

Решение. Если $X \leq 2$, то $F(x) = 0$, так как значений, меньших 2, X не принимает. Если $2 < X \leq 4$, то $F(x) = 0,5$ по условию примера. Если $4 < X \leq 7$, $F(x) = 0,8$. Действительно, X может принять значение 2 с вероятностью 0,5 и значение 4 с вероятностью 0,3. Следовательно, одно из этих значений, безразлично какое, X принимает (по теореме сложения вероятностей несовместимых событий) с вероятностью 0,8. Если $X > 7$, то $F(x) = 1$, так как событие $X \leq 7$ достоверно и вероятность его равна единице. Таким образом,

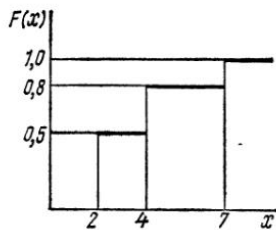


Рис. 3.16. График функции $F(x)$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2; \\ 0,5 & \text{при } 2 < x \leq 4; \\ 0,8 & \text{при } 4 < x \leq 7; \\ 1 & \text{при } x > 7. \end{cases}$$

График функции $F(x)$ приведен на рис. 3.16.

Пример 2. Изменение центра группирования погрешности тонкопленочного резистора на точностной диаграмме процесса

напыления можно описать интегральным законом распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2; \\ 0,5x - 1 & \text{при } 2 < x \leq 4; \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что среднее значение погрешности примет значения: а) меньшее 0,2; б) меньшее 3; в) не меньшее 3; г) не меньшее 5.

Решение. Так как при $X \leq 2$ функция $F(x) = 0$, то $F(0,2) = 0$, т. е. $P\{X < 0,2\} = 0$.

$$P\{X < 3\} = F(3) = (0,5 \cdot 3 - 1) = 0,5.$$

Так как сумма вероятностей противоположных событий равна единице, а события $X \geq 3$ и $X < 3$ противоположны,

$$P\{X \geq 3\} + P\{X < 3\} = 1.$$

Тогда, учитывая, что $P(X < 3) = 0,5$, получим $P(X \geq 3) = 1 - 0,5 = 0,5$, $P\{X \geq 5\} + P\{X < 5\} = 1$ и учитывая, что при $X > 4$ $F(x) = 1$, получим $P\{X \geq 5\} = 1 - P(X < 5) = 1 - F(5) = 1 - 1 = 0$.

Пример 3. Для проведения технологических испытаний из партии в 100 радиоэлектронных блоков, среди которых имеется 10 неисправных, взяты 5 блоков. Построить ряд распределения случайного числа X бракованных блоков в выборке.

Решение. Число бракованных блоков в выборке может быть любым числом в пределах от 0 до 5, поэтому частные значения x_i случайной величины X равны: $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2$, $x_4 = 3$; $x_5 = 4$; $x_6 = 5$.

Общее число возможных элементарных исходов испытаний равно числу способов, которыми можно извлечь n блоков из N , т. е. равно числу сочетаний из N элементов по n : C_N^n . Среди n блоков d — бракованные. Из Q бракованных блоков можно взять d C_Q^d способами, при этом остальные $n - d$ блоков будут годными. Выбрать же $n - d$ годных блоков из $n - Q$ годных можно C_{N-Q}^{n-d} способами. Следовательно, число благоприятных исходов равно $C_Q^d C_{N-Q}^{n-d}$.

Искомая вероятность равна отношению числа благоприятных исходов к числу всех элементарных исходов:

$$P_{d,n} = \frac{C_Q^d C_{N-Q}^{n-d}}{C_N^n}.$$

В нашем случае $N = 100$, $Q = 10$, $n = 5$, тогда вероятность того, что в выборке окажется d бракованных радиоэлектронных блоков ($P = 0, 1, 2, 3, 4, 5$), равна

$$P\{X = d\} = \frac{C_{10}^d C_{90}^{5-d}}{C_{100}^5}.$$

В результате расчетов по этой формуле с точностью до 0,001 получим

$$P_1 = P\{X=0\} = 0,583; P_2 = P\{X=1\} = 0,340; P_3 = P\{X=2\} = 0,070; P_4 = P\{X=3\} = 0,007; P_5 = P\{X=4\} = 0; P_6 = P\{X=5\} = 0.$$

По результатам расчета выписываем ряд распределения:

$$\begin{array}{cccccc} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ P_{d,n} & 0,583 & 0,340 & 0,070 & 0,007 & 0 & 0 \end{array}$$

Пример 4. Плотность распределения времени T сборки РЭА на поточной линии

$$f(T) = AT^2 e^{-\lambda T} \quad (\lambda > 0, 0 < T < \infty).$$

Найти коэффициент A , функцию распределения времени сборки РЭА и вероятность того, что время сборки будет находиться в пределах интервала $(0, 1/\lambda)$.

Решение. На основании свойства функции распределения случайной величины

$$F(T) = \int_0^{\infty} f(T) dT = \int_0^{\infty} AT^2 e^{-\lambda T} dT = 1 \quad \text{и} \quad A = 1 \left| \int_0^{\infty} T^2 e^{-\lambda T} dT. \right.$$

Дважды интегрируя по частям, получаем

$$\int_0^{\infty} T^2 e^{-\lambda T} dT = \frac{2}{\lambda^3} \quad \text{и} \quad A = \frac{\lambda^3}{2}, \quad \text{тогда} \quad f(T) = \frac{\lambda^3}{2} T^2 e^{-\lambda T}.$$

Функция распределения равна

$$F(T) = \int_0^T \frac{\lambda^3}{2} T^2 e^{-\lambda T} dT = 1 - \frac{\lambda^2 T^2 + 2\lambda T + 2}{2} e^{-\lambda T}.$$

Вероятность того, что время сборки РЭА не выйдет за пределы $(0; 1/\lambda)$:

$$\begin{aligned} P\{0 < T < 1/\lambda\} &= \frac{\lambda^3}{2} \int_0^{1/\lambda} T^2 e^{-\lambda T} dT = \frac{\lambda^3}{2} \left(-\frac{T^2}{\lambda} e^{-\lambda T} - \right. \\ &\left. - \frac{2}{\lambda^3} T e^{-\lambda T} - \frac{2}{\lambda^3} e^{-\lambda T} \right) \Big|_0^{1/\lambda} = 1 - \frac{5}{2e} \approx 0,086. \end{aligned}$$

Пример 5. Плотность вероятности отклонения выходного сопротивления блока РЭА от номинального значения R_0 в пределах поля допуска 2δ описывается законом

$$f(r) = \frac{1}{\pi \sqrt{R_0^2 - r^2}}.$$

Найти математическое ожидание и дисперсию отклонения сопротивления от номинального значения.

Решение.

$$M\{R\} = \int_{-\delta}^{\delta} r f(r) dr = \frac{1}{\pi} \int_{-\delta}^{\delta} \frac{r dr}{\sqrt{R_0^2 - r^2}}.$$

Поскольку подынтегральная функция нечетная и пределы интегрирования симметричны относительно начала координат, интеграл равен 0.

Следовательно, $M\{R\} = 0$.

$$\sigma^2\{R\} = \int_{-\delta}^{\delta} [r - M\{R\}]^2 f(r) dr = \frac{1}{\pi} \int_{-\delta}^{\delta} \frac{r^2 dr}{\sqrt{R_0^2 - r^2}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\delta} \frac{r^2 dr}{\sqrt{R_0^2 - r^2}}.$$

Сделаем подстановку $r = a \sin x$, получим

$$\sigma^2\{R\} = \frac{R_0}{\pi} \arcsin \frac{R_0}{\delta} - \frac{1}{\pi} \delta \sqrt{R_0^2 - \delta^2}.$$

Пример 6. При изготовлении гермоблоков РЭА годная продукция составляет 95%. Брак по герметизации составляет 3%, брак по выходным параметрам — 4,5%. Определить коэффициент корреляции двух видов дефектов.

Решение. Введем случайную величину q , которая принимает значение 1, если блок бракуется по герметичности, и $q = 0$, если блок исправный; p — случайную величину, равную 1 или 0 в зависимости от того, бракуется блок по выходным параметрам или нет. Тогда $P(q=0, p=0) = 0,95$ по условию, так как по условию задачи $P(q=0) = 1 - 0,03 = 0,97$; $P(q=0, p=1) = P(q=0) - P(q=0, p=0) = 0,97 - 0,95 = 0,02$. Аналогично, $P(q=1, p=0) = 0,005$, так как $P(p=0) = 1 - 0,045 = 0,955$; $P(p=0) = P(q=0, p=0) + P(q=1, p=0)$. Отсюда $P(q=1, p=0) = 0,955 - 0,95 = 0,005$ и $P(q=1, p=1) = P(q=0, p=1) + P(q=1, p=0) = 0,02 + 0,005 = 0,025$.

Таблица 3.5

p	q	
	1	0
1	0,025	0,02
0	0,005	0,95

Таким образом, совместное распределение (q, p) задается табл. 3.5.

На основании выражения (3.40) $M\{q\} = 0,03$; $M\{q^2\} = 0,03$. Дисперсию вычисляем по формуле (3.44): $\sigma^2\{q\} = 0,029$. Аналогично, $M\{p\} = 0,045$; $M\{p^2\} = 0,045$; $\sigma^2\{p\} = 0,0043$. Из формулы (3.68): $k_{qp} = 0,025$. Из корреляции $r_{qp} = 0,669$.

Момент связи определяем по выражения (3.70) коэффициент

Пример 7. Замыкающий размер сборочной размерной цепи A_n является суммой трех взаимосвязанных размеров таких, что $M\{A_1\} = 1$; $M\{A_2\} = 2$; $M\{A_3\} = 1,5$; $\sigma^2\{A_1\} = 0,01$; $\sigma^2\{A_2\} = 0,04$; $\sigma^2\{A_3\} = 0,09$; $r_{12} = 0,2$; $r_{13} = 0,2$; $r_{23} = -0,1$.

Определить центр группирования и допуск замыкающего размера сборочной размерной цепи, считая, что рассеивание размеров подчиняется нормальному закону распределения.

Решение. $M\{A_n\} = M\{A_1\} + M\{A_2\} + M\{A_3\} = 4,5$; $\sigma^2\{A_n\} = \sigma^2\{A_1\} + \sigma^2\{A_2\} + \sigma^2\{A_3\} + 2r_{12}\sigma\{A_1\}\sigma\{A_2\} + 2r_{13}\sigma\{A_1\}\sigma\{A_3\} + 2r_{23}\sigma\{A_2\}\sigma\{A_3\} = 0,01 + 0,04 + 0,09 + 2 \cdot 0,2 \sqrt{0,0004} + 2 \cdot 0,2 \times \sqrt{0,0009} + 2 \cdot 0,1 \cdot \sqrt{0,0036} = 0,172$; $\sigma\{A_n\} = 0,416$; $\delta_n = 6\sigma\{A_n\} = 2,5$.

Пример 8. Выходной параметр РЭА, равномерно распределенный в интервале (0,2), контролируется измерительным прибором, ошибка измерения которого распределена равномерно в интервале (-1,1). Определить плотность распределения измеряемого параметра, его среднее значение и дисперсию.

Решение. Обозначим параметр РЭА X_1 , а случайную погрешность измерительного прибора X_2 . Требуется определить характеристики случайной величины $Y = X_1 + X_2$. Плотности вероятности величин X_1 и X_2 :

$$f(x_1) = \begin{cases} 0 & x_1 \leq 0; \\ 1/2 & \text{при } 0 < x_1 \leq 2; \\ 0 & \text{при } x_1 > 2; \end{cases} \quad f(x_2) = \begin{cases} 0 & \text{при } x_2 \leq -1; \\ 1/2 & \text{при } -1 < x_2 \leq 1; \\ 0 & \text{при } x_2 > 1. \end{cases}$$

Плотность вероятности измеряемой величины определяется с помощью формулы (3.77):

$$f_y(y) = \frac{1}{2} \int_0^2 f_{x_2}(y-u) du; \quad y-1 < u < 1+y; \quad 0 < u < 2,$$

т. е. при $x \leq -1$ $f_y(y) = 0$.

$$\text{При } -1 < x \leq 1 \quad f_y(y) = 1/4 \int_0^{1+x} du = \frac{1+x}{4}; \quad \text{при } 1 < x < 3$$

$$f_y(y) = 1/4 \int_{x-1}^2 du = \frac{3-x}{4}; \quad \text{при } x > 3 \quad f_y(y) = 0.$$

На основании формулы (3.41):

$$\begin{aligned} M\{Y\} &= \int_{-1}^1 \frac{x(1+x)}{4} dx + \int_1^3 \frac{x(3-x)}{4} dx = \\ &= \frac{1}{4} \left[\left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^1 + \left(\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^3 \right] = 1. \end{aligned}$$

Для определения дисперсии измеряемой величины воспользуемся формулой (3.45):

$$\begin{aligned}\sigma^2 \{Y\} &= \int_{-1}^1 \frac{x^2(x+1)}{4} dx + \int_1^3 \frac{x^2(3-x)}{4} dx - [M\{X\}]^2 = \\ &= \frac{1}{4} \left[\frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1 + \left(x^3 - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_1^3 \right] - 1^2 = \frac{2}{3}.\end{aligned}$$

График функции $f(x)$ приведен на рис. 3.17.

Пример 9. При контроле партии, включающей N микросборок, p из которых годные, а q бракованные, отбирается n годных микросборок. Определить математическое ожидание и дисперсию числа отобранных микросборок, если отбор ведется без возвращения проверенных микросборок.

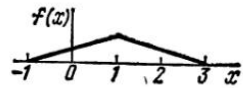


Рис. 3.17. График функции $f(x)$

Решение. Обозначим случайное число годных микросборок в выборке из n микросборок X . Случайную величину X можно представить в виде

$$X = \sum_{i=1}^n x_i,$$

где x_i — число годных микросборок при i -м извлечении из партии. Случайная величина X может принимать только два значения: 1 — с вероятностью Np/N или 0 — с вероятностью $1 - Np/N$ и, следовательно, $M\{x_i\}$ численно равно p . В этом случае

$$M\{X\} = M\left[\sum_{i=1}^n x_i\right] = \sum_{i=1}^n M\{x_i\} = np.$$

При извлечении микросборок без возвращения случайные величины X зависимы, поэтому

$$\sigma^2 \{X\} = \sigma^2 \left[\sum_{i=1}^n x_i \right] = \sum_{i=1}^n \sigma^2 \{x_i\} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij}, \quad i \neq j,$$

где

$$\begin{aligned}\sigma^2 \{x_i\} &= [1 - M\{x_i\}]^2 p + [0 - M\{x_i\}]^2 (1 - p) = \\ &= (1 - p)^2 p + (0 - p)^2 (1 - p) = p(1 - p) = pq; \\ k_{ij} &= M\{[x_i - M\{X_i\}][x_j - M\{X_j\}]\} = M\{X_i X_j\} - M^2 \{X_i\} = \\ &= P\{X_i\}P\{X_j | X_i\} - p^2 = p \frac{Np-1}{N-1} = \frac{pq}{N-1}.\end{aligned}$$

Окончательно

$$\sigma^2 \{X\} = npq \left(1 - \frac{n-1}{N-1} \right).$$

Пример 10. Параметр РЭА задан функцией

$$Y = \sqrt{|X|}.$$

Определить плотность вероятности случайной величины Y , если X — нормальная случайная величина с числовыми характеристиками $M\{X\} = 0$ и $\sigma^2\{X\} = 1$.

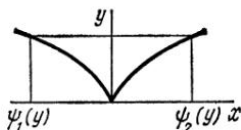


Рис. 3.18. График обратной функции $X = \psi(Y)$

Решение. При данной задаче обратная функция $X = \psi(Y)$ двузначна (рис. 3.18), поэтому вначале определим функцию распределения Y :

$$F_Y(y) = P\{Y < y\} = P\{\psi_1(y) < X < \psi_2(y)\} = \int_{\psi_1}^{\psi_2} f(x) dx;$$

$$f_Y(y) = \frac{d}{dy} \left[\int_{\psi_1}^{\psi_2} f(x) dx \right] = f_X[\psi_2(y)] \psi_2'(y) - f_X[\psi_1(y)] \psi_1'(y),$$

где

$$\begin{aligned} \psi_1(y) &= -y^2; & \psi_2(y) &= y^2; \\ \psi_1'(y) &= -2y; & \psi_2'(y) &= 2y. \end{aligned}$$

Тогда

$$f(y) = \frac{4y}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^4/2} \text{ при } 0 \leq y < \infty; \quad f(y) = 0 \text{ при } y < 0.$$

Пример 11. Математическое ожидание числа бракованных РЭА определяется зависимостью

$$T = N \left[1 - \left(1 - \frac{P}{nN} \right)^m \right],$$

где N — число приборов в партии; P — вероятность успешного испытания РЭА (испытание дает результат); n — среднее число испытаний до получения отказа; m — число испытаний, приходящихся на один аппарат.

Пользуясь методом линеаризации, определить зависимость математического ожидания и дисперсии T от m , если N , P и n — независимые случайные величины со следующими числовыми характеристиками:

$$\begin{aligned} M\{N\} &= 5; & M\{P\} &= 0,8; & M\{n\} &= 4; \\ \sigma^2\{N\} &= 1; & \sigma^2\{P\} &= 0,1; & \sigma^2\{n\} &= 0,2. \end{aligned}$$

Решение. Используя выражения (3.86) и (3.87), получим

$$\begin{aligned} M\{T\} &= M\{N\} \left[1 - \left(1 - \frac{M\{P\}}{M\{n\} M\{N\}} \right)^m \right] = 5 (1 - 0,96^m); \\ \sigma^2\{T\} &= \left(\frac{\partial T}{\partial N} \right)^2 \sigma^2\{N\} + \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)^2 \sigma^2\{P\} + \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)^2 \sigma^2\{n\}, \end{aligned}$$

где производные определены для значений параметров, равных математическим ожиданиям:

$$\frac{\partial T}{\partial N} = 1 - \left[1 - \frac{M\{P\}}{M\{n\}M\{N\}} \right]^m - \frac{mM\{P\}}{M\{n\}M\{N\}} \left[1 - \frac{M\{P\}}{M\{n\}M\{N\}} \right]^{m-1} =$$

$$= 1 - 0,96^m - 0,04m0,96^{m-1};$$

$$\frac{\partial T}{\partial P} = \frac{m}{M\{n\}} \left[1 - \frac{M\{P\}}{M\{n\}M\{N\}} \right]^{m-1} = 0,25m0,96^{m-1};$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = -0,05m0,96^{m-1};$$

$$\sigma^2\{T\} = 0,00835m^20,96^{2(m-1)} - 0,08m0,96^{m-1}(1 - 0,96^m) + (1 - 0,96^m)^2.$$

Приближенные значения $M\{T\}$ и $\sigma^2\{T\}$ для различных значений m равны:

m	2	10	30	100
$M\{T\}$	0,39	1,675	3,53	4,91
$\sigma^2\{T\}$	0,02	0,33	0,68	0,85

Пример 12. РЭА собирают из двух блоков. Сборку выполняют в том случае, если выходные характеристики первого блока соответствуют выходным характеристикам второго блока. Найти закон распределения числа собранных РЭА $Y = X_1 + X_2$ в том случае, когда законы распределения числа блоков с требуемыми характеристиками заданы следующими:

X_1	0	1	2	X_2	1	2
$P(X)$	0,1	0,2	0,7	$P(X_2)$	0,6	0,4

Определить математическое ожидание и дисперсию числа собранных РЭА.

Решение. Числа собранных РЭА равны возможным суммам $X_1 + X_2$ чисел блоков с требуемыми характеристиками. Вероятности реализации этих сумм определяют по теореме умножения независимых событий:

$$Y = X_1 + X_2 \quad P\{Y\} = P\{X_1\}P\{X_2\}$$

$$0 + 1 = 1 \quad 0,1 \cdot 0,6 = 0,06$$

$$0 + 3 = 3 \quad 0,1 \cdot 0,4 = 0,04$$

$$1 + 1 = 2 \quad 0,2 \cdot 0,6 = 0,12$$

$$1 + 3 = 4 \quad 0,2 \cdot 0,4 = 0,08$$

$$2 + 1 = 3 \quad 0,7 \cdot 0,6 = 0,42$$

$$2 + 3 = 5 \quad 0,7 \cdot 0,4 = 0,28$$

$$\sum P\{Y\} = 1,00$$

Применив теорему сложения для равных значений Y , получим $P\{Y = 3\} = P\{(0 + 3) \text{ или } (2 + 1)\} = 0,04 + 0,42 = 0,46$.

Закон распределения Y :

Y	1	2	3	4	5
$P\{Y\}$	0,06	0,12	0,46	0,08	0,28

На основании выражения (3.40)

$$M\{Y\} = 1 \cdot 0,06 + 2 \cdot 0,12 + 3 \cdot 0,46 + 4 \cdot 0,08 + 5 \cdot 0,28 = 3,4.$$

Для определения дисперсии преобразуем выражение (3.44):

$$\sigma^2\{Y\} = \sum_{i=1}^n [y_i - M\{Y\}]^2 p_i = M\{Y^2\} - [M\{Y\}]^2.$$

Составим вспомогательную таблицу:

Y^2	1	4	9	16	25
$P\{Y^2\} = P\{Y\}$	0,06	0,12	0,46	0,08	0,28

Тогда

$$M\{Y^2\} = 1 \cdot 0,06 + 4 \cdot 0,12 + 9 \cdot 0,46 + 16 \cdot 0,08 + 25 \cdot 0,28 = 12,96,$$

$$\sigma^2\{Y\} = 12,96 - 3,4^2 = 1,40.$$

Пример 13. Операция герметизации радиоэлектронного блока приводит к изменению его коэффициента усиления K . Систематическая погрешность уменьшает коэффициент усиления на 50. Случайная ошибка распределена нормально со средним квадратическим отклонением $\sigma\{K\} = 100$. Определить вероятность того, что изменение коэффициента усиления на данной операции не превзойдет по абсолютной величине 150.

Решение. По условию задачи плотность вероятности отклонения коэффициента усиления имеет вид

$$f(\Delta K) = \frac{1}{100 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta K + 50)^2}{20\,000}} \approx 0,4e^{-\frac{(\Delta K + 50)^2}{20\,000}}.$$

На основании формулы (3.54) с помощью таблиц функции Лапласа (приложение 1) определяем:

$$P\{|\Delta K| < 150\} = P\{-150 < \Delta K < 150\} =$$

$$= \frac{1}{2} \left[\Phi\left(\frac{150+50}{100}\right) - \Phi\left(\frac{-150+50}{100}\right) \right] = \frac{1}{2} [\Phi(2) - \Phi(-1)].$$

Так как интеграл вероятности — нечетная функция $\Phi(\Delta K) = -\Phi(-\Delta K)$, то $\Phi(-1) = -\Phi(1)$. Тогда $P\{|\Delta K| < 150\} = 0,5[\Phi(2) + \Phi(1)]$. Из таблицы находим: $\Phi(2) = 0,9545$;

$$\Phi(1) = 0,6827.$$

$$P\{|\Delta K| < 150\} = 0,5(0,9545 + 0,6827) = 0,8186.$$

Пример 14. Распределение суммарного влияния трех технологических операций на выходной параметр РЭА характеризуется плотностью вероятности

$$f(x_1; x_2; x_3) = \frac{\sqrt{3}}{16\pi^{3/2}} e^{-\frac{1}{8}[4x_1^2 - 2x_1(x_2+5) + (x_2+5)^2 + 2x_3^2]}.$$

Под влиянием каждой операции X_1 , X_2 , X_3 понимают изменение значения выходного параметра РЭА по сравнению с его значением, обусловленным комплектующими ЭРЭ.

Составить корреляционную матрицу и определить область, в которой плотность вероятности равна 0,01.

Решение. Непосредственно из выражения для плотности вероятности следует, что $k_{13} = k_{23} = 0$.

$$f(x_1; x_2; x_3) = f(x_1; x_2) f(x_3); f_{X_3}(x_3) = A_1 e^{-x_3^2/4};$$

$$f(x_1; x_2) = A_2 e^{-\frac{1}{2}\left[x_1^2 - \frac{2x_1(x_2+5)}{4} + \frac{(x_2+5)^2}{4}\right]}.$$

Отсюда

$$\sigma^2\{X_1\} = \frac{1}{1-r^2}; \quad \sigma^2\{X_2\} = \frac{4}{1-r^2};$$

$$\sigma^2\{X_3\} = 2 \frac{r}{\sigma\{X_1\}\sigma\{X_2\}(1-r^2)} = \frac{1}{4};$$

$$r = \frac{k_{12}}{\sigma\{X_1\}\sigma\{X_2\}} = 0,5; \quad k_{12} = \frac{4}{3}; \quad |K_{ij}| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4/3 & 4/3 \\ 0 & 4/3 & 16/3 \end{vmatrix}.$$

Вычислим нормирующий множитель:

$$\frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{\Delta}} = \frac{\sqrt{3}}{\pi^{3/2} \cdot 2 \sqrt{2} \cdot \sqrt{32}} = \frac{\sqrt{3}}{16\pi^{3/2}}.$$

Область, в которой плотность вероятности равна 0,01, является эллипсоидом:

$$4X_1^2 + 2X_1(X_2+5) + (X_2+5)^2 + 2X_3^2 = -8 \ln \left[\frac{16\pi^{3/2}}{100 \sqrt{3}} \right].$$

Пример 15. Монтаж интегральных микросхем на многослойную печатную плату производят на установке пайки микросхем. Режим пайки определяется тремя независимыми параметрами: температурой пайки X_1 , временем пайки X_2 и усилием прижима микросхем X_3 . Рассеивание параметров подчинено закону нормального распределения в пределах $a_1 \leq X_1 \leq a_2$; $b_1 \leq X_2 \leq b_2$; $c_1 \leq X_3 \leq c_2$, с центром рассеивания в точке $M\{X_1\}$, $M\{X_2\}$, $M\{X_3\}$ со средними квадратическими отклонениями $\sigma\{X_1\}$, $\sigma\{X_2\}$, $\sigma\{X_3\}$.

Определить вероятность режима, обеспечивающего качественную пайку интегральных микросхем.

Решение. Искомая вероятность равна объему параллелепипеда с ребрами a_1a_2 ; b_1b_2 ; c_1c_2 . Так как параметры режима технологической операции независимы, то событие $P\{a_1 \leq X_1 \leq a_2\}$ не зависит от того, какие значения примут остальные параметры. Это справедливо и относительно двух других параметров. Тогда

$$\begin{aligned} & P\{a_1 \leq X_1 \leq a_2; b_1 \leq X_2 \leq b_2; c_1 \leq X_3 \leq c_2\} = \\ & = P\{a_1 \leq X_1 \leq a_2\} P\{b_1 \leq X_2 \leq b_2\} P\{c_1 \leq X_3 \leq c_2\} \times \\ & \times P\{a_1 \leq X_1 \leq a_2\} = \frac{1}{2} \left[\Phi\left(\frac{a_2 - M\{X_1\}}{\sigma\{X_1\}}\right) - \Phi\left(\frac{a_1 - M\{X_1\}}{\sigma\{X_1\}}\right) \right]. \end{aligned}$$

Аналогично определяют вероятности других параметров. Вероятность качественной пайки интегральных микросхем

$$\begin{aligned} & P\{a_1 \leq X_1 \leq a_2; b_1 \leq X_2 \leq b_2; c_1 \leq X_3 \leq c_2\} = \\ & = \frac{1}{8} \left\{ \left[\Phi\left(\frac{a_2 - M\{X_1\}}{\sigma\{X_1\}}\right) - \Phi\left(\frac{a_1 - M\{X_1\}}{\sigma\{X_1\}}\right) \right] \left[\Phi\left(\frac{b_2 - M\{X_2\}}{\sigma\{X_2\}}\right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \Phi\left(\frac{b_1 - M\{X_2\}}{\sigma\{X_2\}}\right) \right] \left[\Phi\left(\frac{c_2 - M\{X_3\}}{\sigma\{X_3\}}\right) - \Phi\left(\frac{c_1 - M\{X_3\}}{\sigma\{X_3\}}\right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Пример 16. С помощью критерия χ^2 (табл. 3.6) и критерия Колмогорова (табл. 3.7) проверить гипотезу о том, что распределение выходного параметра Y РЭА, характеристики сгруппированных выборочных значений которого приведены в первых трех столбцах табл. 3.6, можно аппроксимировать законом нормального распределения. Количество измерений выходного параметра в выборке $n = 73$; $\bar{Y} = 1,97$ МГц; $s\{Y\} = 0,31$ МГц.

Решение. По данным выборки вычисляем значение критерия χ^2 с помощью выражения (3.81). Подробные вычисления приведены в табл. 3.6. Полученное значение $\chi^2 = 14,51$. По приложению 2 с $f = 9 - 2 - 1 = 6$ степенями свободы для 5%-ного уровня значимости (0,05) находим табличное значение $\chi_1^2 = 12,6$. Для данной выборки $\chi^2 > \chi_1^2$, т. е. гипотеза о законе нормального распределения выходного параметра РЭА не согласуется с опытными данными.

Здесь $F_s(z) = 0,5 + 0,5\Phi(z)$. $F(z)$ вычисляют как нарастающую сумму частностей $p_{i_s} = m_i/n$. Наибольшее по абсолютной величине значение D [см. формулу (3.82)] равно $|D_{\max}| = 0,474$, а

$$D\sqrt{n} = 0,474 \cdot 8,544 = 4,05.$$

Тогда по приложению 3 находим значение $P\{D\sqrt{n}\} = 0$, т. е. гипотезу о нормальном распределении следует отбросить.

Задачи и упражнения

1. Среди шести собранных радиоэлектронных блоков четыре удовлетворяют требованиям технических условий. Из этих шести блоков случайным образом взяты три. Составить закон распределения дискретной случайной величины X —числа годных блоков среди отобранных.

Таблица 3.6

Границы интервалов	m_i	p_i	$m_i p_i$	$m_i - n p_i$	$(m_i - n p_i)^2$	$\frac{(m_i - n p_i)^2}{n p_i}$
1,4—1,6	8	0,084	6,13	1,87	3,5	0,57
1,6—1,7	11	0,075	5,47	5,53	30,6	5,6
1,7—1,8	9	0,099	7,21	1,79	3,2	0,44
1,8—1,9	11	0,122	8,90	2,10	4,4	0,50
1,9—2,0	12	0,286	20,9	-8,9	79,0	3,8
2,0—2,1	5	0,090	6,56	-1,56	2,4	0,4
2,1—2,2	5	0,112	8,16	-3,16	10,0	1,23
2,2—2,4	7	0,161	11,74	-4,74	22,5	1,97
2,4—2,6	5	0,071	5,11	-0,11	0,01	0,00

$$\sum m_i = 73 \quad \sum p_i = 1,00$$

$$\chi^2 = 14,51$$

Таблица 3.7

Границы интервалов	$p_{i\bar{a}}$	$F_{\bar{a}}(z)$	p_{iT}	$F_T(z)$	$F_{\bar{a}}(z) - F_T(z)$
1,4—1,6	0,084	0,584	0,11	0,11	-0,474
1,6—1,7	0,075	0,575	0,15	0,26	-0,315
1,7—1,8	0,099	0,599	0,12	0,38	-0,219
1,8—1,9	0,122	0,622	0,15	0,53	-0,092
1,9—2,0	0,286	0,786	0,16	0,69	-0,096
2,0—2,1	0,090	0,590	0,07	0,76	-0,17
2,1—2,2	0,112	0,612	0,07	0,83	0,22
2,2—2,4	0,161	0,661	0,10	0,93	0,27
2,4—2,6	0,071	0,571	0,07	1,00	0,43

О т в е т.

x	0	1	2	3
p	0	0,2	0,6	0,2

2. Функция распределения выходного параметра РЭА $F(x) = 1/(1+x^2)$.
 Может ли выходной параметр изменяться в пределах: 1) $]-\infty; +\infty[$;
 2) $]0; +\infty[$; 3) $]-\infty; 0[$?

О т в е т. 1) не может, 2) не может, 3) может.

3. Функция распределения напряжения собранных блоков питания имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0; \\ x & \text{при } 0 \leq x \leq 1; \\ 1 & \text{при } 1 < x. \end{cases}$$

Найти плотность вероятности распределения напряжения.

Ответ.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq x \leq 1; \\ 0 & \text{при } x < 0, x > 1. \end{cases}$$

4. Функция распределения параметра РЭА имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0; \\ x^2/25 & \text{при } 0 \leq x \leq 5; \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

Определить вероятность того, что параметр окажется в пределах интервала (3,6).

Ответ. $p = 16/25$.

5. Вероятность выхода из строя РЭА за определенное время выражается формулой $P\{t\} = 1 - e^{-\lambda t}$. Определить среднее время работы РЭА до выхода из строя.

Ответ. $M\{t\} = 1/\lambda$.

6. Радиоэлектронный блок собирается на поточной линии, такт сборки 2 мин. Готовый блок снимается с конвейера для контроля и регулировки в произвольный момент времени в пределах такта. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение времени нахождения готового блока на конвейере. Время нахождения блока на конвейере подчиняется закону равномерного распределения случайных величин.

Ответ. $M\{t\} = 1$ мин; $\sigma\{t\} = 0,58$ мин.

7. Плотность распределения ошибки выходного параметра РЭА имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\{X\} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[x - M\{X\}]^2}{2\sigma^2\{X\}}}.$$

Сборочные операции изменяют числовые характеристики распределения, не изменяя закона. Что больше увеличивает вероятность появления брака: систематическое смещение значения ошибки выходного параметра на a единиц или увеличение дисперсии ошибки на эти же a единиц?

Ответ. Увеличение дисперсии.

8. Нормированная величина операционного задела z_{\max} прерывно-поточной линии при сборке РЭА распределена по закону равнобедренного треугольника на отрезке $(-1, 1)$. Написать выражения плотности вероятности и функции распределения величины задела, найти ее математическое ожидание и дисперсию.

Ответ. $M\{z\} = 0$; $\sigma^2\{z\} = 1/6$;

$$f(z) = \begin{cases} 0 & \text{при } z \leq -1; \\ z+1 & \text{при } -1 < z \leq 0; \\ 1-z & \text{при } 0 < z \leq 1; \\ 1 & \text{при } z > 1; \end{cases} \quad F(z) = \begin{cases} 0 & \text{при } z \leq -1; \\ \frac{(z+1)^2}{2} & \text{при } -1 < z \leq 0; \\ \frac{(1-z)^2}{2} & \text{при } 0 < z \leq 1; \\ 1 & \text{при } z > 1. \end{cases}$$

9. Брак при производстве РЭА из-за несоответствия полосы пропускания заданной равен 6%, причем среди забракованной по этому признаку аппаратуры в 4% случаев коэффициент частотных искажений превышает заданную величину. Среди аппаратуры, в которой отсутствует брак по полосе пропускания, брак по частотным искажениям встречается в 1% случаев. Определить коэффициент корреляции между двумя дефектами и вероятность брака по коэффициенту частотных искажений во всей партии.

Ответ. $r = 0,0936$; $P = 0,01$.

10. Плотность вероятности системы двух независимых параметров РЭА задана внутри круга радиуса R и равна

$$f(y_1; y_2) = A (R - \sqrt{y_1^2 + y_2^2}).$$

Определить коэффициент A и вероятность попадания в круг радиуса $R_1 < R$ с тем же центром.

Отв. $A = 3/(\pi R^2)$; $P = \frac{3R_1^2}{R^2} \left(1 - \frac{2R_1}{3R}\right)$.

11. Время сборки РЭА, состоящего из двух блоков, не должно превышать 20 мин и связано со временем сборки блоков соотношением $AT_1 + BT_2 = 20$, где A и B — детерминированные величины, зависящие от сложности блоков. Найти коэффициент корреляции времени сборки блоков r_{12} и отношение $\sigma\{T_1\}/\sigma\{T_2\}$.

Отв. $r_{12} = \begin{cases} 1 & \text{при } A/B < 0; \sigma\{T_1\} = A/B. \\ -1 & \text{при } A/B > 0; \sigma\{T_2\} = A/B. \end{cases}$

При решении воспользоваться выражением $A\bar{T}_1 + B\bar{T}_2 = 20$.

12. Собираемые на конвейере блоки РЭА сортируются в соответствии с их характеристиками на две группы. Вероятность получения блока первой группы P_1 , а второй — P_2 . Найти математическое ожидание числа случаев, при которых до и после блока второй группы собирается блок первой группы.

Отв. $M(X) = nP_1^{n/2}P_2^{n/2}$, где $n > 1$ — число рассортированных блоков РЭА.

13. Вероятность сборки годной РЭА при одной контрольной операции 0,4. При введении еще двух контрольных операций эта вероятность возрастает на 0,1. Определить математическое ожидание числа x годных РЭА после введения трех контрольных операций, считая первую.

Отв. $M\{X\} = 1,5$.

14. Вероятности сборки РЭА двух типов P_1 и P_2 . Всего собрано n_1 аппаратов первого типа и n_2 аппаратов второго типа. Определить математическое ожидание общего числа собранных аппаратов Y .

Отв. $M\{Y\} = n_1P_1 + n_2P_2$.

15. Температура пайки при монтаже интегральных микросхем на многослойную печатную плату T вызывает изменение выходного параметра Y микросхемы. Изменение выходного параметра определяется зависимостью

$$Y = (T - T_0) \operatorname{tg} \varphi,$$

где T_0 — оптимальная температура пайки микросхем; φ — параметр, характеризующий совокупное влияние факторов технологической операции.

φ является случайной величиной, распределенной равномерно в интервале $(-\pi/2; \pi/2)$. Найти плотность вероятности распределения изменения выходного параметра микросхемы после операции монтажа.

Отв. $f(y) = \frac{T - T_0}{\pi [(T - T_0)^2 - y^2]}$.

При решении задачи воспользоваться формулой (3.71).

16. В предыдущей задаче определить $f(T)$, считая T случайной величиной, а $Y = A = \operatorname{const}$.

Отв. $f(T) = \frac{1}{\pi} \frac{A^2 + (T - T_0)^2}{A}$.

17. Системы сигналов двух блоков схемы сравнения $(Y_1; Y_2)$ распределены по нормальному закону

$$f(y_1; y_2) = \frac{1}{2\pi\sigma\{Y_1\}\sigma\{Y_2\}} e^{-\left(\frac{y_1^2}{2\sigma^2\{Y_1\}} + \frac{y_2^2}{2\sigma^2\{Y_2\}}\right)}.$$

Найти закон распределения случайной величины $Y_1 - Y_2$ и его характеристики.

Ответ. Нормальное распределение:

$$M\{Y_1 - Y_2\} = 0; \sigma^2\{Y\} = \sigma^2\{Y_1\} + \sigma^2\{Y_2\}.$$

При решении задачи воспользоваться формулой (3.73).

18. Штучные нормы времени двух сборочных операций $T_{шт1}$ и $T_{шт2}$ независимы и распределены равномерно в интервале $(a; b)$. Найти плотность вероятности их суммы T .

Ответ,

$$f_T(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq 2a; \\ \frac{t-2a}{(b-a)^2} & \text{при } 2a \leq t \leq a+b; \\ \frac{2b-t}{(b-a)^2} & \text{при } a+b \leq t \leq 2b; \\ 0 & \text{при } t > 2b. \end{cases}$$

19. Время пайки ЭРЭ t_n подчиняется закону нормального распределения с параметрами $M\{t_n\}$ и $\sigma\{t_n\}$, а время установки ЭРЭ на плату t_y — закону равной вероятности с параметром $M\{t_y\} = \frac{b-a}{2}$. Найти плотность вероятности времени монтажа ЭРЭ $t_m = t_n + t_y$.

Ответ,

$$f_m(t_m) = \frac{1}{2(b-a)} \left[\Phi\left(\frac{t_m - a - M\{t\}}{\sigma\{t_n\}}\right) - \Phi\left(\frac{t_m - b - M\{t_n\}}{\sigma\{t_n\}}\right) \right].$$

20. Пользуясь методом линеаризации, определить математическое ожидание и дисперсию силы тока параллельного соединения элементов, если

$$I = \frac{E}{R + r/n},$$

где E — ЭДС элемента; R — сопротивление внешней части цепи; r — внутреннее сопротивление элемента; n — число элементов.

Математические ожидания и дисперсии величин, входящих в формулу, заданы.

Ответ. $M\{Y\} = \frac{M\{E\}}{M\{R\} + \frac{M\{r\}}{n}};$

$$\sigma^2\{J\} = M^2\{J\} \left[\frac{\sigma^2\{E\}}{M^2\{E\}} + \frac{\sigma^2\{R\}}{\left[M\{R\} + \frac{M\{r\}}{n}\right]^2} + \frac{\sigma^2\{r\}}{n^2 \left[M\{R\} + \frac{M\{r\}}{n}\right]^2} \right].$$

21. Определить с помощью метода линеаризации приближенное значение дисперсии случайной величины Y , характеризующей фазовые искажения сигнала собираемого блока РЭА, если

$$Y = \sqrt{A \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi},$$

а случайная величина φ распределена равномерно в интервале $(0, \pi/2)$.

Ответ, $\sigma^2\{Y\} \approx \frac{(1-A)^2 \pi^2}{96(A+1)}.$

22. Частота сигнала собранного радиоэлектронного блока контролируется прибором, не имеющим систематической ошибки. Определить случайную ошибку измерительного прибора по результатам восьми независимых измерений: 3,69; 3,78; 3,15; 4,20; 3,85; 4,01; 3,72; 3,83 мГц. Ошибку определить для двух случаев: номинальное значение частоты известно (3,75 мГц) и номинальное значение частоты неизвестно.

Ответ. $\sigma_1\{X\} = 0,285$ мГц; $\sigma_2\{X\} = 0,30$ мГц.

23. Результаты контроля РЭА разбиты на группы. Среднее значение напряжения сигнала в каждой группе и число РЭА в группе m_i :

$X_{\text{ср}}, \text{В}$	44	45	46	47	48	49	50	52	58
m_i	7	18	120	48	33	5	1	1	2

Определить оценки коэффициентов асимметрии и эксцесса.

О т в е т. $M_3=0,85$; $M_4=2,70$.

24. Результаты измерения чувствительности приемной РЭА приведены в табл. 3.8.

Т а б л и ц а 3.8

Интервал, мкВ	m_i	Интервал, мкВ	m_i	Интервал, мкВ	m_i
0—3	0	15—18	28,5	30—33	27,0
3—6	0,5	18—21	39,0	33—36	7,5
6—9	1,5	21—24	41,0	36—39	1,0
9—12	10,0	24—27	45,0	39—42	1,0
12—15	17,5	27—30	30,5	42—45	0

Определить среднюю величину чувствительности и ее дисперсию, проверить с помощью критерия χ^2 гипотезу о согласии результатов с законом нормального распределения.

О т в е т. $\bar{X}=22,85$ мкВ; $s\{X\}=9,71$ мкВ; $f=6$; $\chi^2=7,19$.

25. Результаты подсчета брака на участке сборки передатчиков за период, составляющий 200 рабочих дней, приведены ниже:

% брака	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_i	35	16	15	17	17	19	11	16	30	24

Установить с помощью критерия χ^2 наличие систематической составляющей в распределении и возможность представления данных законом равномерного распределения, при котором вероятность появления любого значения процента брака равна 0,1.

О т в е т. $f=9$; $\chi^2=24,9$. Гипотеза о равномерном законе распределения опровергается. Имеется систематическая ошибка.

Глава 4

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА ПРИ СБОРКЕ РЭА

Основные расчетные зависимости

Контроль, осуществляемый в процессе производства, подразделяется на входной, операционный и приемочный [34]. При входном контроле объем проверок не должен превышать предусмотренного в ТУ на покупные изделия объема приемно-сдаточных испытаний. Операционным называют контроль продукции во время выполнения или после завершения определенной производственной операции. Приемочный контроль — это контроль готовой продукции, при котором принимается решение о ее годности.

Контроль может быть сплошным и выборочным. При сплошном контроле решение о качестве контролируемой партии принимают по результатам проверки каждого экземпляра изделия. При выборочном контроле решение о качестве контролируемой партии изделий принимают по результатам проверки одной или нескольких выборок из этой партии.

Наиболее важным принципом в применении выборочного метода является уверенность в том, что каждый образец в партии, из которой берется выборка, имеет равную вероятность попасть в выборку.

Настроенность и устойчивость, т.е. отсутствие соответственно систематической и случайной погрешностей производства продукции [35], является основной характеристикой технологического процесса. Нахождение средневыворочного \bar{X} параметра изготавливаемого изделия в доверительном интервале $I_{\beta}^{\bar{X}}$ с доверительной вероятностью β (обычно не менее 0,9) говорит о настроенности технологического процесса. Если объем выборки $n \geq 100$, то \bar{X} распределена относительно математического ожидания $M\{X\}$ партии по закону нормального распределения с дисперсией:

$$\sigma^2 \{\bar{X}\} = \sigma^2 \{X\} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right), \quad (4.1)$$

где $\sigma^2 \{X\}$ — дисперсия параметра X в партии объемом N .

Если технологический процесс настроен, то

$$P(M\{X\} - Z_{\beta}\sigma\{\bar{X}\} \leq \bar{X} \leq M\{X\} + Z_{\beta}\sigma\{\bar{X}\}) = \beta, \quad (4.2)$$

где Z_β определяет для нормальной единичной функции число средних квадратичных отклонений [36], которые нужно отложить вправо и влево от $M\{X\}$, чтобы вероятность попадания в полученный участок была равна β (табл. 4.1).

Таблица 4.1

β	Z_β	β	Z_β	β	Z_β	β	Z_β
0,9	1,643	0,95	1,96	0,98	2,325	0,9973	3,000
0,92	1,750	0,97	2,169	0,99	2,576	0,999	3,2

Если $n < 100$, то для определения $I_\beta^{\bar{X}}$ используется распределение Стьюдента:

$$T = \sqrt{n} \frac{\bar{X} - M\{X\}}{s\{X\}} \quad (4.3)$$

где $s^2\{X\} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}$ — выборочная дисперсия параметра X .

Если технологический процесс настроен, то

$$P(M\{X\} - t_\beta s\{X\}/\sqrt{n} \leq \bar{X} \leq M\{X\} + t_\beta s\{X\}/\sqrt{n}) = \beta, \quad (4.4)$$

где t_β — параметр распределения Стьюдента (табл. 4.2) [36].

Таблица 4.2

β	$n-1$						
	1	9	19	29	60	120	∞
0,9	6,31	1,833	1,729	1,699	1,671	1,658	1,645
0,95	12,71	2,26	2,09	2,04	2,00	1,980	1,960

Используя формулы (4.2), (4.4), можно определить доверительный интервал $I_\beta^{M(X)}$, который с вероятностью β накроет неизвестное $M\{X\}$, для чего по выборке определяются \bar{X} и $s\{X\}$.

Из сравнения двух средневыворочных \bar{X}_k и \bar{X}_j с разных технологических участков или с одного, но в разные моменты времени, можно определить, имеют ли \bar{X}_k и \bar{X}_j общее математическое ожидание. Если известно, что процесс с \bar{X}_k настроен, то можно установить настроенность процесса с \bar{X}_j . Если \bar{X}_k и \bar{X}_j имеют общее $M\{X\}$, то величина T распределена по закону

Стьюдента [37]:

$$T = \frac{|\bar{X}_k - \bar{X}_j|}{s\{\bar{X}_k; \bar{X}_j\}}, \quad (4.5)$$

где $s^2\{\bar{X}_k; \bar{X}_j\} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (x_{ki} - \bar{X}_k)^2 + \sum_{i=1}^{n_2} (x_{ji} - \bar{X}_j)^2}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}$ — общая выборочная дисперсия средневыворочных значений первого процесса с объемом выборки n_1 и второго процесса — n_2 . Если по результатам вычислений (4.5) $\hat{t} < t_\beta$, где t_β определяют по табл. 4.2 (вместо $n-1$ подставляют $n_1 + n_2 - 2$), то оба процесса имеют общее математическое ожидание $M\{X\}$ с доверительной вероятностью β .

Нахождение выборочного среднеквадратичного отклонения $s\{X\}$ параметра в доверительном интервале $I_\beta^s\{X\}$ с вероятностью β говорит об устойчивости технологического процесса. Если $n \geq 100$, то $s\{X\}$ распределено относительно своего математического ожидания $\sigma\{X\}$ по закону нормального распределения с дисперсией $\sigma^2\{s\}$:

$$\sigma^2\{s\} = \sigma^2\{X\}/(2n). \quad (4.6)$$

Если технологический процесс устойчив, то

$$P(\sigma\{X\} - Z_\beta \sigma\{s\} \leq s\{X\} \leq \sigma\{X\} + Z_\beta \sigma\{s\}) = \beta, \quad (4.7)$$

где Z_β определяют по табл. 4.1.

Если $n < 100$, то используют для определения $I_\beta^s\{X\}$ распределение χ^2 [36]:

$$V = \frac{(n-1)s^2\{X\}}{\sigma^2\{X\}}, \quad (4.8)$$

где V — случайная величина, имеющая распределение χ^2 .

Если технологический процесс устойчив, то

$$P(\sigma\{X\} \sqrt{\chi_2^2/n-1} \leq s\{X\} \leq \sigma\{X\} \sqrt{\chi_1^2/n-1}) = \beta, \quad (4.9)$$

где χ_1^2 и χ_2^2 определяют из табл. 4.3 соответственно для

$$P_1 = (1-\beta)/2 \text{ и } P_2 = (1+\beta)/2 [36].$$

Если на двух технологических участках или на одном, но в разные моменты времени, партии изделий имеют общую дисперсию параметра X $\sigma^2\{X\}$, то

$$F = s_k^2\{X\}/s_j^2\{X\}, \quad (4.10)$$

где $s_k^2\{X\} > s_j^2\{X\}$ определено по результатам контроля выборок n_k и n_j , а величина F распределена по закону Фишера. Если по результатам расчета (4.10) $\hat{F} < F_\beta$, где F_β для $\beta = 0,9$ определяют по табл. 4.4, то $s_k^2\{X\}$ и $s_j^2\{X\}$ имеют общую дисперсию параметра X $\sigma^2\{X\}$.

Таблица 4.3

n-1	P ₂				P ₁			
	0,99	0,98	0,95	0,90	0,10	0,05	0,02	0,01
	χ ₂ ²				χ ₁ ²			
9	2,09	2,53	3,32	4,17	14,68	16,92	19,68	21,7
19	7,63	8,57	10,11	11,65	27,2	30,1	33,7	36,2
29	14,26	15,57	17,71	19,77	39,1	42,6	46,7	49,6
50	—	—	35,3	—	—	67,6	—	—
100	—	—	78,0	—	—	124,2	—	—

Таблица 4.4

[n ₁ -1					n ₁ -1				
n ₂ -1	9	14	20	50	n ₂ -1	9	14	20	50
9	3,18	3,02	2,93	2,80	20	2,40	2,23	2,12	1,96
14	2,65	2,48	2,39	2,24	50	2,07	1,90	1,78	1,60

По формулам (4.7), (4.9) можно определить $I_{\beta}^{\sigma\{X\}}$, который накрывает с вероятностью β неизвестную $\sigma\{X\}$, для чего необходимо измерение $s\{X\}$.

Оценку вероятности годности изделий в партии объемом N производят по результатам измерения частоты годных изделий \bar{P} в выборке объемом n :

$$\bar{P} = m/n, \quad (4.11)$$

где m — количество годных изделий в выборке.

Вероятность появления в выборке объемом n количества годных изделий не более m определяется по гипергеометрическому закону:

$$P_{m,n} = \sum_{x=0}^m \frac{C_M^x \cdot C_{N-M}^{n-x}}{C_N^n}, \quad (4.12)$$

где M — количество годных изделий в партии объемом N .

Если $n \leq 0,1N$, то частота \bar{P} годных изделий в выборке распределена по биномиальному закону, а вероятность $P_{m,n}$ появления не более m годных изделий в выборке объемом n :

$$P_{m,n} = \sum_{x=0}^m C_n^x P^x (1-P)^{n-x}, \quad (4.13)$$

где P — вероятность годных изделий в партии.

Если $nP \geq 4$ и $nQ \geq 4$, где Q — вероятность брака изделий в партии, то частота \bar{P} распределена по закону нормального распределения с параметрами:

$$M\{\bar{P}\} = P; \quad \sigma^2\{\bar{P}\} = PQ/n. \quad (4.14)$$

Доверительный интервал частоты $I_{\beta}^{\bar{P}}$:

$$P(P - Z_{\beta} \sqrt{PQ/n} \leq \bar{P} \leq P + Z_{\beta} \sqrt{PQ/n}) = \beta, \quad (4.15)$$

где Z_{β} определяются по табл. 4.1.

Если из измерения выборки известна \bar{P} , то можно определить I_{β}^P , который с вероятностью β накроет неизвестную P . Границы I_{β}^P [36]:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{\bar{P} + \frac{1}{2} \frac{Z_{\beta}^2}{n} - Z_{\beta} \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n} + \frac{1}{4} \frac{Z_{\beta}^2}{n^2}}}{1 + \frac{Z_{\beta}^2}{n}}; \\ P_2 &= \frac{\bar{P} + \frac{1}{2} \frac{Z_{\beta}^2}{n} + Z_{\beta} \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n} + \frac{1}{4} \frac{Z_{\beta}^2}{n^2}}}{1 + \frac{Z_{\beta}^2}{n}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

Если $Q < 0,1$, а $n \leq 0,1N$, то появление бракованных изделий в выборке подчиняется закону редких событий Пуассона. Вероятность $Q_{d,n}$ появления не более d бракованных изделий в выборке объемом n :

$$Q_{d,n} = \sum_{x=0}^d \frac{(nQ)^x}{x!} e^{-nQ}. \quad (4.17)$$

Распределение Пуассона обладает свойством:

$$M_{d,n} = \sigma_{d,n}^2 = nQ. \quad (4.18)$$

Контрольная карта (КК) является инструментом статистического метода контроля. Центральная линия КК среднеквадратичных отклонений представляет собой среднее значение этих отклонений:

$$b = \sum_{i=1}^k s_i \{X\} / k, \quad (4.19)$$

где k — количество выборок.

Верхний и нижний контрольные пределы:

$$b_{\max} = b \pm 3\sigma \{X\} / \sqrt{2n}. \quad (4.20)$$

Центральная линия КК для средневыворочных величин представляет собой среднее значение из k выборок:

$$a = \sum_{i=1}^k \bar{X}_i / k. \quad (4.21)$$

Верхний и нижний контрольные пределы:

$$a_{\max} = a \pm 3\sigma \{X\} / \sqrt{n}. \quad (4.22)$$

КК можно строить для выборок, у которых средневыворочное имеют общее математическое ожидание по критерию Стьюдента (4.5), а выборочные дисперсии — общую дисперсию по критерию Фишера (4.10).

Достоверность D_r является важнейшей характеристикой контроля; D_r определяет долю действительно годных изделий из признанных годными по результатам контроля [39]:

$$D_r = \frac{P(H_1) P(A/H_1)}{P(H_1) P(A/H_1) + Q(H_2) P(A/H_2)}, \quad (4.23)$$

где $P(H_1)$ — вероятность события H_1 в партии изделий (событие H_1 означает, что изделие годное); $P(A/H_1)$ — условная вероятность события A (событие A — объект по результатам контроля годен), если производится контроль только годных изделий, т. е. событие H_1 осуществилось; $P(A/H_2)$ — условная вероятность события A , если производится контроль только бракованных изделий (событие H_2 означает негодное изделие).

Вероятность правильного решения, т. е. совместное наступление событий H_1 и A :

$$P(H_1 A) = P(H_1) P(A/H_1) = P(H_1) - P_x, \quad (4.24)$$

где P_x — вероятность ложного брака.

Вероятность неправильного решения, т. е. совместное наступление событий H_2 и A :

$$P(H_2 A) = Q(H_2) P(A/H_2) = Q_x, \quad (4.25)$$

где Q_x — вероятность ложной годности.

Величину D_r можно выразить через P_x и Q_x :

$$D_r = \frac{P(H_1) - P_x}{P(H_1) - P_x + Q_x}. \quad (4.26)$$

Существует достоверность контроля бракованных изделий $D_{\bar{r}}$, которая определяет долю действительно бракованных изделий из признанных негодными по результатам контроля:

$$D_{\bar{r}} = \frac{Q(H_2) - Q_x}{Q(H_2) - Q_x + P_x}. \quad (4.27)$$

Достоверность контроля повышается, если измерение одного и того же параметра x производится n раз. Тогда неизвестное значение параметра x , которое будет равно математическому ожиданию измерений $M\{Y\}$, лежит в доверительном интервале $I_{\beta}^M\{Y\} = (\bar{Y} \pm Z_{\beta} s\{Y\}/\sqrt{n})$, если $n \geq 100$. Если $n < 100$, то $I_{\beta}^M\{Y\} = (\bar{Y} \pm t_{\beta} s\{Y\}/\sqrt{n})$. Величину Z_{β} определяют из табл. 4.1, а t_{β} из табл. 4.2. (Y — показания измерительного прибора,

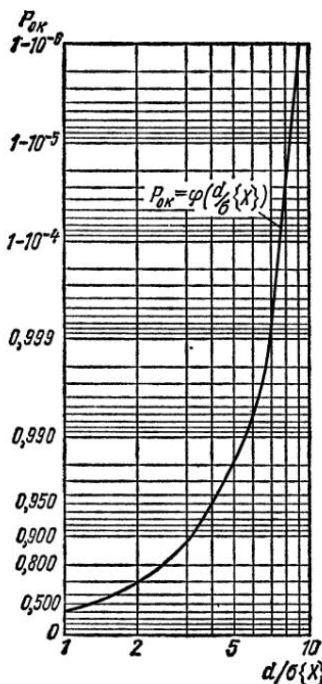


Рис. 4.1. Номограмма для определения среднеквадратичного отклонения $\sigma\{X\}$ контролируемого параметра X при заданной вероятности годности объекта контроля $P_{ок}$

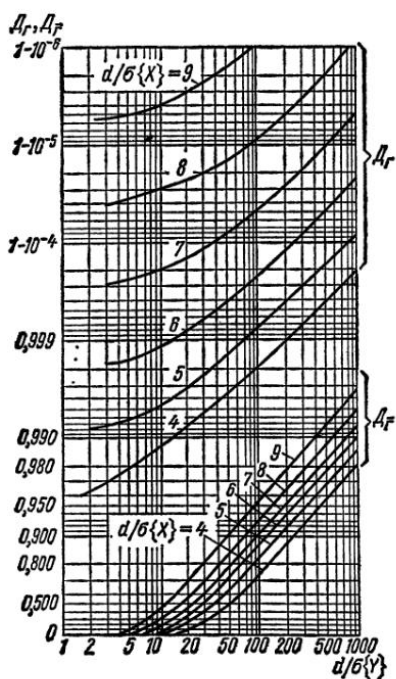


Рис. 4.2. Номограмма для определения среднеквадратичного отклонения $\sigma\{Y\}$ приборов контроля

$s\{Y\}$ — выборочное среднеквадратичное отклонение измерений, \bar{Y} — средневыворочное значение измерений при контроле n раз неизвестного параметра x .)

На рис. 4.1 представлена номограмма для определения среднеквадратичного отклонения контролируемого параметра $\sigma\{X\}$ по заданному допуску d и вероятности годности $P_{ок}$.

При определении точности контрольных приборов $\sigma\{Y\}$ следует пользоваться номограммой на рис. 4.2.

При многопараметрическом контроле проверяют совокупность взаимно независимых параметров изделия, так как в этом случае количество отдельных измерений и время цикла минимальны.

Достоверность контроля по n взаимно независимым параметрам:

$$D_r^n = \prod_{i=1}^n D_r^i, \quad (4.27)$$

где D_r^i — достоверность контроля i -го параметра.

Вероятность годности в этом случае:

$$P_n = \prod_{i=1}^n P_i, \quad (4.28)$$

где P_i — вероятность годности по i -му параметру.

Входной контроль организуется при известных гарантиях поставщика, гарантирующего минимальную вероятность годности в поставляемой партии P_n . Потребитель требует, чтобы вероятность годности была более определенного значения P_s . Если поставляемая партия имеет вероятность годности P_n , то при выборочном входном контроле существует вероятность Ω_n — риск поставщика, что в выборке объемом n бракованных изделий будет больше приемочного числа c и партия будет ошибочно забракована потребителем [38].

Если частота бракованных изделий распределена по закону Пуассона ($Q \leq 0,1$; $n \leq 0,1N$), то

$$\Omega_n = 1 - \sum_{d=0}^c \frac{(nQ_n)^d}{d!} e^{-nQ_n}. \quad (4.29)$$

Если частота бракованных изделий распределена по биномиальному закону ($n \leq 0,1N$), то

$$\Omega_n = 1 - \sum_{d=0}^c C_n^d Q_n^d P_n^{n-d}. \quad (4.30)$$

Если частота бракованных изделий распределена по закону нормального распределения ($nQ \geq 4$; $nP \geq 4$), то

$$\Omega_n = 1 - \frac{1}{\sigma_n \{\bar{Q}\} \sqrt{2\pi}} \int_0^{c/n} e^{-\frac{(\bar{Q} - Q_n)^2}{2\sigma_n^2 \{\bar{Q}\}}} d\bar{Q}, \quad (4.31)$$

где $Q_n = 1 - P_n$ — максимальная вероятность брака, гарантируемая изготовителем; $\sigma_n^2 \{\bar{Q}\} = P_n Q_n / n$ — дисперсия частоты брака, если $M_n \{\bar{Q}\} = Q_n$.

Если принимаемая потребителем партия имеет вероятность годности P_s , т. е. она бракованная, существует вероятность Ω_s — риск потребителя, что количество бракованных изделий в контролируемой выборке n будет не более приемочного числа c и партия будет ошибочно признана годной.

Если частота бракованных изделий распределена по закону Пуассона, то

$$\Omega_3 = \sum_{d=0}^c \frac{(nQ_3)^d}{d!} e^{-nQ_3}; \quad (4.32)$$

по биномиальному закону, то

$$\Omega_3 = \sum_{d=0}^c C_n^d Q_3^d P_3^{n-d}; \quad (4.33)$$

по закону нормального распределения, то

$$\Omega_3 = \frac{1}{\sigma_3 \{\bar{Q}\} \sqrt{2\pi}} \int_0^{c/n} e^{-\frac{(\bar{Q}-Q_3)^2}{2\sigma_3^2 \{\bar{Q}\}}} d\bar{Q}, \quad (4.34)$$

где $Q_3 = 1 - P_3$ — вероятность брака, при которой потребитель считает партию бракованной: $\sigma_3^2 \{\bar{Q}\} = P_3 Q_3 / n$ — дисперсия частоты брака, если $M_3 \{\bar{Q}\} = Q_3$. Обычно при входном контроле требуется, чтобы $\Omega_3 \leq 0,1$ и $\Omega_n \leq 0,1$. Из двух уравнений для Ω_3 и Ω_n методом оптимизации можно определить минимальный объем выборки n_{\min} с соответствующим приемочным числом c , при котором выполняются условия для Ω_3 и Ω_n .

Трудоемкость и стоимость работ по восстановлению бракованных РЭА при сплошном и выборочном контроле, а также при отсутствии входного контроля является критерием правильности выбора метода контроля при наименьшей трудоемкости и стоимости работ по восстановлению бракованных РЭА [38].

Если поступающие изделия не контролируются, то полная стоимость работ C_0 по восстановлению бракованных РЭА составит:

$$C_0 = \sum_{i=1}^k N_i Q_{3i} C_{3i}, \quad (4.35)$$

где Q_{3i} — вероятность брака изделия i -го типа, устанавливаемая потребителем; N_i — общее число изделий i -го типа; C_{3i} — затраты (в единицах стоимости или трудоемкости — нормо-часах) на замену одного изделия i -го типа; k — число типов изделий, из которых собирается РЭА.

При сплошном входном контроле полная стоимость или трудоемкость работ C_m равна сумме затрат на контроль и замену бракованных изделий, пропущенных при контроле:

$$C_m = \sum_{i=1}^k [N_i C_{ki} / (1 - Q_{3i})] + Q_n N_i C_{3i}, \quad (4.36)$$

где C_{ki} — стоимость контроля одного изделия i -го типа; Q_n — вероятность ложной годности. Делитель $(1 - Q_{3i})$ в первом сла-

гаемом учитывает необходимость увеличения партии изделий для получения N_i годных.

При контроле выборки из n_i изделий полная стоимость или трудоемкость работ C_B по восстановлению бракованных РЭА из N_i изготовленных определяется выражением

$$C_B = \sum_{i=1}^k [n_i C_{ki} / P_i] + [(N_i - n_i) Q_{zi} C_{zi} + n_i Q_{xi} C_{xi}], \quad (4.37)$$

где n_i — количество проконтролированных (выборка) изделий i -го типа; P_i — вероятность приема партии изделий i -го типа по результатам контроля выборки из n_i изделий i -го типа:

$$P_i = 1 - \Omega_{ni}, \quad (4.38)$$

где Ω_{ni} — риск поставщика при входном контроле изделия i -го типа.

Решение типовых примеров

Пример 1. Высоковольтные выпрямители, выпускаемые в условиях массового производства, должны иметь номинальное выходное напряжение 8 кВ с допуском ± 250 В. Известно, что выходное напряжение распределено по закону нормального распределения. Допустимый процент брака — 10%.

Определить границы изменения выборочной средней \bar{X} при контроле выборки из $n=100$ для партии изделий $N=3000$. Определить количество выпрямителей в выборке для контроля настроенности технологического процесса так, чтобы средневывборочное значение не отличалось от математического ожидания более чем на $\pm 1\%$.

Решение. Поскольку распределение выходного параметра нормальное, математическим ожиданием M партии можно считать середину поля допуска, т. е. номинальное значение параметра: $M\{X\} = 8$ кВ.

По условию вероятность P нахождения параметра X в пределах $M\{X\} - \Delta = 7750$ и $M\{X\} + \Delta = 8250$, где $\Delta = 250$ В, Δ — половина поля допуска, равняется 0,9, поэтому [36]:

$$P(|M\{X\} - X| \leq \Delta) = 2\Phi^*(\Delta/\sigma\{X\}) - 1 = 0,9.$$

С учетом $\beta = 0,9$ по табл. 4.1 определяем Z_β . Далее из равенства $Z_\beta = \Delta/\sigma\{X\}$ определяем $\sigma\{X\}$. Для условий примера $Z_\beta = 1,643$, $\sigma\{X\} = 152$ В, а $\sigma\{\bar{X}\} = 15,2$ В (4.1).

Задаемся доверительной вероятностью $\beta = 0,95$. По табл. 4.1 определяем Z_β , а затем из равенства $Z_\beta = \varepsilon_\beta/\sigma\{\bar{X}\}$ находим доверительную границу $\varepsilon_\beta = 30$ В. Определяем нижнюю границу доверительного интервала $M\{X\} - \varepsilon_\beta = 7970$ В и верхнюю $M\{X\} + \varepsilon_\beta = 8030$ В. Таким образом:

$$7970 \text{ В} \leq \bar{X} \leq 8030 \text{ В}.$$

Если это условие при контроле выборки $n=100$ не выполняется, то произошло смещение математического ожидания $M\{X\}$ в контролируемой партии. Технологические режимы процесса нуждаются в поднастройке.

Для контроля настроенности технологического процесса с точностью $\pm 1\%$ необходимо, чтобы средневыворочное \bar{X} находилось в интервале:

$$7920 \text{ В} \leq \bar{X} \leq 8080 \text{ В},$$

отсюда $\varepsilon_\beta = 80 \text{ В}$. Из $\varepsilon_\beta = t_\beta \sigma \{X\} / \sqrt{n}$ определяем $0,527 = t_\beta / \sqrt{n}$. По распределению Стюдента и табл. 4.2, при $\beta = 0,95$, $n = 20$ и $t_\beta = 2,09$ последнее равенство примерно выполняется.

Следовательно, для контроля настроенности технологического процесса с точностью $\pm 1\%$ достаточно 20 выпрямителей в выборке.

Пример 2. В результате контроля 10 выпрямителей из партии 3000 шт. получен статистический ряд выходного напряжения x_i , В высоковольтных выпрямителей:

Таблица 4.5

Номер выпрямителя	Результаты контроля усилителей									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i , В	7910	7982	8042	8103	8020	7977	7955	8039	7980	8015

Определить доверительный интервал для математического ожидания выходного напряжения [выпрямителя в партии, который накроет неизвестное математическое ожидание с доверительной вероятностью 0,95.

Решение. Определим средневыворочное значение:

$$\bar{X} = \left(\sum_{i=1}^{10} x_i \right) / n = 8002 \text{ В}.$$

Определим выборочную дисперсию:

$$s^2 \{X\} = \left[\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{X})^2 \right] / (n-1) = 2780 \text{ В}.$$

По табл. 4.2 при $\beta = 0,95$ для $(n-1) = 9$ находим $t_\beta = 2,26$. Определим ε_β , а затем границы доверительного интервала:

$$\varepsilon_\beta = t_\beta s \{X\} / \sqrt{n} = 120 \text{ В}; 7882 \text{ В} \leq M\{X\} \leq 8122 \text{ В}.$$

Таким образом, средневыворочное значение отличается от неизвестного математического ожидания в партии не более чем на $\pm 1,5\%$.

Пример 3. Импульсный трансформатор изготавливается на двух участках. Длительность импульса измерительного блокинг-гене-

ратора, в цепи обратной связи которого включен контролируемый трансформатор, должна составлять $2,2 \pm 0,15$ мкс. Известно, что математическое ожидание указанного параметра на втором участке равно номинальному значению 2,2 мкс. Величина \bar{X}_1 по результатам 10 измерений равна 2,11 мкс. Величина \bar{X}_2 на втором участке по результатам 11 измерений равна 2,23 мкс, а общее выборочное среднеквадратичное отклонение $s\{X_1; X_2\}$ на двух участках равно 0,019 мкс. Определить, равно ли математическое ожидание на первом участке 2,2 мкс.

Решение. Определим опытное значение \hat{t} :

$$\hat{t} = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{s\{\bar{X}_1; \bar{X}_2\}} = 6,4.$$

По табл. 4.2 определяем t_β при доверительной вероятности $\beta = 0,95$:

$$t_\beta = 2,09 \text{ при } n_1 + n_2 - 2 = 19.$$

Поскольку $\hat{t} > t_\beta$, то на первом участке математическое ожидание параметра трансформатора сместилось относительно номинального (2,2 мкс). Поэтому необходима поднастройка технологического процесса на первом участке.

Пример 4. Для условий примера 1 и статистики примера 2 установить, произошло ли изменение $\sigma\{X\}$ выпускаемой партии высоковольтных выпрямителей. Определить достаточное количество выпрямителей в выборке, чтобы при контроле устойчивости технологического процесса выборочное среднеквадратичное отклонение отличалось от генерального (в партии) не более чем на $\pm 25\%$.

Решение. Зададимся доверительной вероятностью $\beta = 0,9$. Определим χ_2^2 из условия $P(V \geq \chi_2^2) = (1 + \beta)/2 = 0,95$ при $n - 1 = 9$. Из табл. 4.3 находим $\chi_2^2 = 3,32$.

Определим χ_1^2 из условия $P(V \geq \chi_1^2) = (1 - \beta)/2 = 0,05$. Из табл. 4.3 находим $\chi_1^2 = 16,92$.

Учитывая, что $\sigma\{X\} = 152$ В, на основании (4.9) составим неравенство

$$93 \text{ В} \leq s\{X\} \leq 208 \text{ В}.$$

По результатам примера 2 известно, что при $n = 10$ $s\{X\} = 167$ В. Так как выборочное среднеквадратичное отклонение находится в доверительном интервале, то технологический процесс изготовления устойчив.

При $\beta = 0,9$ и $n - 1 = 29$ находим из табл. 4.3 $\chi_1^2 = 42,6$ и $\chi_2^2 = 17,71$. Величина $s\{X\}$, если $\sigma\{X\} = 152$ В, должна лежать с доверительной вероятностью 0,9 в интервале:

$$118 \text{ В} \leq s\{X\} \leq 184 \text{ В}.$$

Максимальное отклонение $s\{X\}$ от $\sigma\{X\}$ меньше 25%, следовательно, при выборке 30 выпрямителей условие по точности контроля устойчивости технологического процесса выполняется.

Возможно решение обратной задачи. Предположим $\sigma\{X\}$ партии неизвестно. Произведено измерение выборки $n=10$. Величина выборочного среднеквадратичного отклонения из примера $s\{X\}=167$ В. Определить доверительный интервал, накрывающий с доверительной вероятностью 0,9 неизвестное $\sigma\{X\}$.

Зададимся доверительной вероятностью $\beta=0,9$. Определим, так же как и при решении примера 3, для $n-1=9$ значения $\chi_2^2=3,32$ и $\chi_1^2=16,92$.

Определим доверительный интервал для неизвестного $\sigma\{X\}$ на основании (4.9):

$$122 \text{ В} \leq \sigma\{X\} \leq 285 \text{ В.}$$

Неизвестное $\sigma\{X\}$ с вероятностью $\beta=0,9$ должно находиться в найденном интервале. Из примера 1 известно, что $\sigma\{X\}=152$ В. Поэтому делаем вывод о попадании неизвестного $\sigma\{X\}$ в интервал $I_{\beta}^{\sigma\{X\}}=(122 \text{ В}, 285 \text{ В})$.

Т а б л и ц а 4.6

Номер усилителя	K_U в первой выборке	K_U во второй выборке	Номер усилителя	K_U в первой выборке	K_U во второй выборке
1	50	58	6	66	39
2	47	79	7	41	65
3	58	52	8	61	63
4	67	59	9	66	57
5	36	57	10	56	61

Пример 5. Коэффициент усиления по мощности K_U (математическое ожидание) усилителей, выпускаемых одним технологическим участком, $M\{X\}=60$, а его дисперсия составляет $\sigma^2\{X\}=100$. В разные отрезки времени работы сделаны две выборки

по 10 усилителей. Результаты измерений занесены в табл. 4.6. Определить, не произошло ли изменение дисперсии, т. е. устойчив ли технологический процесс. Расчет произвести двумя методами: 1) с помощью доверительных интервалов; 2) путем сравнения выборочных дисперсий.

Решение. Определяем средневывборочные и выборочные дисперсии: $\bar{X}_1=54,8$; $\bar{X}_2=59,0$ соответственно для первой и второй выборок; $s_1^2\{X\}=120$; $s_2^2\{X\}=101$ соответственно для первой и второй выборок.

Зададимся доверительной вероятностью $\beta=0,9$. Предположим, что $\sigma\{X\}$ неизвестно. Определим доверительный интервал, который с вероятностью 0,9 накрывает неизвестную $\sigma\{X\}$. По результатам первой выборки: $\chi_2^2=3,32$; $\chi_1^2=16,92$, т. е. $8 \leq \sigma\{X\} \leq 18$. По результатам второй выборки: $7,3 \leq \sigma\{X\} \leq 16,5$. Поскольку контролируемая $\sigma\{X\}=10$ попадает и в тот и в другой доверительный интервал, постольку технологический процесс устойчив во времени.

Определим, имеют ли выборочные дисперсии общую величину, т. е. устойчив ли процесс во времени. Из (4.10) $\hat{F} = s_1^2\{X\}/s_2^2\{X\} = 1,2$. По табл. 4.4 для $n_1 - 1 = 9$ и $n_2 - 1 = 9$ при $\beta = 0,9$ определяем $F_\beta = 3,18$. Так как $\hat{F} < F_\beta$, то выборки имеют общую дисперсию, т. е. со времени первой выборки дисперсия не изменилась. Поэтому технологический процесс является устойчивым.

Пример 6. При контроле выборки изделий объемом в 10 шт. из партии в 1000 шт. годными оказались 8 изделий. Определить доверительный интервал, который бы покрывал неизвестную вероятность годных в партии с доверительной вероятностью 0,9.

Решение. По условию $\beta = 0,9$. Так как $n/N < 0,1$, то решение можно производить по биномиальному распределению. Определим нижнюю границу вероятности P из условия

$$\sum_{m=m_1+1}^{10} C_{10}^m P_1^m (1 - P_1)^{10-m} \leq 0,05,$$

где $m_1 = 8$, т. е. найдем такую минимальную вероятность P_1 , при которой осуществление события — количество годных изделий в выборке более 8 — является недоверительным. Это условие выполняется для $P_1 = 0,6$.

Верхнюю границу P_2 определим из условия

$$\sum_{m=m_1-1}^0 C_{10}^m P_2^m (1 - P_2)^{10-m} \leq 0,05,$$

где $m_1 = 8$, т. е. найдем такую максимальную вероятность P_2 , при которой осуществление события — количество годных изделий в выборке менее 8 — является недоверительным. По методу последовательных приближений находим $P_2 = 0,92$.

Таким образом, $0,6 \leq P \leq 0,92$. Это неравенство выполняется с доверительной вероятностью 0,9, т. е. $P(0,6 \leq P \leq 0,92) = 0,9$.

Пример 7. При контроле выборки объемом $n = 100$ ни один из направленных ответителей из партии $N = 10\,000$ шт. не оказался бракованным. Определить минимально возможное число изделий в выборке, для того чтобы с доверительной вероятностью $\beta = 0,9$ считать, что при условии отсутствия в выборке бракованных изделий, вероятность выхода годных была не ниже 0,95.

Решение. По условию задачи необходимо определить n , чтобы с вероятностью $\beta = 0,9$ можно было считать, что неизвестная вероятность брака будет лежать в доверительном интервале $I_\beta^0 (Q_1 = 0; Q_2 = 0,05)$.

По формуле (4.17) определяем

$$n = (-\ln \alpha) / Q_2 = 41,$$

где $\alpha = 1 - \beta$ — уровень значимости.

Таким образом, достаточно измерить 41 направленный ответитель, чтобы с доверительной вероятностью $\beta = 0,9$ считать, что вероятность брака в партии будет не более 0,05 (в случае отсутствия среди 41 ответителя бракованных).

Пример 8. Вероятность выхода годных микросхем в партии $P = 0,9$. Определить доверительный интервал для частоты \bar{P} при контроле выборки 200 микросхем. Сколько необходимо микросхем в выборке, чтобы частота отличалась от вероятности не более чем на $\pm 5\%$?

Решение. Так как выполняется условие $nP > 4$, $nQ > 4$, то распределение частоты подчиняется закону нормального распределения. Из табл. 4.1 определяем Z_β , задавшись $\beta = 0,9$:

$$Z_\beta = 1,643;$$

$$\bar{P}_1 = P - Z_\beta \sqrt{PQ/n} = 0,866; \quad \bar{P}_2 = P + Z_\beta \sqrt{PQ/n} = 0,943,$$

где \bar{P}_1 и \bar{P}_2 — соответственно минимальная и максимальная величины частоты, которые с вероятностью 0,9 получаются при контроле выборки $n = 200$. Чтобы \bar{P}_1 или \bar{P}_2 не отличались от P более чем на 5%, необходимо контролировать 121 микросхему.

Пример 9. Положим, что для условия примера 8 вероятность неизвестна и контролируется выборочным методом. Величина частоты при выборке $n = 200$ получилась $\bar{P} = 0,91$. Определить доверительный интервал, который бы с вероятностью 0,95 накрывал неизвестную вероятность.

Решение. По табл. 4.1 определяем $Z_\beta = 1,960$. По формуле (4.16) определяем P_1 и P_2 :

$$P_1 \approx \bar{P} - Z_\beta \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}} = 0,87; \quad P_2 \approx \bar{P} + Z_\beta \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}} = 0,93.$$

Значения вероятности P_1 и P_2 — это границы интервала, накрывающего с вероятностью 0,95 неизвестную вероятность, т. е. $P(P_1 \leq P \leq P_2) = 0,95$.

Пример 10. Решить пример, обратный примеру 6. Определить доверительный интервал частоты \bar{P} в выборке из $n = 20$ изделий, если вероятность годных в партии $P = 0,92$. Доверительную вероятность, с которой частота должна попадать в доверительный интервал, принять равной 0,95. Сколько нужно изделий в выборке, чтобы контролируемая вероятность отличалась от частоты не более чем на $\pm 5\%$?

Решение. В связи с тем что вероятность брака в партии $Q = 1 - P < 0,1$, то появление в выборке бракованных изделий можно считать редким событием, подчиняющимся распределению Пуассона. Верхнюю границу частоты \bar{Q}_2 определим из условия:

$$\sum_{d=d_2+1}^n \frac{(nQ)^d}{d!} e^{-nQ} \leq 0,025,$$

где $nQ = 1,6$, т. е. определим такое минимальное количество бракованных изделий d_2 , при котором появление бракованных изделий более d_2 в выборке $n = 20$ можно считать недостоверным

явлением. По методу последовательных приближений, используя [40], $d_2 = 4$, а $\bar{Q}_2 = d_2/n = 0,2$.

Пользуясь [40], определяем, что при выборке $n = 20$, $nQ = 1,6$, отсутствие бракованных изделий вполне достоверное явление, поэтому нижняя граница доверительного интервала $\bar{Q}_1 = 0$.

Таким образом, $P(0,80 \leq \bar{P} \leq 1,00) = 0,95$, т. е. доверительный интервал $I_{\bar{P}} = (0,80; 1,00)$. Если при контроле выборки частота \bar{P} вышла за пределы доверительного интервала, то с надежностью 0,95 можно утверждать, что вероятность годных изделий в партии отличается от первоначальной: $P = 0,92$.

Методом последовательных приближений [40] определяем n , при котором $P(0,854 \leq \bar{P} \leq 0,946) = 0,95$. Для $n = 500$ доверительный интервал частоты составляет $I_{\bar{P}} = (0,895; 0,944)$, что удовлетворяет требуемой точности в контроле вероятности годных изделий.

Пример 11. Вероятность годных в принимаемой партии микросхем лежит в интервале 0,95—0,99. Достоверность контроля должна быть не менее 0,999. Сколько микросхем по результатам контроля 1000 шт. будут признаны годными? Сколько из этого количества в действительности будет бракованных? Сколько из забракованных микросхем в действительности будет годных?

При решении считать, что число ложно забракованных равно числу ложно годных из партии соответственно только годных и только бракованных микросхем.

Решение. Вероятность ложной забраковки из числа только годных микросхем равна $1 - P(A/H_1)$. Вероятность ложной годности из числа только негодных микросхем равна $P(A/H_2)$. По условию,

$$1 - P(A/H_1) = P(A/H_2).$$

Величину $P(A/H_1)$ можно выразить следующим образом:

$$P(A/H_1) = \frac{D_r[1 - P(H_1)]}{P(H_1) + D_r[1 - 2P(H_1)]}.$$

При $P(H_1) = 0,95$ и $D_r = 0,999$, $P(A/H_1) = 0,9813$; при $P(H_1) = 0,99$ и $D_r = 0,999$, $P(A/H_1) = 0,9098$. Если принять при решении задачи $P(A/H_1) = 0,9098$, то при определении достоверности контроля D_r при $P(H_1) = 0,95$ получим $D_r = 0,9948$, что меньше условленной достоверности в задаче. Следовательно, вероятность правильного контроля при контроле только годных микросхем следует принять $P(A/H_1) = 0,9813$.

Определим параметры, характеризующие контроль. Если $P(H_1) = 0,95$, то $D_r = 0,999$; $P_{\alpha} = 0,01776$; $Q_{\alpha} = 0,000935$; $P(H_1A) = 0,9322$; $D_r = 0,7342$.

Если $P(H_1) = 0,99$, то $D_r = 0,9998$; $P_{\alpha} = 0,0185$; $Q_{\alpha} = 0,000187$; $P(H_1A) = 0,9715$; $D_r = 0,3466$.

Определим количество годных по контролю, действительно годных, ложно забракованных, ложно годных, действительно бракованных при минимальной и максимальной вероятности годных в партии (табл. 4.7).

Таблица 4.7

Результаты контроля	Годные по контролю	Действительно годные	Ложный брак (годные)	Ложная годность (брак)	Действительно бракованные
Расчетные формулы	$N_k = N \{ P(H_1) P(A/H_1) + [1 - P(H_1)] P(A/H_2) \};$	$N_k^r = N_k D_r;$ $N_k^g = NP(H_1 A);$	$N_r = NP(H_1) - N_k^r;$ $N_r = NP_{\text{а}};$	$N_6 = N_k - N_k^r;$ $N_6 = N Q_{\text{а}};$	$N_k^6 = (N - N_k) [NP(H_1) - N_k^r];$ $N_k^6 = (N - N_k) - NP_{\text{а}};$ $N_k^6 = (N - N_k) D_r.$
$P(H_1) = 0,95$	933	932	18	1	49
$P(H_1) = 0,99$	971	971	19	0	10

Пример 12. Приемопередатчик для образования широкополосного ствола связи по радиорелейной линии в режиме ретрансляции должен иметь полосу пропускания 38 ± 2 МГц. Вероятность выхода годных приемопередатчиков по этому параметру должна быть не менее 0,95, а достоверность контроля — не менее 0,995. Определить точность приборов контроля.

Решение. По номограмме рис. 4.1 определяем среднеквадратичное отклонение контролируемого параметра: при $P_{\text{ок}} = 0,95$ величина $d/\sigma\{X\} = 4$, а $\sigma\{X\} = 1,0$ МГц. По номограмме рис. 4.2 для достоверности 0,995 и $d/\sigma\{X\} = 4,0$;

$$d/\sigma\{Y\} = 30; \quad \sigma\{Y\} = 0,13 \text{ МГц.}$$

Таким образом, допускаемая точность прибора равна $\pm 0,39$ МГц.

Пример 13. При поставке высокочастотных блоков телевизора поставщик гарантирует вероятность годности из партии $N = 23\,500$ не менее 0,99, а потребителя удовлетворяет вероятность годности более 0,95. Рассчитать минимальное значение объема

выборки n и приемочное число c , чтобы риск потребителя и поставщика при входном контроле не превысили 0,1.

Решение. Поскольку $1 - P_n = Q_n$ и $1 - P_s = Q_s$ меньше 0,1, то появление бракованных блоков в выборке подчиняется закону редких событий Пуассона.

Составим алгоритм расчета:

$$\begin{array}{l}
 n = \text{min} - \text{целевая функция;} \\
 \left. \begin{array}{l}
 \Omega_s = \sum_{d=0}^c \frac{(nQ_s)^d}{d!} e^{-nQ_s} \leq 0,1 \\
 \Omega_n = 1 - \sum_{d=0}^c \frac{(nQ_n)^d}{d!} e^{-nQ_n} \leq 0,1
 \end{array} \right\} \text{функции ограничения;} \\
 \left. \begin{array}{l}
 n = 1 \div 23\,500 \\
 c = 0 \div n
 \end{array} \right\} \text{область значений независимых} \\
 \text{переменных.}
 \end{array}$$

Допустимой областью независимых переменных n и c является пересечение множества n и c , при котором выполняются функции ограничения, с множеством значений n и c , принадлежащим области их изменения. Из допустимой области необходимо выбрать минимальное n_{min} и соответствующее c .

Пользуясь [40], перебираем значения n и c : при $n = 110$; $c = 2$; $\Omega_s = 0,0884$; $\Omega_n = 0,0995$. Значения n и c можно считать решением задачи, поскольку они принадлежат области значений независимых переменных и удовлетворяют функциям ограничений. Величина $n = 110$ является минимальной из допустимой области значений.

Пример 14. Организовать входной контроль изделий, если требуется риск поставщика и потребителя не более 0,1. Поставщик гарантирует вероятность выхода годных изделий не менее 0,85, а потребитель требует вероятность выхода годных изделий в партии более 0,81. Величина принимаемой партии $N = 50\,000$ изделий. Рассчитать минимальное значение выборки n_{min} и соответствующее c .

Решение. Поскольку $1 - P_n = Q_n = 0,15$; $1 - P_s = Q_s = 0,19$ (Q_n и $Q_s > 0,1$), то до значений объема выборки $n = 30$ частота брака в выборке будет распределена по биномиальному закону.

Составляем алгоритм расчета при распределении частоты брака в выборке n по закону нормального распределения при $n > 30$:
 $n = \text{min}$ — целевая функция;

$$\left. \begin{array}{l}
 \Omega_s = \frac{1}{\sigma_s \{\bar{Q}\} \sqrt{2\pi}} \int_0^{c/n} e^{-\frac{(\bar{Q} - Q_s)^2}{2\sigma_s^2 \{\bar{Q}\}}} d\bar{Q} \leq 0,1 \\
 \Omega_n = 1 - \frac{1}{\sigma_n \{\bar{Q}\} \sqrt{2\pi}} \int_0^{c/n} e^{-\frac{(\bar{Q} - Q_n)^2}{2\sigma_n^2 \{\bar{Q}\}}} d\bar{Q} \leq 0,1
 \end{array} \right\} \text{функции ограничения,}$$

где

$$\sigma_n^2 \{ \bar{Q} \} = \frac{P_n Q_n}{n} \quad \text{и} \quad \sigma_3^2 \{ \bar{Q} \} = \frac{P_3 Q_3}{n}$$

— дисперсии частоты брака из партии, имеющих соответственно вероятность брака Q_n и Q_3 .

На рис. 4.3 изображены функции плотности распределения $f(\bar{Q})$ частоты брака при $M_3 \{ \bar{Q} \} = 0,19$ и $M_n \{ \bar{Q} \} = 0,15$.

Если вероятность брака в партии $Q_n = 0,15$, то партия годная. Однако существует вероятность Ω_n , что в выборке n количество бракованных изделий

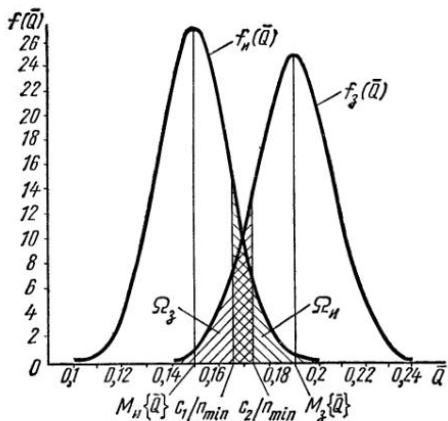


Рис. 4.3. Функция плотности вероятности частоты брака

математического ожидания $M_n \{ \bar{Q} \}$, равного вероятности брака Q_n в партии, и одновременно будет уменьшаться Ω_n при постоянной c/n . С увеличением n уменьшается вероятность бракования годной партии по результатам выборочного контроля.

Если вероятность брака в партии $Q_3 = 0,19$, то партия негодная. Однако существует вероятность Ω_3 — риск потребителя, что эта партия по результатам выборочного контроля будет принята.

Эта вероятность численно равняется площади на рис. 4.3 под плотностью распределения $f_3 \{ \bar{Q} \}$, левее c_2/n_{\min} . Таким образом, потребитель тоже заинтересован в увеличении n , поскольку в этом случае уменьшается вероятность приема негодной партии Ω_3 вследствие уменьшения $\sigma_3 \{ \bar{Q} \}$. С позиции уменьшения трудоемкости необходим минимальный объем выборки n_{\min} , удовлетворяющий требованиям поставщика и потребителя.

Таким образом, областью значений n является: $n = 1 \div 0,1N$. Область значений c определяется с помощью рис. 4.3. Величина приемочной частоты брака c/n не может быть меньше $Q_n = 0,15$, поскольку в этом случае при любом n риск поставщика $\Omega_n > 0,5$. Величина c/n не может быть больше $Q_3 = 0,19$, поскольку тогда

будет больше приемочного числа c , т. е. частота выборки \bar{Q} будет больше c/n и партия по результатам выборочного контроля будет забракована. Эта вероятность Ω_n — риск поставщика — численно равняется площади под плотностью распределения $f_n \{ \bar{Q} \}$ правее c_1/n_{\min} (рис. 4.3). Таким образом поставщик заинтересован в увеличении объема выборки n , поскольку в этом случае уменьшается среднеквадратичное отклонение частоты брака $\sigma_n \{ \bar{Q} \}$ относительно

при любом n : $\Omega_3 > 0,5$. Таким образом, областью значений c является $nQ_n \div nQ_3$.

Составляем алгоритм расчета при распределении частоты брака в выборке n по биномиальному закону при $n \leq 30$:

$n = \min$ — целевая функция;

$$\left. \begin{aligned} \Omega_3 &= \sum_{d=0}^c C_n^d Q_3^d (1 - Q_3)^{n-d} \leq 0,1 \\ \Omega_n &= 1 - \sum_{d=0}^c C_n^d Q_n^d (1 - Q_n)^{n-d} \leq 0,1 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{функция} \\ \text{ограничения;} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} n &= 1 \div 30 \\ c &= 0 \div n \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{область значений неза-} \\ \text{висимых переменных.} \end{array}$$

Перебирая n и c , приходим к выводу, что все возможные сочетания n и c из области значений не удовлетворяют функциям ограничений.

Схема алгоритма оптимизации при нормальном распределении частоты брака представлена на рис. 4.4 [41]. Перебор по n

производится от $n=31$ с шагом 10. Для каждого фиксированного значения n_0 производится перебор по c от значения $n_0 Q_n$ до $n_0 Q_3$ с шагом 1. Вычисление Ω_3 и Ω_n (5 и 7 символы) производится с использованием стандартных программ. Величина n последовательно увеличивается от минимального значения для заданной области, поэтому первое значение n с соответствующим c , при котором выполняются условия символов 6 и 8, будет n_{\min} . Это значение n_{\min} с соответствующим c_1 выводится на печать. После выполнения печати в ячейке K (символ 10) записывается 1, производится вычисление Ω_3 и Ω_n при n_{\min} и следующим по порядку значением c_2 . Если опять выполняются условия символов 6, 8, то значения n_{\min} и c_2 тоже выводятся на печать. На рис. 4.3 графически показан процесс вычисления n_{\min} . При приемочной частоте, равной (см. рис. 4.3) c_1/n_{\min} , выполняются условия: Ω_3 и Ω_n равно не более 0,1. Эти условия выполняются вплоть до приемочной частоты, равной (см. рис. 4.3) c_2/n_{\min} . Расчет при $c > c_2$ не имеет смысла, поскольку монотонно

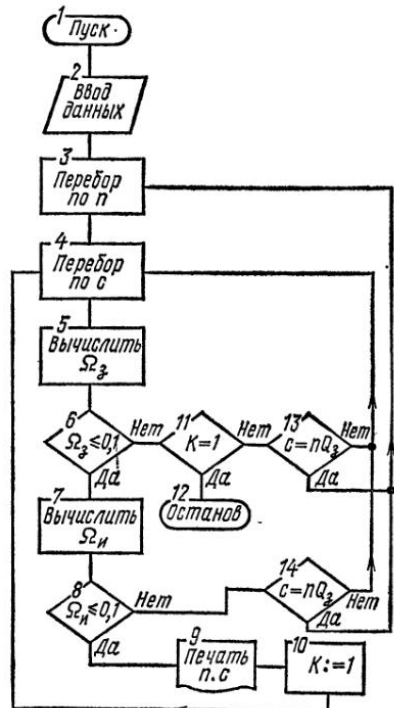


Рис. 4.4. Схема алгоритма оптимизации при нормальном распределении частоты брака

нарастает Ω_3 , всегда оставаясь большим 0,1. Вследствие этого при $c > c_2$ не выполняется условие символа 6 и, если в ячейке K записана 1, т. е. вывод на печать уже выполнен, происходит останов. Если же текущее значение n не достигло n_{\min} , то при невыполнении условий символов 6 или 8 происходит перебор по c при фиксированном значении n_0 . При достижении значения $c = n_0 Q_3$ выполняются условия символов 13 или 14, после чего величина n принимает следующее по величине значение, т. е. возрастает на шаг.

В результате расчета на ЭВМ ЕС-1020 на языке Фортран-IV получена величина $n_{\min} = 591$ и $c = 100$. Условия: Ω_3 и Ω_n не более 0,1 выполняются только при одном сочетании $n_{\min} = 591$ и $c = 100$. Машинное время на расчет 1 мин.

Пример 15. Изготавливают 1000 ячеек импульсных усилителей сигналов на микросхемах. Усилитель состоит из МПП и 72 ИС. Поставщик гарантирует вероятность годных МПП в партии не менее 0,999, а ИС не менее 0,997. Потребителя устраивает вероятность годных МПП более 0,98, а ИС — более 0,95.

Определить экономически выгодный по трудоемкости метод входного контроля МПП и ИС, если трудоемкость входного контроля одной ИС составляет 0,02 ч, а МПП — 0,3 ч (с учетом трудоемкости технологической подготовки контроля), трудоемкость замены одной бракованной ИС — 0,01 ч, трудоемкость ремонта одной бракованной МПП — 0,02 ч. Вероятность ложной годности Q_n для МПП и ИС равна 0,005. Входной контроль МПП и ИС должен быть спланирован таким образом, чтобы риск потребителя и поставщика не превысил 0,1.

Решение. Определим необходимое количество ИС и МПП в партии для изготовления заданной программы:

$$N_{ис} = 72N_{я} = 72\,000 \text{ шт.};$$

$$N_{мпп} = N_{я} = 1000 \text{ шт.}$$

Определим трудоемкость замены и ремонта бракованных ИС и МПП в готовой РЭА при отсутствии входного контроля (разрыв проводников на внутренних слоях МПП ремонтируется с помощью навесных перемычек):

$$C_0^{ис} = N_{ис} Q_3^{ис} C_3^{ис} = 36 \text{ ч};$$

$$C_0^{мпп} = N_{мпп} Q_3^{мпп} C_3^{мпп} = 0,4 \text{ ч};$$

$$C_0 = C_3^{ис} + C_3^{мпп} = 36,4 \text{ ч.}$$

Определим трудоемкость контроля и ремонта при сплошном входном контроле:

$$C_m^{ис} = \frac{N_{ис} C_k^{ис}}{1 - Q_3^{ис}} + Q_d N_{ис} C_3^{ис} = 1520 \text{ ч};$$

$$C_m^{мпп} = \frac{N_{мпп} C_k^{мпп}}{1 - Q_3^{мпп}} + Q_d N_{мпп} C_3^{мпп} = 306 \text{ ч};$$

$$C_m = C_m^{ис} + C_m^{мпп} = 1826 \text{ ч.}$$

Рассчитаем величину выборки n и приемочное число c , чтобы Ω_3 и Ω_n были не более 0,1. Поскольку $Q_3^{ис} = 0,05$; $Q_n^{ис} = 0,003$; $Q_3^{мпп} = 0,02$; $Q_n^{мпп} = 0,001$, то появление бракованных изделий в выборке подчиняется закону Пуассона. По методике примера 14 при $n_{мпп} = 195$ и $n_{ис} = 78$ выполняется условия $\Omega_3 < 0,1$ и $\Omega_n < 0,1$ с приемочными числами соответственно $c_{мпп} = 1$, $c_{ис} = 1$. Таким образом, если в выборках $n_{мпп} = 195$ и $n_{ис} = 78$ присутствует не более одного бракованного изделия, то, следовательно, выполняются гарантии поставщика и требования потребителя и партия принимается.

Определим трудоемкость контроля и ремонта при выборочном контроле:

$$C_{в}^{мпп} = \frac{n_{мпп} C_{к}^{мпп}}{1 - \Omega_n^{мпп}} + (N_{мпп} - n_{мпп}) Q_3^{мпп} C_3^{мпп} + n_{мпп} Q_d C_3^{мпп} \approx 65 \text{ ч};$$

$$C_{в}^{ис} = \frac{n_{ис} C_{к}^{ис}}{1 - \Omega_n^{ис}} + (N_{ис} - n_{ис}) Q_3^{ис} C_3^{ис} + n_{ис} Q_d C_3^{ис} \approx 38 \text{ ч}.$$

Сравнивая полученные результаты, приходим к выводу, что наименьшей трудоемкостью входного контроля и последующего ремонта негодных усилителей является отсутствие входного контроля. Для партии ИС рекомендуется проводить выборочный контроль, так как его проведение незначительно повышает трудоемкость контроля (на 2 ч). В то же время при проведении выборочного контроля исключается возможность приема дефектной партии и связанное с этим увеличение затрат на ремонт бракованных усилителей. Вследствие значительного повышения трудоемкости не рекомендуется проведение входного контроля МПП.

Задачи и упражнения

1. Проводится зондовый операционный контроль тонкопленочных резисторов. Удельное поверхностное сопротивление R_{\square} пленки кермета по поверхности подложки должно иметь величину $1000 \pm 5\%$ Ом. Распределение R_{\square} в партии подложек нормальное.

Определить количество подложек для выборочного операционного контроля при условии, что точность в замене математического ожидания средневыборочным значением должна быть не менее $\pm 1\%$. Сделать вывод о настроенности технологического процесса напыления резисторов, если при контроле 50 подложек получилось средневыворочное значение 9800 Ом.

О т в е т. Выборочному операционному контролю необходимо подвергнуть 16 подложек для того, чтобы с доверительной вероятностью 0,95 средневыворочное значение отличалось от математического ожидания не более чем на $\pm 1\%$.

Если при контроле 50 подложек получилось средневыворочное значение 9800 Ом, значит, технологические режимы отклонились от номинальных.

2. Партия высоковольтных выпрямителей подвергается выборочному операционному контролю перед заливкой компаундом (после монтажа всех радиоэлементов) и после операции заливки. Объем выборки из партии при каждом контроле один и тот же — 150 шт. Величина средневыворочного значения выходного напряжения у партии выпрямителей до заливки составляет 7980 В, а после заливки — 8020 В.

Определить, существует ли систематическая погрешность производства выпрямителей, приводящая к смещению математического ожидания выходного

напряжения после заливки, если математическое ожидание перед заливкой равняется 8000 В, среднеквадратичное отклонение составляет 152 В.

Ответ. Средневыворочное значение с доверительной вероятностью 0,95 должно попадать в интервал $I_{\beta}^{\bar{x}} = (7976; 8024 \text{ В})$. Появление значения средневыворочного 8020 В вполне возможно. Вследствие этого можно считать, что заливка не вносит систематической погрешности в производство выпрямителей.

3. Проводится выборочный контроль математического ожидания магнитной проницаемости μ партии пластин из пермаллоя после отжига. Величина μ должна находиться в допуске 5200—5500 и в партии распределена по закону нормального распределения. Математическое ожидание $M\{\mu\}$ в партии—5500, среднеквадратичное отклонение—100. Брак в партии появляется вследствие уменьшения μ при нарушении режимов отжига и не должен превышать 5%.

Определить доверительный интервал и количество пластин в выборке, чтобы средневыворочные значения отличались от математического ожидания не более чем на $\pm 1\%$.

Ответ. Средневыворочное значение с доверительной вероятностью 0,9 во всем диапазоне изменений математического ожидания должно находиться в интервале $I_{\beta}^{\mu} = (5310; 5555)$. Необходимое количество пластин для выборочного контроля—20.

4. Проводится выборочный операционный контроль нерегулярных погрешностей ширины и зазоров между полосковыми проводниками СВЧ-микросхемы (нерегулярная погрешность—наличие дефекта по краям полосковых проводников). После 40 измерений в различных сечениях одной подложки получены следующие результаты (табл. 4.8):

Таблица 4.8

Номер измерения	Ширина зазора, мкм	Ширина полосковых проводников, мкм	Номер измерения	Ширина зазора, мкм	Ширина полосковых проводников, мкм
1	149	1070	11	119	999
2	147	987	12	145,5	985
3	126	983	13	109	971
4	142,5	977	14	140	993
5	146	986,5	15	158	979
6	153	965	16	145	989
7	141	996	17	165	1009
8	143	986	18	150	982,5
9	133	981	19	135	991
10	138	1002	20	147,5	986,5

Определить доверительные интервалы для неизвестного математического ожидания в партии подложек для ширины и зазора между полосковыми проводниками, считая закон распределения нерегулярных погрешностей нормальным, а параметры этого распределения в партии микросхем неизменными. Дать рекомендации относительно числа измерений, чтобы доверительный интервал составлял не более $\pm 1,5\%$ от средневыворочного значения.

Ответ. С доверительной вероятностью 0,95 интервал $I_{\beta}^{M(s)} = (136; 148 \text{ мкм})$ покрывает неизвестное математическое ожидание ширины зазора, а интервал $I_{\beta}^{M(w)} = (986; 996 \text{ мкм})$ —ширину полосковых проводников. Для получения точности $\pm 1,5\%$ необходимо измерить зазор в 10 различных сечениях, а ширину полоскового проводника в 120 различных сечениях.

5. Для повышения точности контроля проводится 20-кратное измерение межосевого расстояния между направляющими штырями ячейки на многослойной печатной плате. Межосевое расстояние должно быть $96 \pm 0,1 \text{ мм}$

и измеряется прибором с ценой деления 0,01 мм. Результаты контроля сведены в табл. 4.9. Погрешность прибора распределена по закону нормального распределения.

Таблица 4.9

Размер, мм	95,89	95,90	95,91	95,92	95,93
Частота измерений	1	4	11	2	2

Определить доверительный интервал, в котором с вероятностью 0,95 лежит неизвестный размер. Определить вероятность нахождения этого размера в пределах допуска.

Отв е т. Действительное значение неизвестного размера равняется математическому ожиданию измеренного межосевого расстояния при стремлении количества измерений к ∞ . Доверительный интервал, в котором после 20 измерений с вероятностью 0,95 находится неизвестный размер, равен $I_{\beta}^M(X) = (95,905; 95,915 \text{ мм})$. Вероятность выхода этого размера за пределы допуска 0,0001.

6. При сборке контура промежуточной частоты телевизионных приемников после изготовления катушки производится операционный контроль электрических параметров с помощью коммутации катушки с эталонными радиоэлементами и установки эталонного ферритового сердечника. Добротность контура с контролируемой катушкой должна составлять 150 ± 10 и распределена по закону нормального распределения. Катушки изготавливают на пяти станках. Известно, что на одном станке технологический процесс настроен. При этом математическое ожидание добротности катушек равно 150. Среднеквадратичные отклонения у всех станков одинаковы и равны 3. Настроенность остальных станков контролируется. Для этого из партии катушек с каждого станка сделаны выборки n_k , где k — номер станка, подсчитаны средневыворочные значения \bar{X}_k и общие выборочные среднеквадратичные отклонения $s\{\bar{X}_1; \bar{X}_k\}$ добротностей катушек, изготовленных на первом станке, отдельно с катушками, изготовленными на втором, третьем, четвертом и пятом станках (табл. 4.10).

Таблица 4.10

Объем выборки n_k	Контролируемый параметр		Объем выборки n_k	Контролируемый параметр	
	\bar{X}_k	$s\{\bar{X}_1; \bar{X}_k\}$		\bar{X}_k	$s\{\bar{X}_1; \bar{X}_k\}$
$n_1=20$	150,6	—	$n_4=20$	155	2,8
$n_2=10$	148,2	3,5	$n_5=20$	149	2,9
$n_3=10$	143	3,3	$n_2=30$	151	2,7
$n_4=10$	156	3,6	$n_3=30$	147	3,1
$n_5=10$	152	3,7	$n_4=30$	157	2,9
$n_2=20$	149,2	3,4	$n_5=30$	151,2	3,0
$n_3=20$	146	3,8			

Определить настроенность технологических процессов на каждом из станков двумя способами: с помощью доверительных интервалов, если допускается отклонение средневыворочного от математического ожидания не более чем на $\pm 1\%$, и путем сравнения средневыворочных значений с настроенным техно-

логическим процессом на первом станке. Определить, при какой методике нужен меньший объем выборки.

О т в е т. По методу построения доверительных интервалов с вероятностью 0,95 третий и четвертый станки расстроены. Для получения заданной точности в замене математического ожидания средневыворочным значением необходимо не менее 20 изделий в выборке. При использовании метода сравнения средневыворочных значений для установления настроенности технологических процессов достаточно 10 изделий в выборке.

7. При четырехзондовом контроле сопротивления тестового печатного проводника внутреннего слоя МПП его величина должна равняться $50 \pm \pm 10\%$ мкОм. Допустимый брак в партии МПП $N=5000$ составляет 10%. Распределение сопротивления тестового проводника в партии МПП нормальное. Определить количество МПП для выборочного контроля математического ожидания и дисперсии сопротивления тестового печатного проводника внутреннего слоя при условии, что точность в замене математического ожидания и среднеквадратичного отклонения в партии МПП средневыворочным и среднеквадратичным выборки должна быть соответственно не менее $\pm 1\%$ и $\pm 20\%$.

Сделать вывод о настроенности и устойчивости технологического процесса производства МПП, если при контроле 60 плат средневыворочное оказалось равным 50,6 мкОм, а среднеквадратичное отклонение в выборке 2,5 мкОм.

О т в е т. Для выполнения заданной точности выборочному контролю необходимо подвергнуть 100 МПП. Полученные при контроле 60 МПП статистические параметры свидетельствуют о ненастроенности технологического процесса и его неустойчивости.

8. Для условий задачи 4 определить доверительные интервалы, которые с вероятностью 0,9 накроют неизвестное среднеквадратичное отклонение. Дать рекомендации о количестве измерений для того, чтобы выборочные среднеквадратичные отклонения отличались от генеральных не более чем на $\pm 10\%$.

О т в е т. Доверительные интервалы для ширины зазора и полоскового проводника соответственно равны $I_{\beta}^{\sigma(s)} = (10,2; 17,6 \text{ мкм})$, $I_{\beta}^{\sigma(w)} = (8,7; 15 \text{ мкм})$. Для получения необходимой точности нужно проконтролировать микрополосковую линию в 135 сечениях.

9. Для условия задачи 5 определить доверительный интервал среднеквадратичного отклонения результатов 20 измерений. Определить вероятность ложного измерения, т. е. признания ячейки негодной по результату одного измерения межосевого расстояния. Действительное значение межосевого расстояния принять равным средневыворочному значению.

О т в е т. Неизвестное среднеквадратичное отклонение измерений с вероятностью 0,9 лежит в доверительном интервале $I_{\beta}^{\sigma(X)} = (7,9 \cdot 10^{-3}; 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ мм})$. Если произвести одно измерение, то вероятность получения ложного результата равна 0,15.

10. По результатам контроля выборок контуров промежуточной частоты с двух технологических участков объемом n_1 и n_2 судят о настроенности и устойчивости технологического процесса на втором участке. Известно, что на первом участке технологический процесс настроен и устойчив. Математическое

Т а б л и ц а 4.11

Контролируемый параметр	Объем выборки				
	$n_1=20$	$n_2=10$	$n_2=20$	$n_2=50$	$n_2=100$
\bar{X}_k	150,6	146,2	147,5	152,2	151,8
$s\{\bar{X}_k\}$	3,3	5,5	5,0	5,3	4,7

ожидание добротности контуров—150, генеральное среднее квадратичное отклонение—3. В табл. 4.11 указаны средневыворочные \bar{X}_k и среднее квадратичные $s\{\bar{X}_k\}$ отклонения выборок, где k —номер участка.

Проконтролировать настроенность и устойчивость технологического процесса на втором участке двумя способами: 1) с помощью построения доверительных интервалов для средневыворочных и среднее квадратичных отклонений в выборке, если допустимое отклонение в партии средневыворочного значения от математического ожидания $\pm 1\%$, а допустимое отклонение среднее квадратичного отклонения в выборке от генерального значения $\pm 20\%$; 2) путем сравнения средневыворочных и среднее квадратичных величин двух технологических процессов. Определить, по какой из методик нужен меньший объем выборки.

Ответ. Второй технологический процесс расстроен и неустойчив. Для установления с требуемой точностью факта, расстроен или настроен технологический процесс, необходимо не менее 50 изделий в выборке. Количество изделий в выборке, необходимое для установления с требуемой точностью, устойчив или неустойчив технологический процесс, должно быть не менее 50 шт. По второму способу достаточно 10 изделий, чтобы сделать вывод о настроенности и устойчивости технологического процесса.

11. Контролируется вероятность выхода годных ферритовых сердечников. Из партии в 10 000 шт. берут выборку объемом 10 шт. Допустимая величина вероятности брака в партии 0,3. Определить доверительный интервал частоты для максимальной вероятности брака в партии. Доверительную вероятность принять равной 0,94.

Ответ. Расчет ведут с использованием биномиального закона распределения случайных величин. Доверительный интервал $I_{\bar{P}} = (0,4; 0,9)$ т. е. $P(0,4 \leq \bar{P} \leq 0,9) = 0,94$.

12. При производстве ленточных магнитопроводов допустимый брак из партии в 24 шт. составляет 7 шт. Контролируется выборка объемом 8 изделий. Определить доверительный интервал частоты брака для максимальной вероятности брака. Определить количество магнитопроводов, необходимое для того, чтобы доверительный интервал составлял не более $\pm 50\%$ от допустимой вероятности брака. Доверительную вероятность принять равной 0,9.

Ответ. Расчет ведут с использованием гипергеометрического закона распределения случайных величин. Доверительный интервал при выборке из 8 изделий $I_{\bar{Q}} = (0,125; 0,5)$; $P(0,125 \leq \bar{Q} \leq 0,5) = 0,9$. Чтобы доверительный интервал был не более $\pm 50\%$ от контролируемой вероятности брака, необходима выборка не менее чем из 12 изделий.

13. Допустимый процент брака в партии 10 000 МПП равен 8%. Определить количество МПП в выборке и доверительный интервал частоты, если величина интервала должна быть не более $\pm 22\%$ от максимального значения брака в партии. Доверительную вероятность принять равной 0,95.

Ответ. При количестве МПП в выборке объемом 1000 шт. доверительный интервал $I_{\bar{Q}} = (0,064; 0,098)$; $P(0,064 \leq \bar{Q} \leq 0,098) = 0,95$.

14. При контроле геометрических размеров прямоугольных волноводов произвели выборку объемом в 150 шт. из партии в 10 000 шт. Частота годных изделий составила при этом 0,84. Определить доверительный интервал для контролируемой вероятности годных в партии. Определить количество волноводов в выборке, чтобы доверительный интервал частоты годных волноводов составил не более ± 5 от минимальной вероятности годных, рассчитанной по результатам контроля выборки объемом в 150 шт.

Ответ. Распределение частоты подчиняется закону нормального распределения. Доверительный интервал, покрывающий контролируемую вероятность с вероятностью 0,95, равен при $n = 150$ $I_{\bar{P}} = (0,78; 0,9)$; $P(0,78 \leq \bar{P} \leq 0,9) = 0,95$. Для получения точности $\pm 5\%$ необходима выборка объемом 435 шт.

15. Вероятность выхода годных ферритовых сердечников для контуров промежуточной частоты составляет 0,8. Из партии контуров производят выборку объемом 50 шт. Определить математическое ожидание и дисперсию рас-

предела частоты в выборке, а также доверительный интервал, в котором с вероятностью 0,98 будет находиться частота выборки.

О т в е т. $M\{\bar{P}\}=0,8$; $\sigma^2\{\bar{P}\}=3,2 \cdot 10^{-3}$; $I_{\beta}^P=(0,67; 0,93)$; $P(0,67 \leq \bar{P} \leq 0,93)=0,98$.

16. Для построения контрольных карт (КК) выборочных среднеквадратичных отклонений и средневыворочных значений из партии импульсных трансформаторов берут 10 выборок. Объем каждой выборки составляет 150 изделий. Для каждой выборки вычисляют средневыворочную \bar{X}_k и среднеквадратичную $s_k\{X\}$ длительности импульса измерительного блокинг-генератора, в цепи обратной связи которого стоит контролируемый импульсный трансформатор. Результаты измерения выборок приведены в табл. 4.12, где k —номер выборки.

Т а б л и ц а 4.12

k	\bar{X}_k , мкс	$s_k\{X\}$, мкс	k	\bar{X}_k , мкс	$s_k\{X\}$, мкс
1	3,105	0,09	6	3,115	0,089
2	3,12	0,088	7	3,117	0,085
3	3,11	0,085	8	3,11	0,086
4	3,107	0,09	9	3,106	0,087
5	3,109	0,087	10	3,119	0,088

Проверить настроенность и устойчивость технологических процессов и построить КК для средневыворочных значений и среднеквадратичных отклонений в выборке.

О т в е т. Пользуясь критериями Стьюдента и Фишера, устанавливаем, что технологический процесс настроен и устойчив.

Контрольную карту для среднеквадратичных отклонений в выборке строят с учетом пределов

$$b_{\max} = 0,0876 \pm 0,018 \text{ мкс};$$

$$b_{\min}$$

для средневыворочных значений—с учетом пределов

$$a_{\max} = 3,112 \pm 0,021 \text{ мкс}.$$

$$a_{\min}$$

17. Известно, что в партии из 1000 ячеек 980 годных. По результатам контроля 965 ячеек были признаны годными. Определить достоверность контроля и указать, сколько из признанных годными ячеек было действительно годными, если известно, что при контроле 1000 негодных в 50 случаях принимается ложное решение о годности ячеек. Сколько из признанных негодными в действительности годные?

О т в е т. Достоверность контроля 0,999; из признанных годными 965 ячеек 1 ячейка в действительности бракованная. Из признанных бракованными 35 ячеек в действительности 16 ячеек годные.

18. При контроле партии трансформаторов вероятность ложной годности Q_d должна быть в 10 раз меньше ложного брака P_d , а P_d не более 0,05. При контроле выборочным методом неизвестной вероятности годности P получен доверительный интервал $I_{\beta}^P=(0,9; 0,95)$. Определить вероятности $P(A/H_1)$ и $P(A/H_2)$, достаточные для получения заданных P_d и Q_d во всем интервале вероятности годности.

Какое минимальное число из партии в 10 000 шт. будет признано годными трансформаторами? Сколько из этого количества годных будут в действительности бракованными? Сколько из признанных по результатам контроля бракованными изделиями будут в действительности годными?

О т в е т. Величина $P(A/H_1)=0,947$; $P(A/H_2)=0,05$. Минимальное количество трансформаторов, признанных по результатам контроля годными, 8573 шт.,

из которых в действительности бракованными будут 51 шт. Из 1427 шт., признанных бракованными, в действительности 478 шт. будут годными

19. Точности приборов при контроле партии изделий подобраны таким образом, чтобы числа ложно забракованных и ложно годных изделий из партий соответственно только годных и только бракованных изделий были равны друг другу. Вероятность P годности изделий в партии неизвестна и может быть равна любому числу на отрезке $[0,5-0,9]$. Достоверность контроля должна быть не менее 0,999. Определить вероятности, достаточные для получения заданной достоверности при всех возможных P и характеризующие количество годных по результатам контроля партии только годных изделий и количество годных по результатам контроля партии только бракованных изделий. Какое максимальное и минимальное количество годных изделий возможно по результатам контроля партии в 1000 шт.? Сколько будет среди них действительно годных и действительно бракованных изделий?

О т в е т. Условная вероятность события — изделие по результатам контроля годное, если проводится контроль действительно годного изделия $P(A/H_1)$, — должна быть не менее 0,999; условная вероятность события — изделие по результатам контроля годное, если проводится контроль бракованных изделий $P(A/H_2)$, — должна быть не более 0,001. Максимальное число признанных по результатам контроля годных изделий $N_{\max} = 899$, среди них бракованных — 0. Среди 101 забракованного изделия 1 годное. Минимальное число признанных по результатам контроля годных изделий $N_{\min} = 500$, среди них с вероятностью 0,5 может быть 1 бракованное изделие. Среди 500 забракованных изделий с вероятностью 0,5 может быть 1 годное.

20. По результатам контроля 5000 изделий годными оказались 4426 Контролирующие приборы характеризуются следующими параметрами: при измерении 5000 годных изделий 50 изделий ошибочно бракуются; при измерении 1000 бракованных изделий 5 изделий ошибочно принимаются годными. Определить вероятность годности изделий в партии, достоверность контроля. Сколько среди признанных годными изделий в действительности бракованных, а среди забракованных — годных?

О т в е т. Вероятность годности в партии — 0,894; достоверность контроля — 0,9994. Среди 4426 признанных годными 2 изделия бракованные, а среди 574 бракованных 46 годных.

21. Рассчитать точность приборов для контроля с достоверностью не менее 0,995 ячейки по первому параметру: выходное напряжение логическая «1» — $2,58 \pm 0,02$ В. Допустимая вероятность выхода годных изделий в партии $P(H_1)$ не менее 0,98. Величина ложного брака P_d при контроле должна быть не более 1%. Сколько среди признанных годными ячеек из партии в 1000 шт. будет бракованных, а среди бракованных — годных?

О т в е т. Точность прибора $\Delta = \pm 0,015$ В. Из партии в 1000 ячеек 975 шт. признаны годными. Из признанных годными в действительности 5 ячеек бракованные. Среди 25 ячеек, признанных бракованными, 10 шт. в действительности годные.

22. Рассчитать точность прибора для входного контроля ИС по двум параметрам: выходное напряжение логики «0» составляет $0,2 \pm 0,1$ В, логики «1» — $3,5 \pm 1$ В. Допустимая вероятность выхода годных в партии изделий по двум параметрам равна 0,97. Величина ложного брака при контроле по двум параметрам P_d должна быть не более 0,5%. Какова необходимая достоверность контроля каждого из параметров? Сколько из партии ИС в 10 000 шт., признанных по результатам контроля годными, будут в действительности бракованными? Случайные значения выходных напряжений логики «0» и «1» считать независимыми. Вероятность правильного контроля из партии только годных ИС равна вероятности правильной забраковки из партии только негодных ИС.

О т в е т. Достоверность контроля по каждому из параметров не менее 0,9999. Погрешность прибора для измерения выходного напряжения логического «0» $\Delta_1 = \pm 0,001$ В, а логики «1» $\Delta_2 = \pm 0,01$ В. Из партии ИС в 10 000 шт. 9651 шт. по результатам контроля признаны годными. Из них одна ИС в действительности бракованная. Среди 349 ИС признанных бракованными в действительности 50 годные.

23. Вероятность годности, при которой потребитель принимает партию микросхем, должна быть более 0,9, а поставщик гарантирует вероятность годности не менее 0,99. Установить минимальный объем выборки и приемочное число бракованных микросхем в выборке, если риск поставщика и потребителя должен быть не более 0,2.

Ответ. При приемочном числе бракованных микросхем в выборке, равном 0, достаточное количество микросхем в выборке 17 шт.

24. При организации входного контроля блока платы телевизора поставщик гарантирует вероятность годных не менее 0,85, а потребитель принимает партию, если вероятность более 0,75. Величина партии 23 500 шт. Определить минимальное количество плат в выборке n_{\min} и приемочное число c , чтобы риск потребителя и поставщика не превышал 0,05. Решение провести методом оптимизации на ЭВМ. Разработать алгоритм, структурную схему и программу расчета.

Ответ. Решение с помощью биномиального распределения от $n=1$ до $n=30$ не удовлетворяет заданным условиям. Решение с помощью нормального распределения от $n=31$ до $n=1000$ приводит к определению $n_{\min}=191$ и $c=37$.

25. Выбрать наименьший по трудоемкости вариант входного контроля партии ИС для изготовления в год 3600 ячеек. На каждой ячейке находится 50 микросхем. Потребителя устраивает вероятность годных ИС более 0,9, а поставщик гарантирует вероятность годных ИС не менее 0,98. Трудоемкость входного контроля одной ИС $\cdot C_k$ составляет 0,05 ч, трудоемкость замены в аппаратуре одной бракованной ИС $C_3=0,1$ ч. Вероятность ложной годности при контроле микросхем $Q_d=0,005$. Риск поставщика и потребителя при входном контроле должен быть не более 0,1.

Ответ. Трудоемкость сплошного контроля 10 090 ч, трудоемкость при отсутствии входного контроля 1800 ч., трудоемкость выборочного контроля 1801 ч.

Глава 5

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ОСНАСТКИ

§ 5.1. РАСЧЕТ НАЛАДКИ ТОКАРНЫХ АВТОМАТОВ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ РЭА

При производстве деталей РЭА широко используются универсальные токарные автоматы: одношпиндельные токарные автоматы продольного точения, токарно-револьверные автоматы и реже горизонтальные многошпиндельные автоматы. Все они предназначены для обработки деталей типа тел вращения, требующих для своего изготовления применения большого количества самого разнообразного режущего инструмента. Такими деталями в РЭА являются элементы крепления (винты, гайки, втулки), штифты центрирующие и соединительные, штыри, гнезда и корпуса разъемов, оси переключающих устройств и переменных конденсаторов, фиксаторы, выводы, корпуса ИС и др.

В основном автоматы предназначены для обработки деталей при крупносерийном и массовом производствах, однако в последнее время широко внедряется групповой метод обработки, который позволяет применять токарные автоматы в серийном и даже в мелкосерийном производствах для обработки небольших партий деталей. Точность обработки на автоматах приведена в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Способ обработки	Квалитет точности						Параметр шероховатости, Rz, мкм						
	7	9	11	12	13	14	160	80	40	20	10	6,3	3,2
Точение и растачивание:													
черновое				×	×	×	×	×	×				
чистовое		×	×							×	×		
тонкое	×	×										×	
сверление			×	×				×	×	×			×
зенкерование		×	×						×	×	×		
развертывание	×	×									×	×	

Основные расчетные зависимости

Расчет наладки автомата включает в себя следующие этапы: 1) выбор заготовки; 2) выбор модели автомата; 3) разработку технологического процесса обработки детали (план обработки);

4) определение длины рабочих и холостых перемещений инструментов и детали; 5) определение высоты подъема или спада на кулачке; 6) выбор режимов резания; 7) определение числа оборотов шпинделя n для выполнения технологических переходов; 8) определение производительности (ориентировочной) автомата; 9) определение углов β поворота кулачка на период выполнения холостых ходов; 10) определение углов α поворота кулачка за период выполнения рабочих ходов; 11) определение производительности (окончательной) автомата; 12) построение кулачков токарных автоматов.

Основным техническим документом, по которому производится наладка автоматов, является карта наладки. Карта наладки содержит вид заготовки, модель автомата, схему технологического процесса обработки детали, расчетные данные для построения кулачков. Карты наладки для различных видов автоматов имеют некоторые отличия, однако последовательность и порядок расчета для получения данных по наладке имеют много общего.

Выбор заготовки. При выборе заготовки (прутка) необходимо стремиться к тому, чтобы ее размеры и форма были как можно ближе к форме и размерам детали. В качестве заготовки для автоматов используются холоднотянутые калиброванные прутки различного сечения: круглого, квадратного, шестигранного. Размеры прутков берут по таблицам сортамента материалов.

В качестве заготовки могут применяться и штучные заготовки, в этом случае автомат должен быть оснащен загрузочным устройством.

Выбор модели автомата. При выборе автомата необходимо убедиться подходит ли изготавливаемая деталь к назначенному автомату по диаметру заготовки, допустимой длине обработки, частоте вращения шпинделя, количеству необходимых операций и производительности процесса изготовления, требуемой точности и шероховатости обработки.

Разработка технологического процесса обработки детали. Технологический процесс обработки вычерчивается в виде последовательного ряда всех переходов обработки. На эскизах переходов инструмент изображается в момент окончания рабочего хода. На эскизах переходов указываются размеры, определяющие положение режущих инструментов или их державок относительно шпинделя и других державок.

Определение длины рабочих и холостых перемещений (l) инструментов и детали. В общем виде l определяют по формуле

$$l = l' + \Delta_3, \quad (5.1)$$

где l' — длина обработки; Δ_3 — гарантированный зазор между обрабатываемой поверхностью и инструментом.

Для токарно-револьверных автоматов, кроме того, определяют расстояния L между торцом шпинделя и револьверной головкой.

Расстояние L определяют для всех позиций револьверной головки. Оно складывается (рис. 5.1) из длины выступающей части прутка l_b , расстояния от торца прутка до державки (оправки) a , длины выступающей части державки A и расстояния от державки до револьверной головки $l_{др}$:

$$\begin{aligned} L &= l_b + a + A + l_{др}; \\ l_b &= l_d + \sum \Delta + b + c, \end{aligned} \quad (5.2)$$

где l_d — длина детали, мм; b — ширина отрезного резца, мм; $\sum \Delta$ — сумма припусков на подрезание торца, мм; c — длина выступающей части прутка после отрезки: $c = 5 \div 8$ мм.

Расстояние a от торца прутка до державки зависит от длины выбранного осевого инструмента и размеров державки [44]. Расстояние $l_{др}$, равное примерно 2 мм, необходимо предусмотреть с целью компенсации возможных ошибок при наладке автомата.

Определение высоты подъема или спада на кулачке (h).

$$h = li, \quad (5.3)$$

где i — передаточное отношение плеч рычагов, связывающих кулачок и исполнительный орган.

Выбор режимов резания. Выбор скорости резания v и подачи s производят по справочникам режимов резания или таблицам, приведенным в паспорте автомата в зависимости от материала обрабатываемой детали, режущего инструмента, глубины резания, стойкости режущего инструмента, шероховатости обрабатываемой поверхности и других параметров [44]. По выбранным значениям v рассчитывают частоты вращения шпинделя автомата:

$$n_{шп} = \frac{1000v}{\pi d}, \quad (5.4)$$

где d — диаметр обрабатываемой поверхности.

В автоматах, где частота вращения шпинделя в течение всего времени обработки постоянна, $n_{шп}$ выбирают минимальной из всех полученных значений. Выбранную n корректируют по паспорту автомата и берут ближайшую меньшую.

В автоматах, где частота вращения шпинделя на отдельных переходах или позициях изменяется, $n_{шп}$ выбирают конкретно для каждого перехода или позиции. Внутри каждого перехода или позиции обработку производят при постоянной частоте вращения шпинделя.

Подачу s выбирают индивидуально для каждого инструмента. При многоинструментальной наладке (несколько инструментов

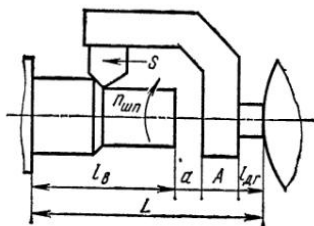


Рис. 5.1. Определение расстояния между шпинделем и револьверной головкой

установлено в одной державке) подачу выбирают общую и наименьшую для всех инструментов.

Нарезание правой резьбы и сверление правыми сверлами на автоматах продольного точения производят методом обгона, т. е. вращение резьбонарезного инструмента (сверла) производят в ту же сторону, что и вращение обрабатываемого прутка, но со скоростью большей на скорость нарезания резьбы ($n_{нр}$), сверления ($n_{св}$).

При этом частота вращения дополнительного приспособления ($n_{дп}$) будет:

для нарезания резьбы

$$n_{дп} = n_{шп} + n_{нр}; \quad (5.5)$$

для сверления

$$n_{дп} = n_{шп} + n_{св}. \quad (5.6)$$

При нарезании левой резьбы или сверлении левыми сверлами шпиндель должен вращаться с частотой, необходимой для нарезания резьбы ($n_{нр}$) или сверления ($n_{св}$). Резьбонарезной инструмент при этом не вращается.

Нарезание резьбы (сверление) на токарно-револьверных автоматах производится двумя методами. При первом методе (для большинства токарно-револьверных автоматов) шпиндель получает реверс на правое вращение для нарезания правой резьбы с частотой вращения, определяемой по формуле

$$n_{шп} = n_{нр} = \frac{1000v_{нр}}{\pi d}, \quad (5.7)$$

где $v_{нр}$ — скорость резания при нарезании резьбы, м/мин; d — диаметр нарезаемой резьбы, мм.

Резьбонарезной инструмент, установленный на револьверной головке, при этом неподвижен. Свинчивание резьбонарезного инструмента производится при обратном вращении шпинделя.

При втором методе нарезание левой резьбы также ведется при неподвижном резьбонарезном инструменте. При этом частоту вращения шпинделя уменьшают до величины, необходимой для нарезания резьбы. Свинчивание резьбонарезного инструмента достигается вращением инструмента в сторону вращения шпинделя, но с частотой большей в 2—5 раз.

При сверлении отверстий малого диаметра применяют быстросверильное приспособление, позволяющее получить заданную скорость резания благодаря вращению сверла навстречу вращению обрабатываемой заготовки. Частоту вращения шпинделя быстросверильного приспособления $n_{шп. св}$ определяют по формуле

$$n_{шп. св} = n_{св} - n_{шп}, \quad (5.8)$$

где $n_{св}$ — частота вращения при сверлении; $n_{шп}$ — частота вращения шпинделя автомата.

Величину подачи сверла при этом определяют по формуле

$$s_{св} = \frac{n_{св}}{n_{шп}} s, \quad (5.9)$$

где s — подача при сверлении, определяемая по таблицам режимов резания, мм/об.

Определение числа оборотов шпинделя n , необходимое для выполнения технологического перехода и суммы чисел оборотов $\sum n$ на все технологические переходы.

$$n = \frac{l}{s} + \Delta n, \quad (5.10)$$

где l — длина хода инструмента или шпиндельной бабки с заготовкой (прутком), мм; s — рабочая подача, мм/об; Δn — добавочное число оборотов шпинделя (пауза), необходимое для зачистки поверхности: $\Delta n = 2 \div 5$ об.

В том случае, когда часть рабочих переходов выполняют при других частотах вращения шпинделя $n_{iшп}$, величину n определяют по формуле

$$n = \frac{l}{s} K_{пр}, \quad (5.11)$$

где $K_{пр}$ — коэффициент приведения, равный $n_{шп}/n_{iшп}$.

При определении $\sum n$ берут несовмещенные (неперекрываемые) числа оборотов шпинделя n .

Определение ориентировочной производительности автомата Q . Производительность автомата продольного точения (шт/мин) определяют по формуле

$$Q = (0,6 \div 0,8) \frac{n_{шп}}{\sum n}. \quad (5.12)$$

Для токарно-револьверного автомата время на изготовление одной детали

$$T = \frac{t_p + t_x}{1 - \frac{\beta_x}{100}}, \quad (5.13)$$

где t_p — время выполнения рабочих ходов, с; $t_p = \frac{\sum n 60}{n_{шп}}$; t_x — время выполнения холостых ходов, с; β_x — выполнение холостых ходов в сотых долях кулачка.

Время на холостые ходы t_x складывается из времени на разжим, подачу и зажим прутка, времени переключения револьверной головки, реверс шпинделя. Эти времена являются постоянными для автомата; их выбирают по паспорту автомата или по табл. 5.2.

Кроме этих холостых ходов, определяемых кинематикой станка, имеются холостые ходы β_x , которые задаются технологом при наладке. Это подводы и отводы инструментов, паузы и т. п.,

Таблица 5.2

Наименование холостых ходов	Модель автомата					
	1Б112—1Б118	1А112—1А118	1112—1118	1Б124—1Б136	1Б125—1Б140	1124—1136 1А124—1А136
Подача и зажим прутка	0,51	0,4	0,5	1,0	1,0	1,0
Переключение револьверной головки	0,51	0,4	0,5	1,0	1,0	2/3=0,667
Переключение направления вращения или скорости вращения шпинделя	0,51	0,5	0,25	0,25	0,5	0,5
Переключение быстрого и медленного вращения шпинделя	0,25	0,5	—	—	0,5	—

задаваемые в сотых долях кулачка. На подвод и отвод инструмента задается 2—3 сотые, на паузу 0,5—2 сотые доли кулачка.

Определение углов β (для автоматов продольного точения в градусах, для токарно-револьверных автоматов в сотых долях кулачка) поворота кулачка за период выполнения холостых ходов и суммы несовмещенных углов $\sum\beta$ холостых ходов.

Углы холостых ходов β кулачка зависят от производительности автомата, подъема или спада кривой на кулачке (табл. 5.3).

Для автоматов продольного точения необходимые данные для определения β приводятся в паспорте автомата [44]. Кулачки зажима-разжима прутка являются постоянными при обработке любых деталей и имеют постоянные углы поворота распределительного вала: угол на зажим равен 15° , на разжим — 10° .

Таблица 5.3

Производительность автомата, Q, шт/мин	Число градусов кулачка на 1 мм подъема кривой по радиусу	Число градусов кулачка на 1 мм спада кривой по радиусу	Число градусов на разжим прутка цапгой	Число градусов на зажим прутка цапгой
До 8	1	0,5	10	15
9—15	1,2	1		
16—25	1,5	2		
Свыше 25	2	3		

Для токарно-револьверных автоматов для полученного времени на изготовление детали T_d находят количество сотых долей кулачка на подачу, зажим прутка и переключение револьверной

головки. Если время T_d не совпадает с табличным, следует брать ближайшее значение. Количество сотых на поворот револьверной головки может быть увеличено и принято с учетом числа сотых долей, занимаемых роликом рычага револьверного суппорта, если есть перепад радиусов кулачка.

Затем определяют сумму несовмещенных углов холостых ходов

$$\sum \beta = \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n.$$

Определение суммарного количества градусов или сотых долей кулачка на рабочие ходы $\sum \alpha$ и на каждый рабочий переход α :

для автоматов продольного точения

$$\sum \alpha = 360^\circ - \sum \beta^\circ; \quad (5.14)$$

для токарно-револьверных автоматов

$$\sum \alpha = 100 - \sum \beta. \quad (5.15)$$

Полученную сумму $\sum \alpha$ разбивают на α частей пропорционально числу оборотов n на переход по формуле

$$\alpha = \frac{\sum \alpha}{\sum n} n. \quad (5.16)$$

Для построения кулачков необходимо определить α для всех ходов, как несовмещенных, так и совмещенных. Полученные расчетные данные заносят в карту наладки автомата.

Определение окончательного времени T_d на изготовление детали и штучной производительности автомата. Для автомата продольного точения определяют количество оборотов, необходимое для получения детали,

$$n_{ц} = \frac{\sum n}{\sum \alpha} 2\pi, \quad (5.17)$$

тогда время полной обработки деталей (с)

$$T_d = \frac{n_{ц}}{n_{шп}} 60. \quad (5.18)$$

Цикловая производительность автомата

$$Q_{ц} = 60/T. \quad (5.19)$$

Так как полная обработка детали производится за один оборот распределительного вала, то $n_{рв} = Q_{ц}$. По таблице, приведенной в паспорте автомата для полученных $n_{шп}$ и $n_{рв}$, находим ближайшее значение $n_{рв}$, которое можно получить на автомате.

С учетом табличного значения $n_{рв}$ уточняют значения $n_{ц}$ и T .

Данные расчетов заносят в карту наладки автомата. По данным карты наладки может быть построена циклограмма работы автомата продольного течения.

Для токарно-револьверного автомата по формуле определяют количество оборотов шпинделя за время полной обработки детали, за время цикла:

$$n_{ц} = \frac{\sum n_{100}}{\sum \alpha} . \quad (5.20)$$

Уточняют время обработки детали:

$$T_{д} = \frac{n_{ц} 60}{n_{шп}} .$$

Далее, окончательно определяют ближайшее значение времени обработки (с) на одну деталь и для выбранного $T_{д}$ подбирают сменные зубчатые колеса гитары настройки частоты вращения распределительного вала.

Фактическую штучную производительность $Q_{ф}$ автомата вычисляют по формуле

$$Q_{ф} = \eta_{э} \frac{3600}{T_{д}} , \quad (5.21)$$

где $\eta_{э} = 0,8 \div 0,95$ — эксплуатационный коэффициент использования станка (чем сложнее станок и обрабатываемая деталь, тем $\eta_{э}$ принимают меньшим).

Построение кулачков токарных автоматов. Построение кулачков автоматов продольного течения производят на основе данных карты наладки, размеров заготовок кулачков, приведенных в паспорте автомата и в [44].

Построение кулачков следует начинать с максимального или минимального радиуса кулачка. Например, на кулачке шпиндельной бабки максимальная точка будет в момент отвода шпиндельной бабки для захвата прутка на новую деталь, для кулачка балансира — в момент конца отрезки. Определение начального $R_{н}$ и конечного $R_{к}$ радиусов кулачков производят для каждого перехода.

Кулачки профилируют в пределах между минимальным и максимальным радиусами. Для дисковых кулачков участки рабочих ходов очерчивают по архимедовой спирали, для кулачков барабанного типа — по прямой. Участки холостых ходов очерчивают по шаблонам, прилагаемым к паспорту станка или по прямой.

Построение кулачков токарно-револьверных автоматов также производят на основе данных карты наладки. Размеры заготовки под кулачки токарно-револьверных автоматов приведены в [43]. Построение кулачка револьверного суппорта начинается с перехода, для которого расстояние от торца шпинделя до револьверной головки будет минимальным L_{\min} . В этом случае

на кулачке будет максимальный радиус R_{\max} , т. е. радиус заготовки кулачка.

Величина радиуса кулачка для конца любого из остальных переходов

$$R_k = R_{\max} - (L_i - L_{\min}), \quad (5.22)$$

где L_i — расстояние от торца шпинделя до револьверной головки i -го перехода.

Величина радиуса начала перехода

$$R_n = R_k - l, \quad (5.23)$$

где l — величина рабочего хода для конкретного перехода.

Участки рабочих ходов на кулачках очерчивают по архимедовой спирали. Участки холостых ходов очерчивают по шаблонам, прилагаемым к паспорту автомата.

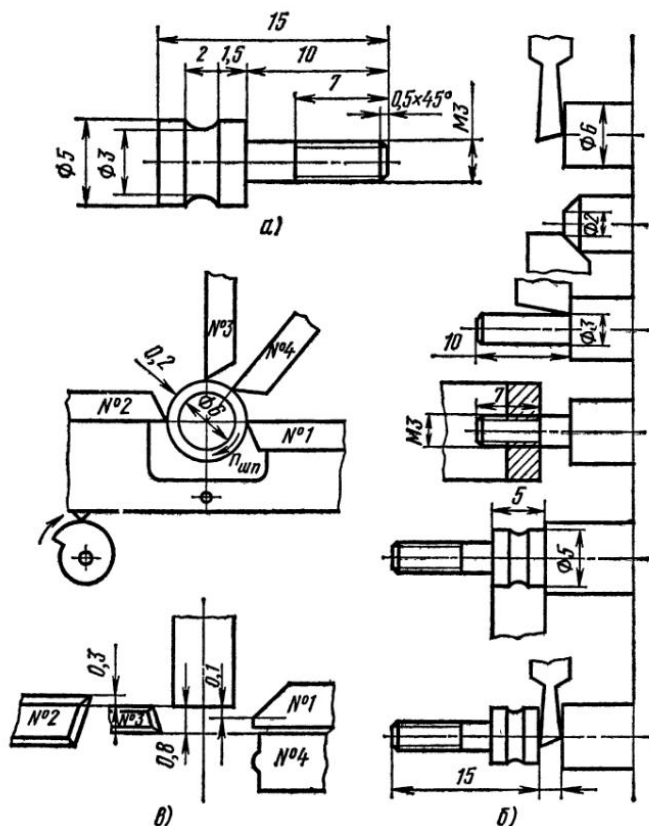


Рис. 5.2. Обработка детали на автомате продольного точения:

а — чертеж детали; б — план обработки; в — схема расположения инструментов

Решение типовых примеров

Пример 1. Расчет наладки автомата продольного точения. Для представленной детали (рис. 5.2, а) выбрать модель автомата и произвести расчет его наладки. Материал детали латунь ЛС59-1. Шероховатость получаемых поверхностей $Rz = 20$ мкм.

Порядок выполнения задания:

1. Выбор заготовки. По справочнику сортамента материала выбираем в качестве заготовки прутки диаметром 6 мм, длиной 3000 мм.

2. Выбор модели автомата. Исходя из диаметра прутка и длины обработки, выбираем автомат фасонно-продольного точения 1Б10А [44].

3. Разработка технологического процесса обработки детали (план обработки) (рис. 5.2, б) начинается с разжима цапги и отвода шпиндельной бабки для захвата прутка на необходимую длину детали плюс ширину отрезного резца. Все дальнейшие технологические переходы выполняют в необходимой последовательности. Наименование и следование переходов указаны в табл. 5.5. Затем вычерчивают схему расположения инструментов относительно прутка и друг друга (рис. 5.2, в).

4. Определение длины рабочих и холостых перемещений (l) инструментов и детали представлены в табл. 5.4. Данные по расчету длины перемещений заносят в соответствующую графу карты наладки с индексом номера перехода.

5. Определение высоты (h) подъема или спада на кулачке с учетом передаточных отношений рычагов [44]. Выбираем передаточные отношения рычага шпиндельной бабки: $i = 1:1$; балансира (резцы № 1 и 2): $i = 1:3$, вертикальных суппортов: $i = 1:2$.

По формуле $h = li$ вычисляем:

$$\begin{aligned} h_2 &= 15,8 \cdot 1 = 15,8; & h_4 &= h_{20} = 4 \cdot 2 = 8; & h_5 &= h_7 = 1,8 \cdot 3 = 5,4; \\ h_8 &= h_{11} = 1,2 \cdot 3 = 3,6; & h_9 &= 9,7 \cdot 1 = 9,7; & h_{12} &= h_{15} = 6,5 \cdot 1 = 6,5; \\ h_{13} &= h_{14} = 7,5 \cdot 1 = 7,5; & h_{16} &= 6,1 \cdot 1 = 6,1; & h_{17} &= h_{19} = 1,7 \cdot 2 = 3,4. \end{aligned}$$

6. Выбор режимов резания (скорости v , подачи s) и определение частоты вращения шпинделя $n_{шп}$, об/мин. По справочным данным определяем режимы резания для латуни [44, табл. 33, 34]: скорости резания для обточки $v_{об} = 150$ м/мин, для отрезки $v_{от} = 150$ м/мин, для нарезания резьбы $v_{рп} = 30$ м/мин; подачи для обточки $s_{об} = 0,1$ мм/об, для фасонной обработки $s_{ф} = 0,05$ мм/об, для отрезки $s_{от} = 0,05$ мм/об.

Частота вращения шпинделя при обточке и отрезке

$$n_{шп} = \frac{1000 \cdot 150}{3,14 \cdot 6} = 7950 \text{ об/мин.}$$

Таблица 54

Наименование перехода	Эскиз	Расчетная формула
Отвод отрезного резца Отрезка		$l_4 = l_{20} = 0,2 + 6/2 + 0,2 + 0,8 \operatorname{tg} 10^\circ = 4 \text{ мм}$
Снятие фаски (резец № 1) Отвод резца № 1		$l_5 = l_7 = 0,2 + 1,5 + 0,1 = 1,8 \text{ мм}$
Подвод проходного резца № 2 Обточка $\varnothing 3$ Отвод резца № 2		$l_8 = l_{11} = 0,2 + 1 = 1,2$ $l_9 = 10 - 0,3 = 9,7$
Подвод плашки Нарезание резьбы Сход плашки Отвод плашки		$l_{12} = l_{15} = 6,5$ $l_{13} = l_{14} = 0,5 + 7 = 7,5$
Подача прутка вперед Фасонирование (резец № 4)		$l_{16} = 0,3 + 0,8 + 5 = 6,1$ $l_{17} = l_{18} = 0,2 + 1,7 = 1,9 \text{ м}$

Полученная частота вращения должна быть скорректирована по паспортным данным автомата и принята для расчетов ближайшая, лучше меньшая. Принимаем $n_{\text{шп}} = 8000$ об/мин.

Частота вращения при нарезании резьбы

$$n_{\text{нр}} = \frac{1000 \cdot 30}{3,14 \cdot 3} = 3180 \text{ об/мин.}$$

Плашка установлена на дополнительном приспособлении и при методе обгона ее вращение определяют по формуле

$$n_{\text{дп}} = n_{\text{шп}} + n_{\text{нр}} = 7950 + 3180 = 11\,130 \text{ об/мин.}$$

Данная частота вращения должна быть также скорректирована по паспортным данным автомата. Принимаем 11 000 об/мин.

7. Определение числа оборотов (n) шпинделя для выполнения технологических переходов и суммы чисел оборотов $\sum n$.

$$\begin{aligned} n_5 &= l_5/s_5 = 1,8/0,1 = 18 \text{ об}; \quad n_9 = l_9/s_9 = 9,7/0,1 = 97 \text{ об}; \\ n_{13} &= K \frac{l_{13}}{s_{13}} = \frac{n_{\text{шп}}}{n_{\text{нр}}} \frac{l_{13}}{s_{13}} = \frac{8000}{3180} \frac{7,5}{0,5} = 40 \text{ об}; \quad n_{14} = l_{14}/s_{14} = 7,5/0,5 = \\ &= 15 \text{ об}; \quad n_{17} = l_{17}/s_{17} = 1,7/0,05 = 34 \text{ об}; \quad n_{20} = l_{20}/s_{20} = 4/0,05 = 80 \text{ об}. \\ \sum n &= n_5 + n_9 + n_{13} + n_{14} + n_{17} + n_{20} = 18 + 97 + 40 + 15 + 34 + 80 = \\ &= 284 \text{ об}. \end{aligned}$$

8. Определение ориентировочной производительности автомата:

$$Q = 0,7 \frac{n_{\text{шп}}}{\sum n} = 0,7 \frac{8000}{284} = 20 \text{ шт/мин.}$$

9. Определение углов (β) поворота кулачка (распределительного вала) за период выполнения холостых ходов и суммы несовмещенных углов холостых ходов $\sum \beta$.

По справочным данным автомата (табл. 5.3), исходя из производительности автомата $Q = 20$ шт/мин, находим, что на 1 мм подъема кулачка отводится $1,5^\circ$, а на 1 мм спуска — $2,0^\circ$, на разжим цанги — 10° , на зажим — 15° .

Тогда $\beta_1 = 10^\circ$, $\beta_2 = 15,8 \cdot 2 = 32^\circ$ (округляем до ближайшего целого числа), $\beta_3 = 15^\circ$, на паузу отводим 2° , т. е. $\beta_6 = 2^\circ$, $\beta_7 = 5,4 \cdot 1,5 = 8^\circ$ (отвод резца № 1 осуществляется на подъеме рис. 5.2, в), $\beta_8 = 3,6 \cdot 1,5 = 5,4 = 5^\circ$, $\beta_{10} = 2^\circ$, $\beta_{11} = 3,6 \cdot 2 = 7^\circ$; $(\beta_{12}) = 6,5 \cdot 1,5 = 10^\circ$, $\beta_{15} = 6,5 \cdot 2 = 13^\circ$, $\beta_{16} = 6,1 \cdot 1,5 = 9^\circ$, $\beta_{18} = 2^\circ$, $(\beta_{19}) = 3,4 \cdot 2 = 7^\circ$.

Примечание. Если холостые ходы β_{12} , β_{19} могут быть совмещены с другими переходами, то они заключаются в скобки.

Определяем $\sum \beta$:

$$\begin{aligned} \sum \beta &= \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \beta_6 + \beta_7 + \beta_8 + \beta_{10} + \beta_{11} + \beta_{15} + \beta_{16} + \beta_{18} = \\ &= 10 + 32 + 15 + 16 + 2 + 8 + 5 + 2 + 7 + 13 + 9 + 2 = 121^\circ. \end{aligned}$$

Таблица 5.5

№ п/п	Наименование перехода	l, мм	i	R, мм	s, мм/об	n, об	β, град	α, град	v, м/мин	Углы, град		Радиусы, мм	
										от	до	от	до
1	Разжим цанги						10			0	10		
2	Отвод шпиндельной бабки	15,8	1:1	15,8				32		10	42	80	64,2
3	Зажим цанги						15			42	57		
4	Отвод резца № 3	4	1:2	8				16		57	73		
5	Снятие фаски (№ 1)	1,8	1:3	5,4	0,1	18		15	152	73	88	54,6	60
6	Пауза							2		88	90	60	60
7	Отвод резца № 1	1,8	1:3	5,4				8		90	98	60	54,6
8	Подвод резца № 2	1,2	1:3	3,6				5		98	103	54,6	51
9	Обточка Ø 3	9,7	1:1	9,7	0,1	97		82	152	103	185	64,2	73,9
10	Пауза							2		185	187	73,9	73,9
11	Отвод резца № 2	1,2	1:3	3,6				7		187	194	51	54,6
12	Подвод плашки	6,5	1:1	6,5			(10)			184	194		
13	Нарезание резьбы	7,5	1:1	7,5	0,5	40		32	30	194	226		
14	Сход плашки	7,5	1:1	7,5	0,5	15		13		226	239		
15	Отвод плашки	6,5	1:1	6,5						239	252		
16	Подача прутка вперед	6,1	1:1	6,1				9		252	261	73,9	80
17	Фасонирование (№ 4)	1,7	1:2	3,4	0,05	34		29		261	290		
18	Пауза							2		290	292		
19	Отвод резца № 4	1,7	1:2	3,4				(7)		292	297		
20	Отрезка	4	1:2	8	0,05	80		68	152	292	360		
	Итого					284		121	239				

10. Определение суммарного количества градусов $\sum \alpha$ на выполнение рабочих ходов и на каждый рабочий переход отдельно α_i :

$$\sum \alpha = 360^\circ - \sum \beta = 360^\circ - 121^\circ = 239^\circ;$$

$$\alpha = \frac{\sum \alpha}{\sum n} n;$$

$$\alpha_5 = \frac{239}{284} 18 = 15^\circ; \alpha_9 = \frac{239}{284} 97 = 82^\circ; \alpha_{13} = \frac{239}{284} 38 = 32^\circ;$$

$$\alpha_{14} = \frac{239}{284} 15 = 13^\circ; \alpha_{17} = \frac{239}{284} 34 = 29^\circ; \alpha_{20} = \frac{239}{284} 80 = 68^\circ.$$

11. Определение окончательной производительности автомата фасонно-продольного то-

чения:

$$n_{ц} = \frac{\sum n}{\sum \alpha} 2\pi = \frac{282}{239} 360 = 425 \text{ об,}$$

$$T_{д} = \frac{425 \cdot 60}{8000} = 3,2 \text{ с,}$$

$$Q_{ц} = \frac{60}{3,2} = 18,7 \text{ шт/мин.}$$

Так как полная обработка одной детали производится за один оборот распределительного вала, то можно найти его частоту вращения в минуту: так, при $Q_{ц} = 18,7$ шт/мин получаем $n_{рв} = 18,7$ об/мин. Получив $n_{рв}$, корректируем ее по паспортным данным автомата и выбираем числа зубьев зубчатых колес, обеспечивающие данное значение $n_{рв}$.

После заполнения всех граф карты наладки (табл. 5.5) производят расписывание всего цикла обработки от 0 до 360° с указанием, на каком угле поворота распределительного вала (кулачка) выполняется каждый технологический переход.

12. Построение кулачков автомата 1Б10А. Выбираем размеры заготовки для построения кулачка шпиндельной бабки [44]

$$D_{\max} = 160 \text{ мм; } D_{\min} = 40 \text{ мм; } R_1 = 128 \text{ мм; } R_2 = 120 \text{ мм.}$$

Построение кулачка начинаем с максимальной точки, которая соответствует началу отвода шпиндельной бабки, т. е. $R_{10} = R_{\max} = D_{\max}/2 = 80$ мм. Отвод шпиндельной бабки производится на угле поворота кулачка от 10° до 42° на длину $l = 15,8$ мм; поэтому $R_{42} = 80 - 15,8 = 64,2$ мм. Определяем остальные радиусы начала и конца перехода: $R_{103} = R_{42} = 64,2$ мм; $R_{185} = R_{103} + h_9 = 64,2 + 9,7 = 73,9$ мм; $R_{252} = R_{145} = 73,9$ мм; $R_{261} = R_{252} + h_{16} = 73,9 + 6,1 = 80$ мм.

Нахождение точек начала и конца переходов производят путем радиусных засечек на заготовке кулачка ($R_2 = 120$ мм) из точек,

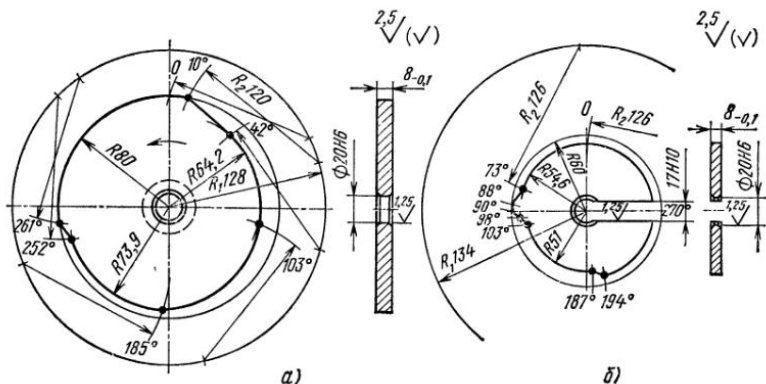


Рис. 5.3. Построение кулачков:
а—шпиндельной бабки; б—балансира

соответствующих угловым положениям перехода на окружности радиуса $R_1 = 126$ мм и радиусами начала и конца перехода, полученных расчетным путем из центра заготовки кулачка. Пересечение дуг окружностей и даст необходимые точки (рис. 5.3, а). Профиль кулачка, соответствующий рабочему переходу, очерчивают по архимедовой спирали, соответствующий холостому ходу — по прямой или по шаблону.

На рис. 5.3, б показано построение кулачка балансира. Данные заготовки кулачка: $D_{\max} = 120$ мм; $D_{\min} = 60$ мм; $R_1 = 134$ мм; $R_2 = 126$ мм.

Данные для построения кулачка балансира: $R_{\max} = R_{90} = 60$ мм; $R_{98} = 60 - h_7 = 60 - 5,4 = 54,6$ мм; $R_{108} = 54,6 - 3,6 = 51$ мм.

Пример 2. Расчет наладки токарно-револьверного автомата.

Для представленной на рис. 5.4 детали выбрать модель автомата и произвести расчет его наладки. Материал детали — сталь автоматная А12. Шероховатость поверхности $Rz = 40$ мкм.

1. Выбор заготовки. Размеры прутков выбирают по справочным данным сортаментов материала. Для данной детали выбираем пруток диаметром 30 мм и длиной 3000 мм.

2. Выбор модели автомата. Исходя из диаметра прутка и длины обработки, выбираем автомат модели 1Б136. Автомат имеет четыре скорости вращения шпинделя, переключаемые в автоматическом цикле, и быстросверлильное приспособление.

3. Разработка технологического процесса обработки детали (плана обработки). Составление плана обработки с указанием всех переходов является основой для дальнейшего расчета кулачков.

Разработку технологического процесса производят на основе паспортных данных выбранного автомата с учетом его наладочных размеров и имеющейся нормальной оснастки и специальных приспособлений.

План обработки (табл. 5.7) вычерчивают в виде последовательного ряда всех переходов обработки. Вычерчивание плана обработки начинают с подачи прутка до упора на длину, необходимую для получения готовой детали. Все инструменты вычерчивают в крайнем рабочем положении (в момент окончания рабочего хода). План обработки заносят в графу «Эскизы переходов» карты наладки или вычерчивают отдельно.

В соответствии с планом обработки производят выбор необходимого инструмента по справочникам и расстановку его на суппортах с подбором соответствующих державок, приспособлений и т. п. по паспорту станка или по [44].

4. Определение длины рабочих и холостых пере-

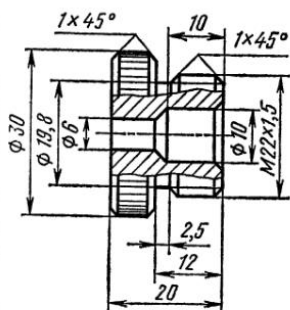


Рис. 5.4. Чертеж детали, обрабатываемой на токарно-револьверном автомате

мещений инструментов и детали. Для удобства расчета ходов инструментов исходное положение инструментов на эскизах можно вычерчивать пунктирной линией.

Первый переход. Подача прутка до упора на длину, необходимую для получения готовой детали.

Второй переход. Обточка диаметра d 21,93 и центровка. Расчет ведем по проходному резцу, т. е. инструменту, имеющему большую длину обработки:

$$l_2 = l' + \Delta = 12 + 1 = 13 \text{ мм.}$$

Третий переход. Сверление отверстия диаметром 10 мм и снятие фаски:

$$l_3 = 0,3d + l' + \Delta = 0,3 + 10 + 0,7 = 11 \text{ мм.}$$

Четвертый переход. Накатка. Глубина накатки $t = 0,5$ мм.

$$l_4 = l' + \Delta = 0,5 + 0,5 = 1 \text{ мм.}$$

Пятый переход. Фасонная обработка:

$$l_5 = \frac{D-d}{2} + \Delta = \frac{30-19,8}{2} + 0,5 = 5,6 \text{ мм.}$$

Шестой переход. Нарезание резьбы M22×1,5:

$$l_6 = \Delta_1 + l' + \Delta,$$

где Δ_1 — перебега плашки (примем $\Delta_1 = 1$ мм); l' — длина резьбы ($l' = 12 - 2,5 = 9,5$ мм); Δ — зазор (принимается равным шагу резьбы, т. е. $\Delta = 1,5$ мм):

$$l_6 = 1 + 9,5 + 1,5 = 12 \text{ мм.}$$

Седьмой переход. Сверление отверстия диаметром 6 мм (совместим с началом отрезки):

$$l_7 = l' + b = 10 + 3 = 13 \text{ мм.}$$

Восьмой переход. Отрезка готовой детали:

$$l_8 = \Delta + \frac{D-d}{2} + a + b \operatorname{tg} \varphi = 0,5 + \frac{22-6}{2} + 0,3 + 0,8 = 9,6 \text{ мм.}$$

Расстояние, равное $\frac{30-22}{2} = 4$ мм, отрезной резец пройдет на холостом ходу.

Определим расстояния между торцом шпинделя и револьверной головки для каждого перехода (см. рис. 5.1):

$$L = l_B + a + A + l_{дг}, \quad l_B = l_d + \sum \Delta + b + c,$$

где $l_B = 6 + 3 + 20 = 29$ мм. Тогда $L_1 = 29 + 68 + 2 = 99$ мм; $L_2 = 29 + 15 + 40 + 2 = 86$ мм; $L_3 = 29 + 20 + 42 = 91$ мм; $L_4 = 18 + 75 + 2 = 95$ мм; $L_7 = 29 + 15 + 40 + 2 = 86$ мм.

Размеры державок выбирают из [44] или [42].

5. Определение высоты h подъема или спада на кулачке с учетом передаточных отношений плеч рычагов. Передаточные отношения плеч рычагов для всех кулачков $i=1:1$, поэтому $l=h$.

6. Выбор режимов резания. Выбираем скорость резания v и подачу s по справочным данным.

Для удобства сведем все результаты в табл. 5.6. Частоту вращения шпинделя вычисляем по формуле $n_{шп} = \frac{1000v}{\pi d}$.

Т а б л и ц а 5.6

Номер перехода	Вид обработки	v , м/мин	s , мм/об	Частота вращения шпинделя $n_{шп}$, об/мин	
				расчитанное	принятое
1	Обточка	45	0,13	480	500
2	Центровка	35	0,13	925	500
3	Сверление $\varnothing 10$	35	0,10	1110	1000
4	Накатка	45	0,05	480	500
5	Фасонирование	45	0,04	480	500
6	Нарезание резьбы	6	1,5	87	100
7	Сверление $\varnothing 6$	35	0,10	1600	500
8	Отрезка	35	0,04	520	500

В токарно-револьверных автоматах переключение частоты вращения шпинделя производится при переключении револьверной головки. Реверс шпинделя может производиться независимо от поворота револьверной головки.

Свинчивание плашки будет происходить при $n_{шп} = 250$ об/мин.

7. Определение чисел оборотов шпинделя n для выполнения технологических переходов и суммы несовмещенных чисел оборотов $\sum n$.

Так как переходы выполняются при различной частоте вращения шпинделя, приведем частоту вращения всех переходов к одной частоте, при которой выполняется большинство переходов, введя коэффициент приведения $K_{np} = n_{шп}/n_{iшп}$.

За основную частоту вращения шпинделя примем $n_{шп} = 500$ об/мин. Тогда числа оборотов для каждого перехода:

$$n_2 = \frac{l_2}{s_2} = \frac{13}{0,13} = 100 \text{ об}; \quad n_3 = \frac{n_{шп}}{n_{3шп}} \frac{l_3}{s_3} = \frac{500}{1000} \frac{11}{0,1} = 55 \text{ об};$$

$$n_4 = \frac{1}{0,05} = 20 \text{ об}; \quad n_5 = \frac{5,6}{0,04} = 140 \text{ об};$$

$$n_{6np} = \frac{n_{шп}}{n_{6шп}} \frac{l_6}{s_6} = \frac{500}{100} \frac{12}{1,5} = 40; \quad n_{6сх} = \frac{500}{250} \cdot \frac{12}{1,5} = 16 \text{ об},$$

$$n_8 = \frac{9,6}{0,04} = 240 \text{ об};$$

$$\sum n = 100 + 55 + 20 + 140 + 40 + 16 + 240 = 611 \text{ об}.$$

8. Определение ориентировочной производительности автомата:

$$T_d = \frac{t_p + t_x}{1 - \frac{\beta_x}{100}},$$

где

$$t_p = \frac{\sum n_{60}}{n_{шп}} = \frac{611 \cdot 60}{500} = 73,3 \text{ с.}$$

Составляющие времени на холостые ходы определим по табл. 5.2: подача и зажим прутка 1 с; переключение револьверной головки 1 с; переключение направления вращения или скорости вращения шпинделя 0,25 с.

В данном примере из шести переключений револьверной головки два можно совместить: одно с отводом фасонного резца, другое с отрезкой. Время на переключение частоты вращения шпинделя учитываем только одно — на реверс шпинделя после нарезания резьбы, остальные переключения частоты вращения шпинделя происходят совместно с поворотом револьверной головки. Суммируя несовмещенные времена на выполнение холостых ходов, получаем

$$t_x = 1 + 4 \cdot 1 + 0,25 = 5,25 \text{ с.}$$

Кроме того, принимаем на паузу 1 сотую, на отвод отрезного резца 3 сотые, подвод отрезного резца и отвод фасонного резца по 2 сотые. На отвод ролика принимаем 2 сотые, но он совмещен и поэтому в расчете не учитываем. Тогда

$$\beta_x = 3 \cdot 1 + 2 + 2 + 3 = 10 \text{ сотых.}$$

Время на обработку одной детали

$$T_d = \frac{73,3 + 5,25}{1 - 10/100} = 88,5 \text{ с.}$$

9. Определение углов β поворота кулачка на период выполнения холостых ходов и суммы несовмещенных углов $\sum \beta$.

Полученное время цикла T уточняем по паспорту автомата и берем ближайшее, равное 89,5 с. Для этого времени из той же таблицы находим количество сотых на выполнение холостых ходов. Для подачи и зажима прутка необходимо 1,5 сотых, для переключения револьверной головки — 1 сотая. Количество сотых, которое соответствует времени на переключение шпинделя, равное 0,25 с, нетрудно найти, зная, что 1 сотая соответствует 1 с. На переключение шпинделя необходимо не менее 0,25 сотых, примем для расчетов 0,5 сотых.

Количество сотых на повороты револьверной головки увеличено во всех переходах, кроме первого и начала шестого, с уче-

том числа сотых, занимаемых роликом рычага револьверного суппорта по паспортным данным автомата.

Определяем сумму несовмещенных (учитываемых) углов на проведение всех холостых ходов

$$\sum \beta = 1,5 + 1 + 1 + 3 + 1 + 3,5 + 1 + 2 + 0,5 + 3,5 + 2 + 3 = 23 \text{ сотые.}$$

10. Определение углов α поворота кулачка на выполнение рабочих переходов. Зная сумму $\sum \beta$, определяем суммарное число сотых $\sum \alpha$, требующихся для выполнения рабочих переходов:

$$\sum \alpha = 100 - \sum \beta = 100 - 23 = 77 \text{ сотых}$$

Определяем число сотых на каждый рабочий переход, т. е. разбиваем $\sum \alpha$ пропорционально количеству оборотов, необходимому на каждый рабочий переход:

$$\alpha = \frac{\sum \alpha}{\sum n} n.$$

Полученные значения округляем до 0,5 сотых. Количество сотых на совмещенные переходы заключаем в скобки и в расчет не принимаем:

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \frac{77}{611} 100 = 12,5 & \alpha_3 &= \frac{77}{611} 55 = 7; \\ \alpha_4 &= \frac{77}{611} 20 = 2,5; & \alpha_5 &= \frac{77}{611} 140 = 18; \\ \alpha_{\text{впр}} &= \frac{77}{611} 40 = 5; & \alpha_{\text{сх}} &= \frac{77}{611} 16 = 2; \\ (\alpha_7) &= \frac{77}{611} 130 = (16,5); & \alpha_8 &= \frac{77}{611} 240 = 30. \end{aligned}$$

Полученные данные вносят в соответствующие графы карты наладки (табл. 5.7). Затем заполняют графы «Углы, сотые деления кулачка». В них записываем нарастающие значения сотых на рабочие и холостые ходы от 0 до 100. В случае отклонений от 100 следует внести коррективы в число сотых делений на отдельные переходы.

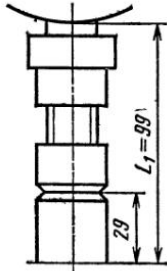
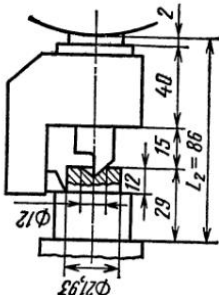
11. Определение окончательной производительности автомата Q_{ϕ} . Определяем количество оборотов шпинделя, которое он сделает за время полной обработки детали (за время цикла):

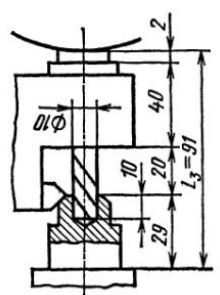
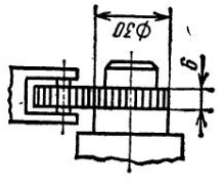
$$n_{\text{ц}} = \frac{\sum n}{\sum \alpha} 100 = \frac{611 \cdot 100}{77} = 793 \text{ об.}$$

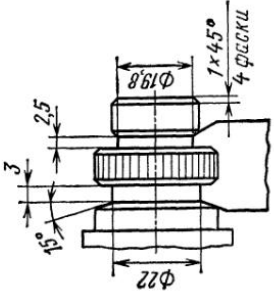
Уточняем время цикла обработки детали:

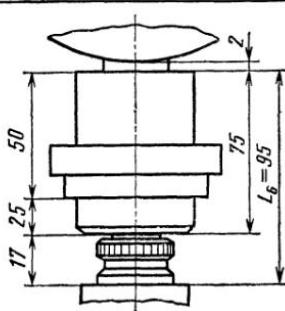
$$T_{\text{ц}} = \frac{793 \cdot 60}{500} = 95 \text{ с.}$$

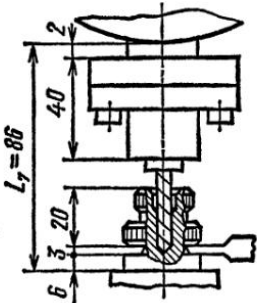
Таблица 5.7

Эскизы переходов	Суппорт	Номер перехода	Содержание перехода	Путь инструмента l , мм	Расстояние от торца шпинделя до револьверной головки L , мм	Число оборотов шпинделя n , об/мин	Подача S , мм/об	Число оборотов шпинделя на переход		V Глы холостых ходов в сотых долях P	V Глы рабочих ходов в сотых долях a	Данные для построения кулачка					
								расчетные n	приведенные n пр			от	до	углы, сотые деления кулачка	радиусы, мм	от	до
	Револьверный суппорт	1	Подать материал до урора Поворот револьверной головки		99	500			1,5		0	1,5	107	107			
		2	Обточить $\varnothing 21,93$ и зацентровать до $\varnothing 12$ Пауза Повернуть револьверную головку и переклЮчить обороты шпинделя	13	86	500	0,13	100	100	12,5		2,5	15	107	120		
									1		15	120	120	103			
									3		16	103	103				

Эскизы переходов	Суппорт	Номер перехода	Содержание перехода	Путь инструмента l , мм	Расстояние от торца шпинделя до револьверной головки L , мм	Число оборотов шпинделя n , об/мин	Подача S , мм/об	Число оборотов шпинделя на переход		Углы холостых ходов в сотых долях P	Углы рабочих ходов в сотых долях α	Данные для построения кулачка					
								рассчитать n	приведенные $n_{пр}$			от	до	от	до	углы, сотые деления кулачка	радиусы, мм
	Револьверный суппорт	3	Сверлить отверстие $\Phi 10$ и снять фаску Пауза Повернуть револьверную головку и подключить обороты шпинделя	11	91	1000	0,1	110	55	7	19	26	104	115			
															1	20	20
	Задний суппорт	4	Накатка Пауза Отвести накатной ролик	1		500	0,05	20	20	2,5	30,5 (33) (34)	33 (34) (36)	59,5 60,5 60,5 35				
														(1) (2)	(1) (2)	30,5 (33) (34)	33 (34) (36)

Эскизы переходов	Суппорт	Номер перехода	Содержание перехода	Путь инструмента l , мм	Расстояние от торца шпинделя до револьверной головки L , мм	Число оборотов шпинделя $n_{шп}$, об/мин	Подача S , мм/об	Число оборотов шпинделя на переход		Углы холостых ходов в сотых долях β	Углы рабочих ходов в сотых долях α	Данные для построения кулачка			
								расчетные n	приведенные $n_{пр}$			углы деления кулачка	радиусы, мм	от	до
	Передний суппорт	5	Проточить фасонным резцом канавки и снять фаски Пауза Отвести фасонный резец	5,6		500	0,04	140	140	18	33	51	59,5	65,1	
								1	52			65,1			
								2	54			65,1			

Эскизы переходов	Суппорт	Номер перехода	Содержание перехода	Путь инструмента l , мм	Расстояние от торца шпинделя до револьверной головки L , мм	Число оборотов шпинделя $n_{шп}$, об/мин	Подача S , мм/об	Число оборотов шпинделя на переход		$V_{гкм}$ холостых ходов в сотых долях β	$V_{гкм}$ рабочих ходов в сотых долях α	Данные для построения кулачка			
								расчетные n	$n_{пр}$			Углы, соответствующие деления кулачка		радиусы, мм	
												от	до	от	до
	Револьверный суппорт	6	Поворот револьверной головки, переключить число оборотов шпинделя и произвести реверс шпинделя на правое вращение Нарезать резьбу М22 1,5 Реверс шпинделя и переключить число оборотов шпинделя Сход плашки Поворот револьверной головки и переключить число оборотов шпинделя	12	95	100	1,5	8	40	(1)	5	(53)	(54)	98	98
												59,5	59,5	99	111
				12		250	1,5	8	16	3,5	2	59,5 61,5	61,5 65	111 98	99 98

Эскизы переходов	Суппорт	Номер перехода	Содержание перехода	Путь инструмента l , мм	Расстояние от торца шпинделя до револьверной головки L , мм	Число оборотов шпинделя $n_{шп}$, об/мин	Подача S , мм/об	Число оборотов шпинделя на переход		Углы холостых ходов в сотых долях β	Углы рабочих ходов в сотых долях α	Данные для построения кулачка			
								расчетные n	$n_{пр}$			углы, сотые деления кулачка		радиусы, мм	
												от	до	от	до
	Револьверный суппорт	7	Сверлить отверстие $\varnothing 6$ Повернуть револьверную головку	13	86	500	0,1	130	130	(16,5)	(65)	(81,5)	107	120	
	Вертикальный суппорт	8	Подвести отрезной резец Отрезать деталь Отвести отрезной резец	4,0 9,6		500	0,04	240	240	2	30	65	67	60,9	65,4
										3		67	97	65,4	75
												97	100	75	35

Определяем ближайшее значение времени обработки одной детали T_d , а также сменные зубчатые колеса гитары настройки частоты вращения распределительного вала.

В данном примере ближайшим является значение $T_d = 93,5$ с.

Фактическую штучную производительность Q_Φ автомата вычисляем по формуле

$$Q_\Phi = \eta_s \frac{3600}{T_d} = 0,85 \frac{3600}{93,5} = 33 \text{ шт/ч.}$$

12. Построение кулачков автомата. Обычно кулачки вычерчивают на приготовленной сетке в натуральную величину.

Размеры заготовки кулачка револьверного суппорта [43], мм: $D_{\max} = 240$; $R = 120$, $R_1 = 138$; $d = 40$; $d_1 = 10$; $a = 28$, $b = 10$, $R_{\max} = 120$, $R_{\min} = 40$.

Начинаем построение кулачка со второго перехода в момент, когда револьверный суппорт будет в крайнем левом положении (конец перехода). Концу второго перехода соответствует 15 сотых на кулачке. Для конца третьего перехода величина радиуса равна радиусу заготовки кулачка: $R_{15} = R_{\max} = 120$ мм, $R_{15} = R_{16} = 120$ мм, так как в момент паузы револьверный суппорт неподвижен и кулачок очерчивается по радиусу.

Начальный радиус на кулачке определяют по формуле: $R_n = R_k - l$; для данного перехода

$$R_{2,5} = R_{15} - l_2 = 120 - 13 = 107 \text{ мм.}$$

Радиус кулачка для конца остальных переходов:

$$R_k = R_{\max} - (L_i - L_{\min}),$$

где $L_{\min} = 86$ — минимальное расстояние от торца шпинделя до револьверной головки, мм.

Определим конечные и начальные радиусы для остальных переходов.

Третий переход: конец перехода — 26 сотых; начало перехода — 19 сотых; ход инструмента — 11 мм:

$$R_{26} = 120 - (91 - 86) = 115 \text{ мм;}$$

$$R_{19} = 115 - 11 = 104 \text{ мм.}$$

Шестой переход: конец перехода — 59 сотых; начало перехода — 54 сотых; ход инструмента — 12 мм:

$$R_{59} = 120 - (95 - 86) = 111 \text{ мм;}$$

$$R_{54} = 111 - 12 = 99 \text{ мм.}$$

Седьмой переход: конец перехода — 81,5 сотых; начало перехода — 65 сотых; ход инструмента — 13 мм:

$$R_{81,5} = 120 - (86 - 86) = 120 \text{ мм;}$$

$$R_{65} = 120 - 13 = 107 \text{ мм.}$$

Радиусы кулачка при переключении револьверной головки занижаются на 1—1,5 мм.

Для первого перехода начальный и конечный радиусы равны начальному радиусу последующего рабочего перехода, т. е. второго перехода.

Построение кулачка револьверной головки (рис. 5.5, а) начинают с вычерчивания чертежа заготовки радиусом $R=120$ мм. Затем производят нанесение лучей, определяющих начало и конец переходов. Радиус $R_2=120$ мм, которым производят нанесение

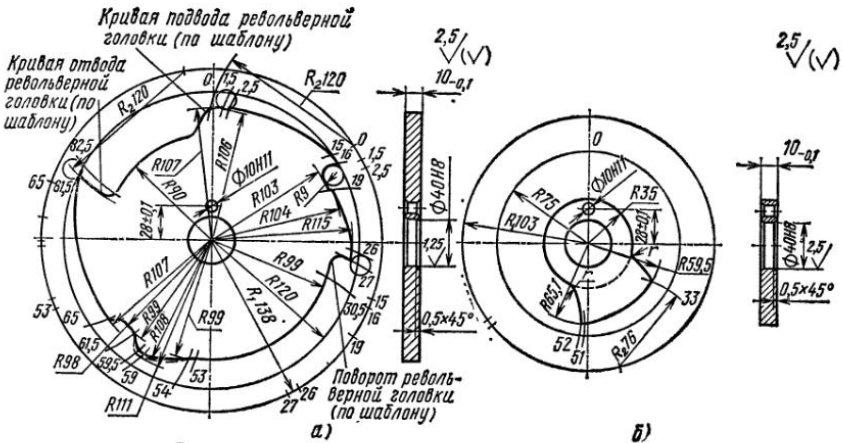


Рис. 5.5. Построение кулачков:
а—револьверного суппорта, б—переднего суппорта

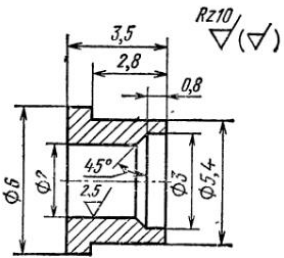
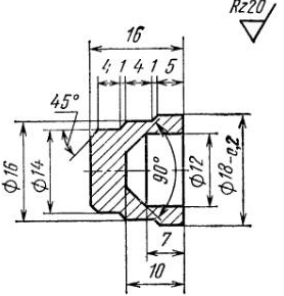
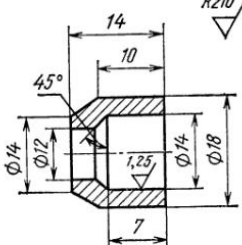
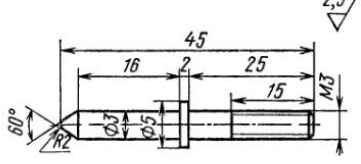
лучей, равен длине рычага, ось качания которого находится на расстоянии $R_1=138$ мм от центра кулачка. При построении кулачков ось качания обкатывают относительно неподвижного кулачка, нанося лучи. Из центра кулачка производят нанесение начальных и конечных радиусов рабочих участков кулачков, величины которых берут из карты наладки. Получают точки пересечения на соответствующих лучах. Кривые для рабочих ходов между точками пересечения строят по архимедовой спирали (архимедова спираль обеспечивает равномерную подачу инструмента). Впадины, соответствующие холостым движениям револьверной головки, очерчивают по специальным шаблонам (в первом приближении можно очерчивать по дуге луча, а в местах переходов по дуге окружности с радиусом ролика на конце рычага. Для автомата 1Б136 радиус ролика равен 9 мм).

Построение кулачков для поперечных суппортов аналогично построению их для автоматов продольного точения. На рис. 5.5, б показан кулачок переднего суппорта автомата 1Б136.

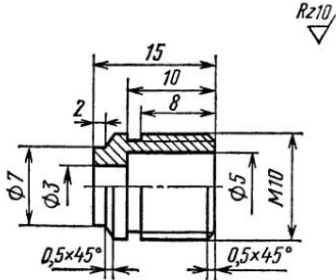
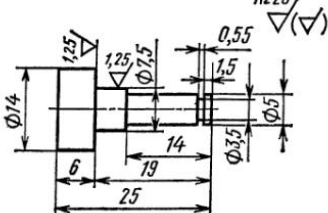
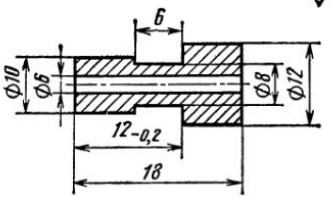
Задачи и упражнения

1. Для представленной на чертеже детали выбрать модель автомата и произвести расчет наладки (табл. 5.8).

Таблица 5.8

Номер детали	Наименование детали	Чертеж детали	Материал
1	Гнездо		АМц
2	Крышка		Сталь 45
3	Корпус		Сталь 35
4	Штырь разъема		ЛС60-1

Номер детали	Наименование детали	Чертеж детали	Материал
5	Шпилька		Сталь 45
6	Штырь разъема		ЛС59-1
7	Ось		Сталь 35
8	Винт стопорный		ЛС59-1
9	Ламель		ЛС59-1

Номер детали	Наименование детали	Чертеж детали	Материал
10	Втулка волновода		АМц
11	Ось		Сталь 35
12	Втулка		Сталь 35

§ 5.2. РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ СБОРОЧНЫХ ПРИСПОСОБЛЕНИЙ

По трудоемкости сборочные работы составляют 40—75% от общей трудоемкости изготовления РЭА. Сборочные работы осложняются широкой номенклатурой выпускаемой продукции, преобладанием малых по размеру и массе деталей и сборочных единиц, значительным объемом в общей трудоемкости сборки проверочных и регулировочных работ, многообразием технологических процессов сборки и электрического монтажа.

Основное количество сборочных операций выполняется вручную с использованием простой оснастки. Однако для повышения производительности, снижения трудоемкости и повышения качества РЭА передовые предприятия применяют средства механизации и автоматизации сборочного процесса.

Основными сборочными операциями при производстве РЭА являются: свинчивание (завинчивание); соединение методом пластического деформирования; сварка; пайка; склеивание; намотка; накрутка.

Процесс сборки может быть разделен на следующие этапы: подача собираемых деталей (элементов) к месту сборки; взаимная ориентация (базирование) деталей перед их соединением; соединение сборочных элементов в сборочную единицу; закрепление сборочных элементов (сборочная операция); контроль.

Наиболее характерным этапом сборки является ориентация собираемых элементов перед их соединением. Особенно это относится к монтажу микросхем и навесных ЭРЭ.

Собираемые элементы должны быть расположены так, чтобы можно было беспрепятственно соединить их в сборочную единицу. Необходимая точность взаимного положения деталей определяется многими факторами и может быть заранее рассчитана. В данном разделе основное внимание уделено условиям собираемости и базированию соединяемых деталей.

Основные расчетные зависимости

Расчет и конструирование сборочных приспособлений включает в себя следующие этапы:

1) определение условия собираемости деталей, т. е. определение допустимой величины смещения собираемых деталей;

2) разработка схемы (схем) базирования деталей, обеспечивающей собираемость деталей в сборочную единицу; определение действительной величины смещения собираемых деталей; сравнение действительной погрешности базирования (смещения) с допустимой;

3) определение точности изготовления сборочного приспособления;

4) проектирование сборочного приспособления согласно выбранной схеме базирования.

Условия собираемости деталей. Условия собираемости деталей определяются максимально допустимыми смещениями поверхностей соединяемых деталей друг относительно друга, при котором возможно сопряжение, т. е. сборка; они могут быть сведены к двум условиям;

$$\begin{aligned} 1) \quad \Delta_x &> \varepsilon_x; \\ \Delta_y &> \varepsilon_y; \\ \Delta_z &> \varepsilon_z, \end{aligned} \quad (5.24)$$

где $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ — допустимые смещения собираемых деталей по осям координат; $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ — действительные смещения собираемых деталей по осям координат, определяемые схемой базирования,

$$\begin{aligned} 2) \quad \Delta_\alpha &> \varepsilon_\alpha; \\ \Delta_\beta &> \varepsilon_\beta; \\ \Delta_\gamma &> \varepsilon_\gamma, \end{aligned} \quad (5.25)$$

где Δ_α , Δ_β , Δ_γ — допустимый поворот собираемых деталей относительно осей OX , OY , OZ ; ε_α , ε_β , ε_γ — действительный относительный поворот деталей по осям координат, определяемый схемой базирования.

Определим допустимые смещения и повороты собираемых деталей, сопрягаемых по различным поверхностям.

1. Сборка деталей, сопрягаемых по цилиндрическим поверхностям. Сборка деталей возможна, если в первоначальный момент контакта двух деталей взаимное смещение не превысит величины Δ_x (рис. 5.6, а). В противном случае кромка одной детали встанет на торец другой детали и сборка не произойдет. Величина Δ_x будет равна, считая от оси симметрии, в наихудшем случае

$$\left. \begin{aligned} \Delta_x &= \pm \frac{D_{\min} - d_{\max}}{2}, \\ \Delta_y &= \Delta_x, \end{aligned} \right\} \quad (5.26)$$

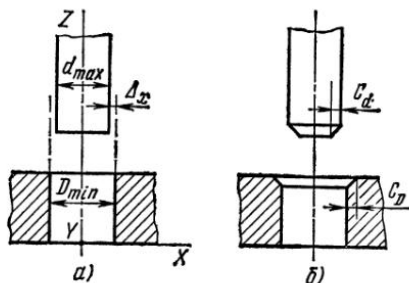


Рис. 5.6. Сборка деталей, сопрягаемых по цилиндрическим поверхностям: а — детали без фасок; б — детали с фасками

т. е. допустимое смещение деталей в одну сторону от оси симметрии составляет не более половины минимального зазора, знак \pm означает, что смещение от оси симметрии может быть в обе стороны.

Суммарное смещение по двум осям определяют по формуле

$$\Delta_{xy} = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}. \quad (5.27)$$

При наличии фасок на валу и втулке смещение по осям OX и OY (рис. 5.6, б):

$$\left. \begin{aligned} \Delta_x &= \pm \frac{D_{\min} - d_{\max} + 2(C_{D\min} + C_{d\max})}{2}, \\ \Delta_y &= \Delta_x, \end{aligned} \right\} \quad (5.28)$$

где C_D и C_d — размеры фасок вала и втулки.

Итак, допустимой величиной смещения на первоначальную совместимость собираемого соединения называют максимальное взаимное отклонение сопрягаемых поверхностей деталей, при котором еще возможно осуществить фиксацию сопрягаемых поверхностей и их соединений (сборку). Величина допустимой величины смещения определяется геометрическими размерами двух сопрягаемых поверхностей (в данном случае диаметрами вала и отверстия втулки), а также формой и размерами фасок, заходных конусов, лысок и других вспомогательных поверхностей.

Наличие фасок увеличивает допустимую величину смещения собираемых деталей, однако при этом следует обеспечить подвижность хотя бы одной детали, иначе сборка не может быть выполнена.

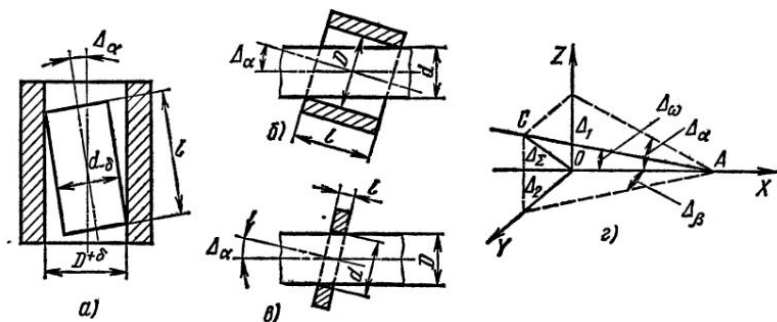


Рис. 5.7. Схемы к расчету допустимого угла поворота: а—оси вала относительно оси отверстия, б—оси втулки относительно оси вала; в—оси шайбы относительно оси вала, г—суммарного перекоса осей

Допустимый угол поворота оси вала относительно оси отверстия для случая, показанного на рис. 5.7, а, определяется выражением:

$$\text{для оси } OX \quad \operatorname{tg} \Delta_{\alpha} = \frac{\Delta}{L} = \frac{D-d}{L}; \quad (5.29)$$

$$\text{для оси } OY \quad \Delta_{\beta} = \Delta_{\alpha};$$

для случая, показанного на рис. 5.7, б,

$$\text{для оси } OX \quad \Delta_{\alpha} = \operatorname{arcsin} \frac{D}{\sqrt{l^2 + D^2}} - \operatorname{arcsin} \frac{d}{\sqrt{l^2 + d^2}}; \quad (5.30)$$

$$\text{для оси } OY \quad \Delta_{\beta} = \Delta_{\alpha}.$$

Поворот относительно оси OZ не влияет на собираемость для данного случая.

Допустимый угол поворота оси шайбы относительно оси вала (рис. 5.7, в)

по оси OX

$$\Delta_{\alpha} = \operatorname{arcsin} \frac{-2l \pm \sqrt{(2l-d)^2 - 4(l^2 + D^2)(d^2 + D^2)}}{2(l^2 + D^2)}; \quad (5.31)$$

по оси OY

$$\Delta_{\beta} = \Delta_{\alpha}.$$

При положении сопрягаемых деталей в пространстве возможны несовпадения осей сопрягаемых поверхностей в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, допустим, что угол перекоса осей $\Delta_{\omega} = \Delta_{\alpha\beta}$ лежит в плоскости AOC (рис. 5.7, г), тогда можно считать, что суммарный перекоса составит

$$\Delta_{\Sigma} = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}.$$

В этом случае решение пространственной задачи сводится к решению плоской.

Сопряжение деталей возможно, если несовпадение и перекоса осей в процессе сборки меньше или равны найденным предельно допустимым значениям.

Величины перекосов осей в сборочных устройствах практически очень малы, поэтому условиями собираемости деталей, сопрягаемых по их цилиндрическим поверхностям, обычно является решение задачи совпадения их осей.

2. Сборка деталей сопрягаемых по плоским поверхностям. Положение деталей, сопрягаемых по плоским поверхностям, определяется тремя перемещениями и тремя поворотами относительно координатных осей.

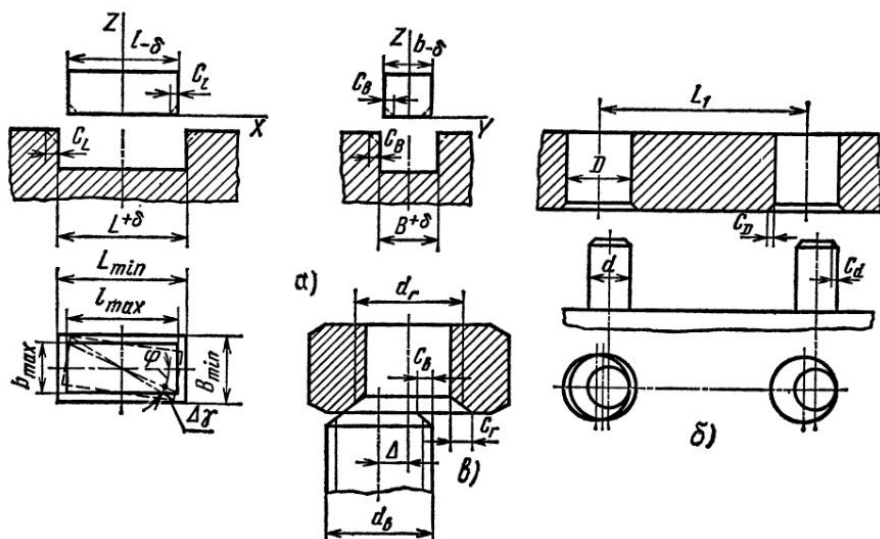


Рис. 5.8. Сборка деталей, сопрягаемых по:
 а—плоским поверхностям; б—двум цилиндрическим поверхностям; в—резьбовым поверхностями

Так, при установке микросхемы в гнездо корпуса (основания) условия собираемости будут следующими (рис. 5.8,а).

Допустимая величина смещения Δ :

а) по оси OX

$$\text{без фасок } \Delta_x = \pm(L-l)/2, \quad (5.32)$$

$$\text{при наличии фасок } \Delta_x = \pm \frac{L-l}{2} + C_L + C_l; \quad (5.33)$$

б) по оси OY

$$\text{без фасок } \Delta_y = \pm(B-b)/2,$$

$$\text{при наличии фасок } \Delta_y = \pm \frac{B-b}{2} + C_B + C_b;$$

в) по оси OZ смещение не влияет на собираемость деталей.

Допустимый угол поворота микросхемы:

а) относительно оси OX

$$\text{без фасок } \cos \Delta_\alpha = l/L, \quad (5.34)$$

$$\text{при наличии фасок } \cos \Delta_\alpha = \frac{l-C_L}{L+C_L}; \quad (5.35)$$

б) относительно оси OY

$$\text{без фасок } \cos \Delta_\beta = b/B,$$

при наличии фасок $\cos \Delta_\beta = \frac{b - C_b}{B - C_B}$;

в) относительно оси OZ наиболее благоприятный случай будет при условии расположения оси вращения в центре симметрии фигуры микросхема-гнездо.

Допустимый угол поворота микросхемы относительно оси OZ в сторону оси OX :

$$\Delta_{\psi(x)} = \varphi \left(\frac{B_{\min}}{b_{\max}} - 1 \right), \quad (5.36)$$

где φ — угол между диагональю и осью симметрии микросхемы.

Допустимый угол поворота микросхемы относительно оси OZ в сторону оси OY :

$$\Delta_{\psi(y)} = \varphi \left(\frac{L_{\min}}{l_{\max}} - 1 \right).$$

За допустимое значение Δ_ψ принимают меньшее из двух полученных.

Наличие фасок на краях сопрягаемых поверхностей соответственно увеличивает размеры паза и уменьшает размеры микросхемы на величины фасок, а именно:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{\psi(x)} &= \varphi \left(\frac{B_{\min} + C_B}{b_{\max} - C_b} - 1 \right), \\ \Delta_{\psi(y)} &= \varphi \left(\frac{L_{\min} + C_L}{l_{\max} - C_l} - 1 \right). \end{aligned} \right\} \quad (5.37)$$

3. Сборка изделий, сопрягаемых по двум цилиндрическим поверхностям. Такой вид сборки имеет место при установке изделий типа корпусов, печатных плат и других на фиксирующие штифты, шпильки. При этом необходимо сначала обеспечить сопряжение детали (изделия) своими цилиндрическими поверхностями на штифты базового основания, а затем — совмещение плоскости их прилегания (рис. 5.8, б). Допустимая величина смещения деталей зависит от зазоров между отверстиями и штифтами и определяется формулой

$$\Delta = \frac{D-d}{2} - \delta_{L_1}, \quad (5.38)$$

где δ_{L_1} — допуск на межосевое расстояние между установочными отверстиями.

При наличии фасок в отверстиях и на штифтах условием сопряжения будет зависимость

$$\Delta = \frac{D-d}{2} + (C_D + C_d) - \delta_{L_1}. \quad (5.39)$$

4. Сборка деталей, сопрягаемых по резьбовым поверхностям (рис. 5.8; в). Процесс сборки с использованием резьбовых крепежных деталей состоит из нескольких последовательно выполняемых этапов: установка и ориентация деталей,

подача и завинчивание резьбовых крепежных деталей. Завинчивание включает в себя три этапа: наживление резьбовых деталей, завертывание на основную часть резьбы и последующую затяжку с заданным моментом. Наживление крепежных деталей представляет наибольшую трудность при автоматической сборке резьбовых соединений.

Условием гарантированного сопряжения резьбовых поверхностей является совмещение следов резьбы на торцах винта и гайки или резьбового гнезда в корпусе, а также смещение резьбовых поверхностей. Перед наживлением двух резьбовых деталей имеет место несоосность и непараллельность их осей, поэтому очень важно знать, при каких наибольших величинах указанных отклонений возможно сопряжение.

Максимально допустимую величину несоосности $\Delta_{нс}$ винта и гайки определяют по формуле

$$\Delta_{нс} = \frac{\Delta_{\min}}{2} + C_{в} + (C_{г} + h), \quad (5.40)$$

где Δ_{\min} — величина минимального зазора между резьбовыми поверхностями по среднему диаметру, определяемая степенью точности (ГОСТ 17722—72) их изготовления, мм; $C_{в}$, $C_{г}$ — величина фаски на винте и гайке, мм; h — высота профиля резьбы, мм.

Допустимую величину углового перекоса определяют по формуле

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\Delta_{\min} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{d_{в} - h}, \quad (5.41)$$

где α — угол профиля резьбы; $d_{в}$ — диаметр винта, мм.

Однако предельные отклонения можно рассчитывать и по другим несколько приближенным формулам.

Допустимая величина смещения оси винта относительно оси гайки

$$\Delta = \frac{d_{г} - d_{в}}{2} + C_{г} + C_{в}, \quad (5.42)$$

где $d_{г}$ — наименьший диаметр резьбы гайки; $d_{в}$ — наибольший диаметр винта.

Допустимая величина углового перекоса резьбовых поверхностей

$$\Delta_{\alpha} = \operatorname{arctg} 0,5 \frac{t_{р}}{d_0}, \quad (5.43)$$

где $t_{р}$ — шаг резьбы; d_0 — средний диаметр резьбы.

Направление резьбовых деталей при их свинчивании может быть обеспечено использованием в сборочных устройствах цельных или разъемных направляющих втулок и питателей. В конструкциях собираемых резьбовых деталей следует предусматривать направляющие элементы (фаски, выточки).

Базирование] деталей перед сборкой. Наиболее ответственным этапом сборки является обеспечение относительного положения собираемых деталей на базирующих устройствах перед их соединением. Схемами базирования собираемых деталей являются такие, которые определяют положение в пространстве двух и более сопрягаемых деталей относительно друг друга перед их соединением и удовлетворяют условиям их собираемости. Точность относительного положения собираемых деталей зависит от выбранных схем базирования, характера и состояния исполнительных поверхностей базирующих устройств.

При сборке двух деталей одна деталь обычно считается базовой, другая — присоединяемой. Для их сборки необходимо подать присоединяемую деталь на сборочную позицию, так чтобы сопрягаемые поверхности были совмещены. После этого перемещают присоединяемую деталь к базовой до полного соединения.

Технологическая схема сборки в общем случае обеспечивает: 1) необходимую точность взаимной ориентации деталей перед сборкой, что достигается схемой базирования деталей, точностью и жесткостью сборочного приспособления; 2) перемещение собираемых деталей относительно друг друга, что достигается податливостью технологической схемы сборки; 3) поджим деталей с определенным усилием в конце сборки, что достигается применением демпфирующих устройств.

Вся сборочная система (сборочное устройство) должна быть жесткой, за исключением одного звена, которое является компенсирующим. Оно удерживает деталь перед сборкой в определенном положении, но при действии на собираемые детали усилий, в процессе фиксации и соединения, позволяет им перемещаться на величину компенсации (отклонения сборочного положения). Для этой цели применяют компенсирующие звенья двух видов: а) использование свойства самоустановки деталей (рис. 5.9, а) (втулка в процессе сборки перемещается в гнезде базирующего устройства); б) создание базирующего приспособления, обладающего возможностью перемещения (рис. 5.9, б).

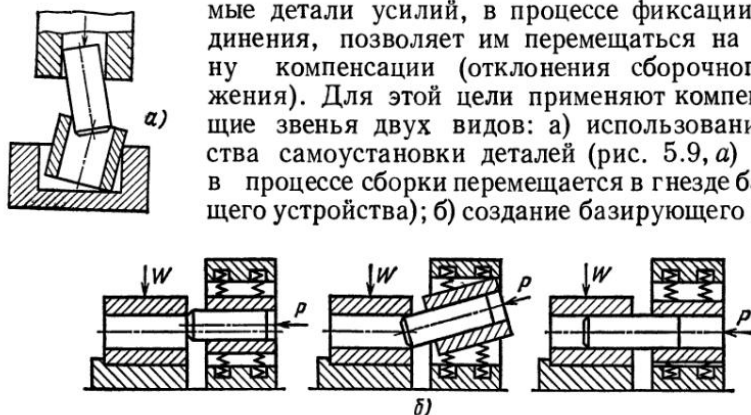


Рис. 5.9. Компенсирующие звенья при сборке:

а — использование свойств самоустановки деталей; б — приспособление с перемещающимся звеном

обладающего возможностью перемещения (рис. 5.9, б). Если же вся технологическая схема сборки будет жесткая, то может быть заклинивание деталей или они будут соединяться с задирами и деформацией.

Для сборки двух деталей необходимо обеспечить точность совмещения.

Положение деталей перед сборкой определяется различными схемами базирования. Рассмотрим наиболее характерные схемы

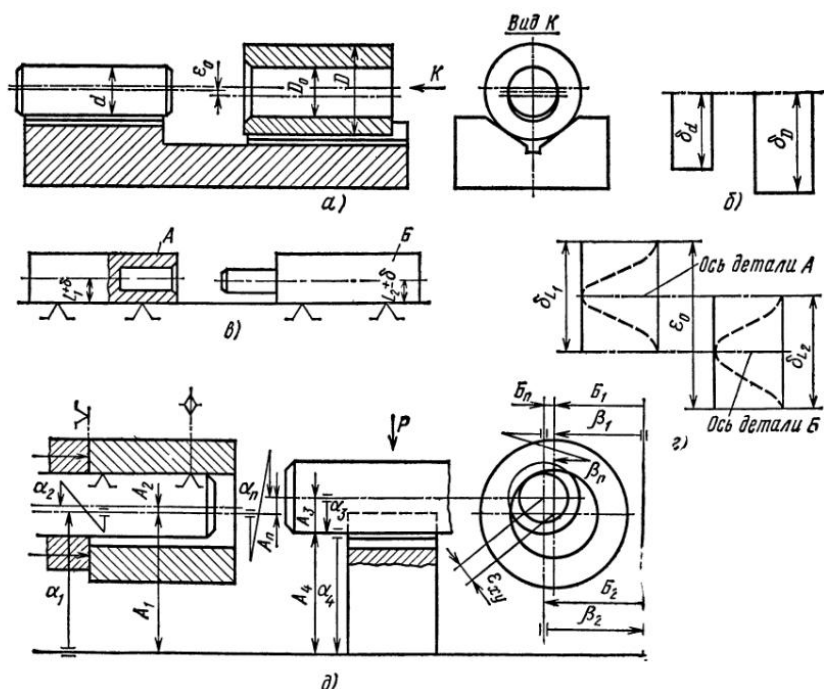


Рис. 5.10. Базирование собираемых деталей:

а—схема базирования на призмы; б—поля распределения допусков; в—схема базирования на плоскости; г—поля распределения допусков; д—схема базирования на цилиндрическую и призматическую поверхности

базирования и определим действительные погрешности базирования собираемых деталей, т. е. их действительное положение относительно друг друга.

1. Базирование собираемых деталей на призму (рис. 5.10, а). Действительная погрешность базирования оси вала

$$\varepsilon_{\text{в}} = \frac{\delta_d}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}; \quad (5.44)$$

оси втулки

$$\varepsilon_{\text{вт}} = \frac{\delta_D}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} + e, \quad (5.45)$$

где e — несоосность наружной и внутренней цилиндрических поверхностей; α — угол призмы.

Построим поля распределения допусков (рис. 5.10, б). Поля допусков имеют одно направление, поэтому за общую погрешность базирования ϵ_0 , т. е. взаимное смещение осей вала и втулки, принимают большее из двух полученных значений: $\epsilon_0 = \epsilon_{вт.}$

При автоматической сборке необходимо, чтобы, по крайней мере, одна из сопрягаемых деталей имела возможность смещения и поворота в пространстве в пределах неточности их относительного положения, поскольку несоосность и перекосы осей могут быть в двух взаимно перпендикулярных координатных плоскостях.

2. Базирование собираемых деталей на плоскость. Рассмотрим положение деталей в одной плоскости, в других будет аналогичное положение (рис. 5.10, в).

Погрешность базирования оси детали *A* при базировании на плоскость:

$$\epsilon_A = \delta_{L_1}. \quad (5.46)$$

Погрешность базирования оси детали *B* при базировании на плоскость:

$$\epsilon_B = \pm \delta_{L_2} = |2\delta_{L_2}|. \quad (5.47)$$

Относительное смещение осей деталей *A* и *B* друг относительно друга можно определить, если построить кривые распределения допусков или поля допусков (рис. 5.10, г).

Погрешность базирования деталей перед сборкой определяется расстоянием между верхней границей допуска на деталь *A* и нижней границей поля допуска на деталь *B*:

$$\epsilon_0 = \delta_{L_1} + \frac{|2\delta_{L_2}|}{2}. \quad (5.48)$$

3. Базирование собираемых деталей на цилиндрическую и призматическую поверхности (рис. 5.10, д). Рассмотрим случай, когда деталь типа втулки базируется на палец, а валик — на призму в общем виде с учетом размеров сборочного приспособления.

Смещение оси втулки относительно оси валика и их относительный поворот определяют из расчета размерных цепей:

по оси *OX* линейная размерная цепь

$$A_n = A_3 + A_4 - (A_1 - A_2); \quad (5.49)$$

по оси *OY* линейная размерная цепь

$$B_n = B_2 - B_1; \quad (5.50)$$

поворот относительно оси *OX* угловая размерная цепь

$$\alpha_n = \alpha_3 + \alpha_4 - \alpha_1 - \alpha_2; \quad (5.51)$$

поворот относительно оси *OY* угловая размерная цепь

$$\beta_n = \beta_2 - \beta_1. \quad (5.52)$$

Переходя к допускам на размеры, имеем:
по оси OX

$$\varepsilon_x = \delta_{A_n} = \delta_{A_1} + \delta_{A_2} + \delta_{A_3} + \delta_{A_4}; \quad (5.53)$$

по оси OY

$$\varepsilon_y = \delta_{B_n} = \delta_{B_1} + \delta_{B_2}; \quad (5.54)$$

суммарное смещение

$$\varepsilon_{xy} = \sqrt{\delta_{A_n}^2 + \delta_{B_n}^2}; \quad (5.55)$$

относительно оси OX

$$\varepsilon_{\alpha_n} = \delta_{\alpha_1} + \delta_{\alpha_2} + \delta_{\alpha_3} + \delta_{\alpha_4}; \quad (5.56)$$

относительно оси OY

$$\varepsilon_{\beta_n} = \delta_{\beta_1} + \delta_{\beta_2}; \quad (5.57)$$

суммарный поворот

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \sqrt{\varepsilon_{\alpha_n}^2 + \varepsilon_{\beta_n}^2}. \quad (5.58)$$

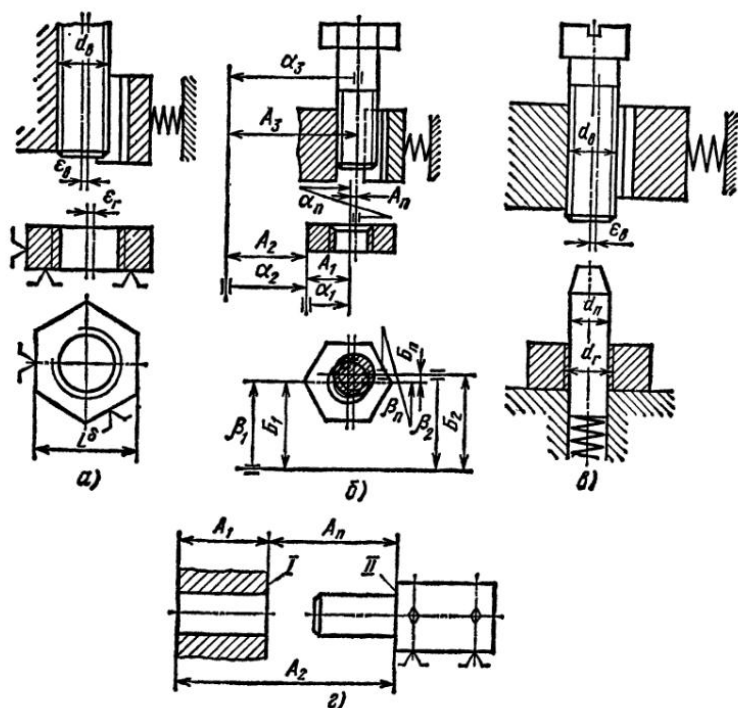


Рис. 5.11. Схемы базирования резьбовых деталей перед сборкой и цилиндрических в осевом направлении:

а—гайки по граням, винта по наружной поверхности, *б*—винта и гайки по плоскостям;
г—гайки по внутреннему диаметру резьбы, винта по наружной поверхности;
г—запресовка штифта в отверстие

4. Базирование резьбовых деталей перед сборкой. Рассмотрим возможные схемы базирования резьбовых деталей перед сборкой на примере детали винт-гайка. Для других вариантов методика расчета мало чем отличается.

Схемы базирования резьбовых соединений мало отличаются от схем базирования соединений по цилиндрическим поверхностям.

На рис. 5.11, а показана схема базирования, при которой гайка базируется по граням, а винт базируется по наружной цилиндрической поверхности. При данной схеме базирования величина несовпадения осей винта и гайки при расчете на максимум и минимум составит

$$\varepsilon_n = \varepsilon_B + \varepsilon_r, \quad (5.59)$$

где ε_B , ε_r — действительные погрешности несовпадения осей винта и гайки от их теоретических осей;

$$\varepsilon_B = \frac{\delta d_B}{2}; \quad \varepsilon_r = \frac{\delta_L}{2} + e, \quad (5.60)$$

где δd_B — допуск на диаметр винта; δ_L — допуск на размер под ключ гайки; e — несоосность резьбового отверстия относительно оси;

при расчете вероятностным методом

$$\varepsilon_n = \sqrt{\varepsilon_B^2 + \varepsilon_r^2}. \quad (5.61)$$

Доминирующей погрешностью является погрешность базирования гайки по ее граням. Как правило, данная схема базирования может быть применена в тех случаях, когда одна из деталей в процессе сборки имеет возможность двух смещений по осям OX и OY .

Перекося оси винта ($\varepsilon_{B\alpha}$) определяется точностью изготовления винта и базирующей поверхности, а перекося гайки ($\varepsilon_{r\alpha}$) — отклонением от перпендикулярности оси резьбы гайки и погрешностью изготовления торцевых поверхностей.

Относительный действительный угол перекося определяется по формуле

$$\varepsilon_\alpha = \sqrt{(\varepsilon_{B\alpha})^2 + (\varepsilon_{r\alpha})^2}. \quad (5.62)$$

В общем виде схема базирования винта и гайки на плоскости показана на рис. 5.11, б. При этом учтены размеры базирующих деталей. Задача решается методом расчета размерных цепей, а именно:

$$\text{линейная размерная цепь по оси } OX \quad A_n = A_3 - A_1 - A_2; \quad (5.63)$$

$$\text{линейная размерная цепь по оси } OY \quad B_n = B_2 - B_1; \quad (5.64)$$

$$\text{угловая размерная цепь относительно } OX \quad \alpha_n = \alpha_3 - \alpha_1 - \alpha_2; \quad (5.65)$$

$$\text{угловая размерная цепь относительно } OY \quad \beta_n = \beta_2 - \beta_1. \quad (5.66)$$

Перейдем к допускам на размеры:

$$\varepsilon_x = \delta_{A_n} = \delta_{A_1} + \delta_{A_2} + \delta_{A_3}; \quad (5.67)$$

$$\varepsilon_y = \delta_{B_n} = \delta_{B_1} + \delta_{B_2}. \quad (5.68)$$

Суммарное действительное смещение осей:

$$\varepsilon_{xy} = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2} = \sqrt{(\delta_{A_1} + \delta_{A_2} + \delta_{A_3})^2 + (\delta_{B_1} + \delta_{B_2})^2}; \quad (5.69)$$

$$\varepsilon_\alpha = \delta_{\alpha_n} = \delta_{\alpha_1} + \delta_{\alpha_2} + \delta_{\alpha_3}; \quad (5.70)$$

$$\varepsilon_\beta = \delta_{\beta_n} = \delta_{\beta_1} + \delta_{\beta_2}. \quad (5.71)$$

Суммарный относительный поворот

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \sqrt{\varepsilon_\alpha^2 + \varepsilon_\beta^2} = \sqrt{(\delta_{\alpha_1} + \delta_{\alpha_2} + \delta_{\alpha_3})^2 + (\delta_{\beta_1} + \delta_{\beta_2})^2}. \quad (5.72)$$

На рис. 5.11, в показана схема базирования гайки по внутреннему диаметру резьбы, а винта — по наружной цилиндрической поверхности. Для этого случая погрешность базирования винта

$$\varepsilon_B = \delta_{d_B}/2, \quad (5.73)$$

а погрешность базирования гайки

$$\varepsilon_r = (d_{r_{вн}} - d_n)/2. \quad (5.74)$$

Суммарная погрешность базирования при расчете на максимум-минимум

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_n + \varepsilon_r = \frac{\delta_{d_B} + d_{r_{вн}} - d_n}{2}; \quad (5.75)$$

по вероятностному методу

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\varepsilon_B^2 + \varepsilon_r^2} = \sqrt{\left(\frac{\delta_{d_B}}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_{r_{вн}} - d_n}{2}\right)^2}. \quad (5.76)$$

5. Определение требуемой точности относительного положения сопрягаемых деталей вдоль их оси. На рис. 5.11, г показан пример запрессовки вала в отверстие. Необходимо, чтобы вал переместился на величину A до соприкосновения торцов корпуса I и вала II, тогда действительная погрешность базирования определится из решения размерной цепи

$$A_n = A_2 - A_1; \quad (5.77)$$

$$\varepsilon = \delta_{A_n} = \delta_{A_1} + \delta_{A_2}, \quad (5.78)$$

где δ_{A_n} — допуск замыкающего звена.

Полученная величина ε сравнивается с допуском по условиям собираемости.

Точность изготовления и проектирование сборочного приспособления. 1-й первый вариант. Точность сборочного приспособления определяют по формуле

$$\delta_{A_n} = \Delta - \varepsilon, \quad (5.79)$$

где δ_{An} — точность сборочного приспособления (суммарный допуск размеров деталей, входящих в приспособление и влияющих на положение собираемых деталей, т. е. допуск замыкающего звена размерной цепи) (см. рис. 5.13); Δ — допустимая погрешность базирования (смещения) собираемых деталей; ϵ — действительная погрешность базирования, определяемая выбранной схемой базирования.

Если считать, что для всех размеров (составляющих звеньев) имеет место один квалитет точности, то средняя величина допуска δ_{icp} для составляющих звеньев при их числе n :

$$\delta_{icp} = \frac{\delta_{An}}{n-1}. \quad (5.80)$$

2-й вариант. Точность отдельных размеров приспособления задают предварительно, и действительную погрешность базирования считают с учетом допусков на размеры по правилам размерных цепей.

После проведения всех необходимых расчетов приспособление вычерчивают в эскизном варианте с необходимым количеством разрезов и сечений (см. рис. 5.13). Из чертежа должно быть ясно, как собираемые детали устанавливаются и подаются на сборочную позицию и как производится процесс сборки.

Приспособление может быть предназначено как для автоматической сборки, так и для других видов сборки. Например, приспособление должно обеспечивать необходимую ориентацию деталей перед пайкой, а процесс пайки может выполняться вручную и т. п. В задании необходимо описать работу сборочного приспособления.

Решение типовых примеров

Пример 1. Для представленной на чертеже сборочной единицы (рис. 5.12, а), состоящей из штифта 1 и основания 2, определить условие собираемости деталей, предложить схему базирования детали

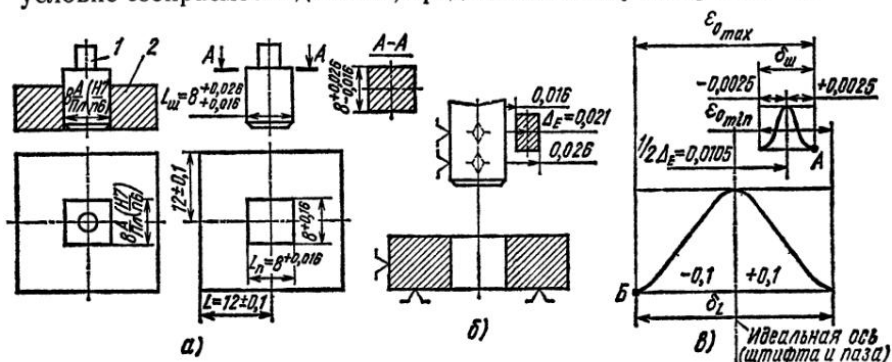


Рис. 5.12. Пример сборочной единицы:

а — общий вид и рабочие чертежи деталей, б — схема базирования; в — кривые распределения размеров (поля допусков)

лей, обеспечивающую собираемость деталей в автоматическом режиме и вычертить общий вид сборочного приспособления (сборочной головки) в эскизном варианте.

1. Определение допустимой величины смещения собираемых деталей по осям $OXYZ$ (Δ_x , Δ_y , Δ_z) и допустимой величины относительного поворота относительно осей $OXYZ$ (Δ_α , Δ_β , Δ_γ).

Допустимая величина смещения штифта относительно паза основания по оси X :

$$\Delta_x = \pm \frac{L_{n\min} - L_{ш\max} + 2C_{\min}}{2} = \pm \frac{8 - 8,026 + 2 \cdot 0,2}{2} = \pm 0,187 \text{ мм};$$

смещение по оси X равно смещению по оси Y , поэтому

$$\Delta_y = \Delta_x = \pm 0,187;$$

смещение по оси Z в данном случае не влияет на собираемость.

Допустимые угловые смещения вокруг осей OX и OY также равны между собой:

$$\cos \Delta_\alpha = \frac{L_{ш\max} - C_{\min}}{L_{n\min}} = \frac{8,026 - 0,2}{8} = 0,98,$$

$$\Delta_\alpha = \Delta_\beta = 10^\circ.$$

Допустимое угловое смещение вокруг оси Z с учетом фасок на штифте:

$$\Delta\gamma = \varphi \left(\frac{L_{n\min}}{L_{ш\max} - C_{\min}} - 1 \right) = 45 \left(\frac{8}{7,826} - 1 \right) = 1^\circ 18'.$$

Так как $\Delta_{\gamma(x)} = \Delta_{\gamma(y)}$, то $\Delta\gamma = \pm 1^\circ 18'$.

Из полученных допустимых значений видно, что осуществление сборки требует точной взаимной ориентации деталей по осям X и Y и угловому смещению вокруг оси Z .

2. Выбор схемы базирования и определение действительных погрешностей базирования по всем координатным осям.

Считаем, что штифт будет базироваться по двум граням (плоскостям) и поджиматься к ним (рис. 5.12, б). В этом случае погрешность базирования

$$\epsilon_{шx} = \frac{1}{2} (\Delta_E \pm \delta),$$

где Δ_E — координата середины поля допуска размера; δ — половина поля допуска размера штифта;

$$\Delta_E = \frac{0,016 + 0,026}{2} = 0,021 \text{ мм};$$

$$\delta = \frac{0,026 - 0,016}{2} = 0,005 \text{ мм},$$

$$\epsilon_{шx} = \frac{1}{2} (0,021 \pm 0,005).$$

Верхнее или максимальное смещение $\varepsilon_{\text{шт.хmax}} = 0,013$; нижнее или минимальное смещение $\varepsilon_{\text{шт.хmin}} = 0,008$. Так как сечение штифта квадрат, то $\varepsilon_{\text{шт.у}} = \varepsilon_{\text{шт.х}}$.

Основание установим на плоскость и будем поджимать к боковым плоскостям (рис. 5.12, б). Погрешность базирования основания определяется смещением оси отверстия от идеального ее расположения и будет одинаковой в направлении осей OX и OY

$$\varepsilon_{\text{п.х}} = \varepsilon_{\text{п.у}} = \pm 0,1 \text{ мм.}$$

Базирование основания на плоскости исключает перекосы вокруг осей OX и OY , поэтому ε_{α} и ε_{β} равны 0.

Угловое смещение паза относительно боковых поверхностей чертежом не оговаривается, поэтому принимаем $\varepsilon_{\gamma} = 0$.

На рис. 5.12, в показана кривая распределения отклонений (можно строить в виде полей допусков). Центральная линия — идеальное положение базовых поверхностей осей штифта и паза основания. Ось штифта постоянно смещена на величину $\frac{1}{2} \Delta_E = \pm 0,0105$ и половину поля допуска $\pm 0,0025$. Ось паза может быть смещена на величину $\pm 0,1$. Тогда имеет место наибольшее взаимное смещение осей деталей, а наибольшая действительная погрешность базирования при расчете на максимум-минимум

$$\varepsilon_{\text{оmax}} = \varepsilon_{\text{штmax}} - \varepsilon_{\text{пmin}} = 0,013 - (-0,1) = 0,113 \text{ мм,}$$

т. е. наибольшее взаимное смещение осей деталей будет тогда, когда ось штифта находится в точке A , а ось паза основания — в точке B , при этом наименьшая погрешность базирования

$$\varepsilon_{\text{оmin}} = \varepsilon_{\text{штmin}} - \varepsilon_{\text{пmax}} = 0,008 - (+0,1) = -0,092 \text{ мм.}$$

При расчете погрешности базирования вероятностным методом

$$\varepsilon_{\text{о}} = \Delta_E \pm \frac{1}{K} \sqrt{A_{\text{шт}}^2 K_{\text{шт}}^2 \varepsilon_{\text{шт}}^2 + A_{\text{п}}^2 K_{\text{п}}^2 \varepsilon_{\text{п}}^2},$$

где A — передаточное отношение, зависящее от схемы базирования; ($A_{\text{шт}} = A_{\text{п}} = 1$); K — коэффициент относительного рассеивания ($K_{\text{шт}} = 1$; $K_{\text{п}} = 1,2$; $K = 1,18$).

Подставив значения, получим

$$\varepsilon_{\text{оmax}} = 0,0105 + \frac{1}{1,18} \sqrt{(0,013)^2 + 1,2^2 \cdot 0,1^2} \approx 0,111 \text{ мм,}$$

$$\varepsilon_{\text{оmin}} = -0,091 \text{ мм.}$$

Суммарные угловые смещения равны нулю.

Сравним полученные действительные погрешности базирования с допустимыми по условиям собираемости:

- 1) $\Delta_x \geq \varepsilon_x$; $\Delta_x = \Delta_y$;
 $0,374 > 0,113$;
- 2) $\Delta_{\alpha} > \varepsilon_{\alpha}$; $\Delta_{\beta} > \varepsilon_{\beta}$; $\Delta_{\gamma} > \varepsilon_{\gamma}$, так как
 $\varepsilon_{\alpha} = 0$; $\varepsilon_{\beta} = 0$; $\varepsilon_{\gamma} = 0$.

Таким образом, предложенная схема базирования обеспечивает собираемость данных деталей в сборочную единицу в автоматическом режиме.

3. Определение точности изготовления сборочного приспособления произведем по первому варианту, т. е.

$$\delta_{A_n} = \Delta - \varepsilon = 0,374 - 0,113 = 0,261 \text{ мм.}$$

На точность взаимного положения собираемых штифта и основания влияет колебание размера A_n (закрывающее звено), величина которого определяется размерной цепью, состоящей из размеров A_1, A_2, A_3, A_4 . Считаем, что точность изготовления деталей, образующих размерную цепь, одинакова, определяем допуск на каждый размер

$$\delta_{i_{cp}} = \delta_{A_n} / (n - 1) = 0,261 / 4 = 0,065 \text{ мм.}$$

4. Проектирование сборочного приспособления. На рис. 5.13 показано приспособление для сборки штифта 1 с основанием 2. Штифты 1 из магазина-накопителя 3 подаются на сборочную по-

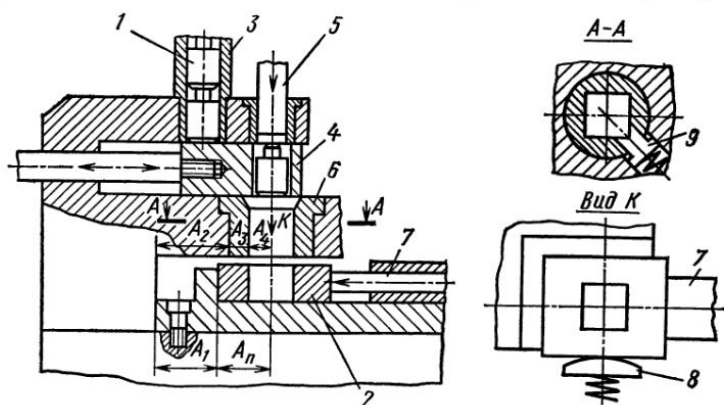


Рис. 5.13. Сборочный чертеж приспособления

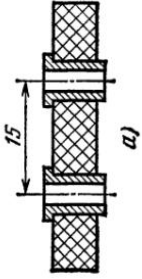
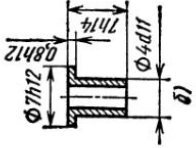
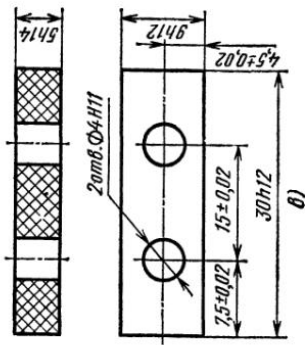
зицию питателем 4, совершающим возвратно-поступательные перемещения. Питатель одновременно играет роль отсекающего штифтов. Толкатель 5, также совершающий возвратно-поступательные перемещения, подавая штифт через базирующее устройство 6, производит сборку его с основанием 2, которое в этот момент установлено на сборочной позиции с помощью шибера 7 и плавающего прижима 8.

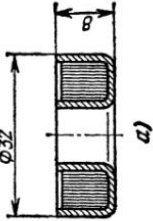
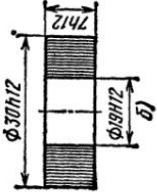
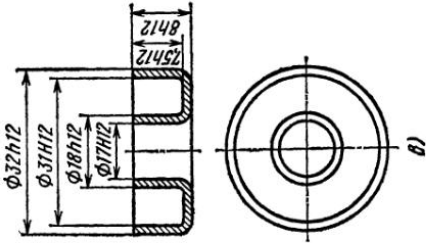
Базирующее устройство также имеет подпружиненный поджим 9 для обеспечения поджатия штифтов к базовым плоскостям.

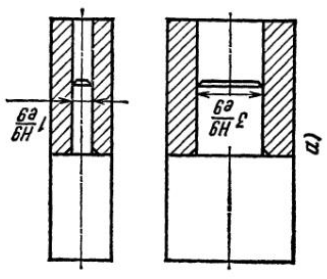
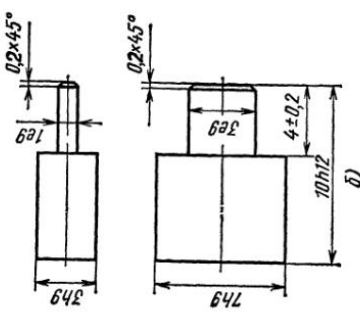
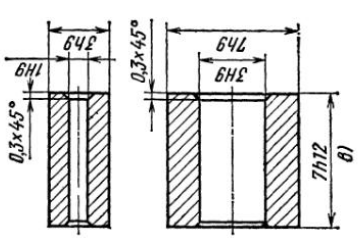
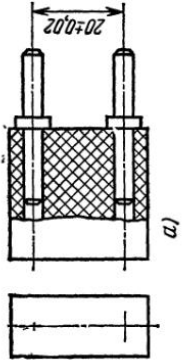
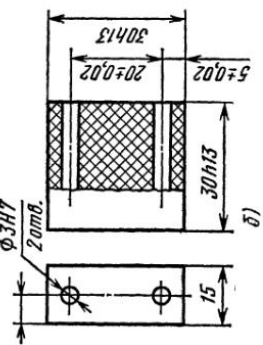
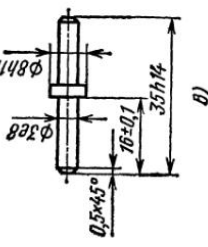
Задачи и упражнения

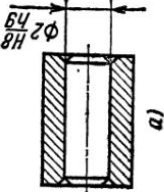
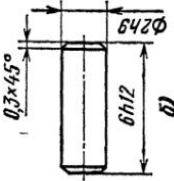
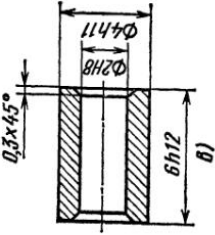
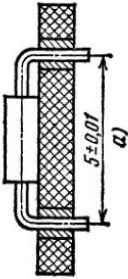
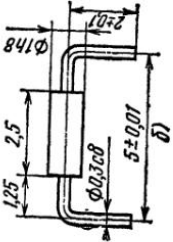
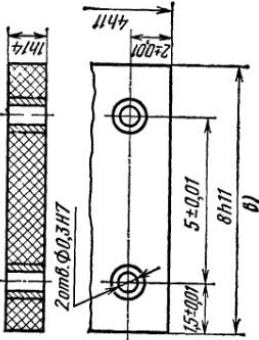
Для представленной на чертеже сборочной единицы определить условие собираемости входящих в нее деталей, предложить схему базирования деталей, обеспечивающую собираемость деталей в сборочную единицу, и вычертить общий вид сборочного приспособления (сборочной головки) в эскизном варианте (табл. 5.9).

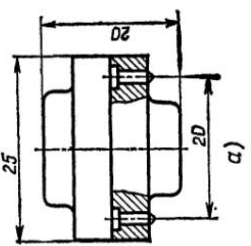
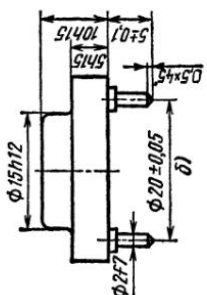
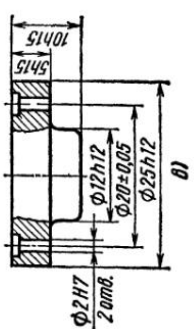
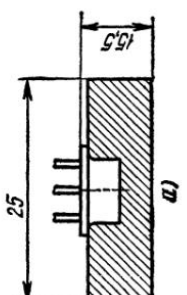
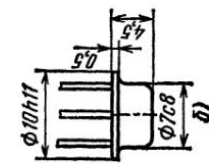
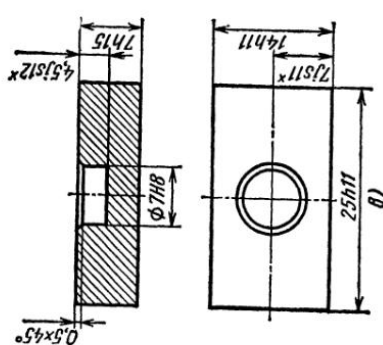
Таблица 5.9

№ п/п	Сборочная единица	Первая деталь	Вторая деталь
1	 <p>а)</p>	 <p>б)</p>	 <p>в)</p>

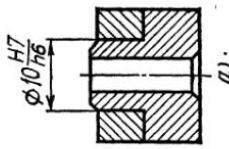
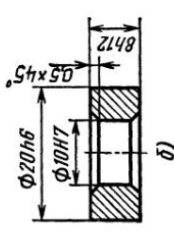
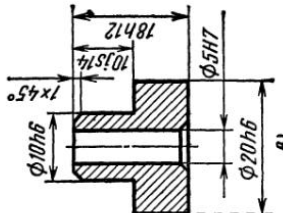
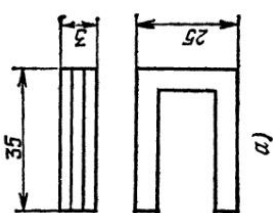
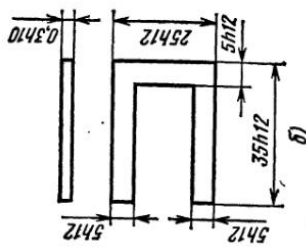

№ п/п	Сборочная единица	Первая деталь	Вторая деталь
2			

№ п/п	Сборочная единица	Первая деталь	Вторая деталь
3			
4			

№ п/п	Сборочная единица	Первая деталь	Вторая деталь
5			
6			

№ п/п	Сборочная единица	Первая деталь	Вторая деталь
7			
8			

№ п/п	Сборочная единица	Первая деталь	Вторая деталь
9			
10			

№ п/п	Сборочная единица	Первая деталь	Вторая деталь
11			
12			

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

$$\text{Интеграл вероятностей Лапласа } \Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,00000	0798	1596	2393	3191	3988	4784	5581	6376	7171
0,1	7966	8759	9552	0343 *	1134 *	1924 *	2712 *	3499 *	4285 *	5069 *
0,2	0,15852	6633	7413	8191	8967	9741	0514 *	1284 *	2052 *	2818 *
0,3	0,23582	4344	5103	5860	6614	7366	8115	8862	9605	0346 *
0,4	0,31084	1819	2552	3280	4006	4729	5448	6164	6877	7587
0,5	8292	8995	9694	0389 *	1080 *	1768 *	2452 *	3132 *	3809 *	4481 *
0,6	0,45149	5814	6474	7131	7783	8431	9075	9714	0350 *	0981 *
0,7	0,51607	2230	2848	3461	4070	4675	5275	5870	6161	7047
0,8	7629	8206	8778	9346	9909	0468 *	1021 *	1570 *	2114 *	2653 *
0,9	0,63188	3718	4243	4763	5278	5789	6294	6795	7291	7783
1,0	8269	8750	9227	9699	0166 *	0628 *	1086 *	1538 *	1986 *	2429 *
1,1	0,72867	3300	3729	4152	4571	4986	5395	5800	6200	6595
1,2	6986	7372	7754	8130	8502	8870	9233	9592	9945	0295 *
1,3	0,80640	0980	1316	1648	1975	2298	2617	2931	3241	3547
1,4	3849	4146	4439	4728	5013	5294	5571	5844	6113	6378
1,5	6639	6696	7149	7398	7644	7886	8124	8358	8589	8817
1,6	9040	9260	9477	9690	9899	0106 *	0309 *	0508 *	0704 *	0897 *
1,7	0,91087	1273	1457	1637	1814	1988	2159	2327	2492	2655
1,8	2314	2970	3124	3275	3423	3569	3711	3852	3989	4124
1,9	4257	4387	4514	4639	4762	4882	5000	5116	5230	5341
2,0	5450	5557	5662	5764	5865	5964	6060	6155	6247	6338
2,1	6427	6514	6599	6683	6765	6844	6923	6999	7074	7148
2,2	7219	7289	7358	7425	7491	7555	7618	7679	7739	7798
2,3	7855	7911	7966	8019	8072	8123	8172	8221	8269	8315
2,4	8360	8405	8448	8490	8531	8571	8611	8649	8686	8723
2,5	8758	8793	8826	8859	8891	8923	8953	8983	9012	9040
2,6	9068	9095	9121	9146	9171	9195	9219	9241	9263	9285
2,7	9307	9327	9347	9367	9386	9404	9422	9439	9456	9473
2,8	9489	9505	9520	9535	9549	9563	9576	9590	9602	9615
2,9	9627	9639	9650	9661	9672	9682	9692	9702	9712	9721
3,0	9730	9739	9747	9755	9768	9771	9779	9786	9793	9800
3,1	9806	9813	9819	9825	9831	9837	9842	9848	9853	9858
3,2	9863	9867	9872	9876	9880	9885	9889	9892	9896	9900
3,3	9903	9907	9910	9913	9916	9919	9922	9925	9928	9930
3,4	9933	9935	9937	9940	9942	9944	9946	9948	9950	9952

<i>z</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,5	9953	9955	9957	9958	9960	9961	9963	9964	9966	9967
3,6	9968	9969	9971	9972	9973	9974	9975	9976	9977	9978
3,7	9978	9979	9980	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985
3,8	9986	9986	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9990	9990
3,9	9990	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9993	9993	9993
4,	0,99937	59	73	83	89	93	95	97	98	99

В крайнем левом столбце указаны целые и десятые доли величины *z*, а в верхней строке—ее сотые доли. В последней строке таблицы даны значения функции через 0,1.

Звездочка у числа означает, что первые цифры числа надо взять из следующей строки.

Приложение 2

Критические точки распределения χ^2

Число степеней свободы	Уровень значимости					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,9	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5

Продолжение

Число степеней свободы	Уровень значимости					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0
35	57,3	53,2	49,8	22,5	20,6	18,5
40	63,7	59,3	55,8	26,5	24,4	22,2
50	76,2	71,4	67,5	34,8	32,4	29,7
75	106,4	100,8	96,2	56,1	52,9	49,5

Приложение 3

Вероятности $P(\lambda) = 1 - K(\lambda)$ распределения Колмогорова

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,3	0,99999	99998	99995	99991	99983	99970	99949	99917	99872	99807
0,4	99719	99603	99452	99262	99027	98741	98400	97998	97532	96998
0,5	96394	95719	94969	94147	93250	92282	91242	90134	88960	87724
0,6	86428	85077	83678	82225	80732	79201	77636	76042	74422	72781
0,7	71124	69453	67774	66089	64402	62717	61036	59367	57700	56050
0,8	54414	52796	51197	49619	48063	46532	45026	43545	42093	40668
0,9	39273	37907	36571	35266	33992	32748	31536	30356	29206	28087
1,0	27000	25943	24917	23922	22957	22021	21114	20236	19387	18566
1,1	17772	17005	16264	15550	14861	14196	13556	12939	12355	11774
1,2	11225	10797	10190	09703	09235	08787	08357	07944	07550	07171
1,3	0,06809	6463	6132	5815	5513	5224	4949	4686	4435	4196
1,4	3968	3751	3545	3348	3162	2984	2815	2655	2503	2359
1,5	2222	2092	1969	1852	1742	1638	1539	1446	1357	1274
1,6	1195	1121	1051	0985	0922	0864	0808	0756	0707	0661
1,7	0,00618	577	539	503	469	438	408	380	354	330
1,8	307	285	265	247	229	213	198	186	170	158
1,9	146	136	126	115	107	100	092	085	079	073
2,0	0,00067	62	57	53	48	45	41	38	35	32
2,1	30	27	25	23	21	19	18	16	15	14
2,2	13	11	10	10	09	08	07	07	06	06
2,3	0,00005	5	4	4	4	3	3	3	2	2
2,4	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1
2,5	0,00001	0								

При $\lambda < 0,30$ $P(\lambda) = 1$;
 $\lambda > 2,50$ $P(\lambda) = 0$.

В крайнем левом столбце указаны целые и десятые доли величины λ , в верхней строке—ее сотые доли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Глава 1

1. Штофф В. А. Моделирование и философия. /Пер. с нем.—М.—Л.: Наука, 1966.
2. Налимов В. В. Теория эксперимента.—М.: Наука, 1971.
3. Справочник по системотехнике /Под ред. Р. Макола.; Пер. с англ.—М.: Советское радио, 1970.
4. Бусленко Н. П., Калашников В. В., Коваленко И. Н. Лекции по теории сложных систем.—М.: Советское радио, 1973.
5. Хикс Ч. Р. Основные принципы планирования эксперимента. /Пер. с англ.; Под ред. В. В. Налимова.—М.: Мир, 1967.
6. Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных данных.—М.: Наука, 1965.
7. Длин А. М. Математическая статистика в технике.—М.: Советское радио, 1951.
8. Саутин С. Н. Планирование эксперимента в химии и в химической технологии.—Л.: Химия, 1975.
9. Закс Л. Статистическое оценивание. /Пер. с нем.—М.: Статистика, 1976.
10. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений.—М.: Наука, 1969.
11. Дрейпер Н., Смит Р. Прикладной регрессионный анализ.—М.: Статистика, 1973.
12. Fisher E. P. Digital Computers and Regression analyses in Evaluating Plant Operating Data,—Industrial and Engineering Chemistry, 1960, 52, № 12.

Глава 2

13. Пестряков В. Б. Конструирование радиоэлектронной аппаратуры.—М.: Советское радио, 1969.
14. Федулова А. А., Котов Е. П., Явич Э. Р. Многослойные печатные платы.—М.: Советское радио, 1977.
15. Бочкова Р. П., Напалков Э. С. Методические указания к домашнему заданию по курсу «Технология приборостроения», Разд. «Печатные платы».—М.: Изд. МВТУ им. Баумана, 1972.
16. ОСТ 4 ГО.010.029. Платы печатные. Конструирование. Редакция 1—77, 1978.
17. Аренков А. Б. Печатные платы и пленочные элементы радиоэлектронной аппаратуры,—Л.: Энергия, 1971.

18 Медведев А. М. Контроль и испытание плат печатного монтажа.—М.: Энергия, 1975.

19. Жигалов А. Т. и др. Конструирование и технология печатных плат.—М.: Высшая школа, 1973.

Глава 3

20. Бородачев Н. А. Основные вопросы теории точности производства.—М.: Изд. АН СССР, 1950.

21 Буловский П. И. Основы построения технологического процесса сборки приборов.—М.: Оборонгиз, 1959.

22. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.—М.: Высшая школа, 1979.

23. Емельянов Г. В., Скитович В. П. Задачник по теории вероятностей и математической статистике.—Л.: Изд. ЛГУ, 1967.

24 Месяцев П. П. Применение теории вероятностей и математической статистики при конструировании и производстве радиоаппаратуры.—М.: Оборонгиз, 1958.

25. Пименов А. И. Погрешности деталей механизмов радиоэлектронной аппаратуры.—М.: Советское радио, 1975.

26 Разумов И. М. и др. Научная организация и нормирование труда в машиностроении.—М.: Машиностроение, 1975.

27. Задачник по научной организации и нормированию труда в машиностроении /Под ред. И. М. Разумова.—М.: Машиностроение, 1977.

28. Федосеев Д. Н. Качество сборочных операций.—Л.: Машиностроение, 1971.

29. Фомин А. В., Борисов В. Ф., Чермошенский В. В. Допуски в радиоэлектронной аппаратуре.—М.: Советское радио, 1973.

30. Фомин А. В., Умрихин О. Н. Сборник задач по курсу «Теоретические основы конструирования, технологии и надежности микроэлектронной аппаратуры».—М.: Изд. МАИ, 1978.

31. Михайлов А. В., Савин С. К. Точность радиоэлектронных устройств.—М.: Машиностроение, 1976.

32 Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах.—М.: Мир, 1969.

33. Черникова П. Д. Техничко-экономические расчеты и обоснования в дипломных проектах.—Минск: Высшая школа, 1973.

Глава 4

34. ГОСТ 16504—74. Контроль и испытания. Основные термины и определения.

35. ГОСТ 15895—77. Статистические методы управления качеством продукции. Термины и определения.

36. Вентцель Е. С. Теория вероятностей.—М.: Наука, 1969.

37. Глудкин О. П., Обичкин Ю. Г., Блохин В. Г. Статистические методы в технологии производства радиоэлектронной аппаратуры.—М.: Энергия, 1977.

38 Гусев В. П. Технология радиоаппаратостроения.—М.: Высшая школа, 1972.

39. Разумный В. М., Толченнов О. В. Оценка работоспособности устройств автоматики.—М.: Энергия, 1977.
40. Абезгауз Г. Г. и др. Справочник по вероятностным расчетам.—М.: Воениздат, 1970.
41. ГОСТ 19427—74. Обработка данных и программирование. Схемы алгоритмов и программ.

Глава 5

42. Фомин С. Ф. Наладка одношпиндельных токарных автоматов.—М.: Машиностроение, 1969.
43. Камышный Н. И., Стародубов В. С. Конструкция и наладка токарных автоматов и полуавтоматов.—М.: Высшая школа, 1975.
44. Пожитков А. Я. и др. Наладка одношпиндельных токарных автоматов. Справочное пособие.—М.: Машиностроение, 1978.
45. Справочник технолога-приборостроителя /Под ред. П. В. Сыроватченко. Т. I.—М.: Машиностроение, 1980.
46. Герасимов А. Г. Точность сборочных автоматов.—М.: Машиностроение, 1967.
47. Косилов В. В. Технологические основы проектирования автоматического сборочного оборудования.—М.: Машиностроение, 1976.

ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>Предисловие</i>	3
<i>Глава 1. Моделирование технологического процесса</i>	5
§ 1.1. Планирование и дисперсионный анализ однофакторного эксперимента в технологии РЭА	6
Основные расчетные зависимости	6
Решение типовых примеров	11
Задачи и упражнения	13
§ 1.2. Планирование и дисперсионный анализ двух- и трехфакторного эксперимента в технологии РЭА	16
Основные расчетные зависимости	16
Решение типовых примеров	19
Задачи и упражнения	29
§ 1.3. Множественный регрессионный анализ в моделировании технологических процессов РЭА	33
Основные расчетные зависимости	33
Решение типовых примеров	40
Задачи и упражнения	52
<i>Глава 2. Технология печатных плат</i>	54
Краткие сведения по технологии изготовления печатных плат	54
Решение типовых примеров	83
Задачи и упражнения	101
<i>Глава 3. Технология сборки РЭА</i>	109
§ 3.1. Технологическая подготовка сборочных работ	109
Краткие сведения по проектированию технологических процессов сборки РЭА	109
Решение типовых примеров	114
Задачи и упражнения	127
§ 3.2. Расчет точности сборочных операций	132
Обеспечение точности сборки конструкций РЭА	132
Решение типовых примеров	136
Задачи и упражнения	141
§ 3.3. Статистический анализ технологических операций и процессов сборки	144
Случайные величины, законы распределения случайных величин и числовые характеристики случайных величин	144
Решение типовых примеров	152
Задачи и упражнения	162
<i>Глава 4. Контроль качества при сборке РЭА</i>	168
Основные расчетные зависимости	168
Решение типовых примеров	177
Задачи и упражнения	189
<i>Глава 5. Проектирование технологической оснастки</i>	197
§ 5.1. Расчет наладки токарных автоматов для изготовления деталей РЭА	197
Основные расчетные зависимости	197
Решение типовых примеров	206
Задачи и упражнения	222
§ 5.2. Расчет и конструирование сборочных приспособлений	225
Основные расчетные зависимости	226
Решение типовых примеров	238
Задачи и упражнения	241
<i>Приложения</i>	249
<i>Список литературы</i>	252

**АЛЛА СЕРГЕЕВНА БЕЛЯЕВА,
КОНСТАНТИН ИВАНОВИЧ БИЛИБИН,
КОНСТАНТИН БОРИСОВИЧ ЛУКИН,
ЕВГЕНИЙ МИХАЙЛОВИЧ ПАРФЕНОВ,
ВАЛДИС ВАЛДОВИЧ ПАВЛОВСКИЙ,
АЛЕКСЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ ФРОЛОВ**

**СБОРНИК ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ
ПО ТЕХНОЛОГИИ РЭА**

под редакцией *Е. М. Парфенова*

Зав. редакцией Л. А. Романова
Редактор И. Г. Волкова
Переплет художника В. М. Боровкова
Художественный редактор Т. М. Скворцова
Технический редактор Л. А. Муравьева
Корректор Г. А. Четкина

ИБ № 3573

Изд. № ЭР-315. Сдано в набор 24.07.81. Подп. в печать 17.11.81. Формат 60×90/16. Бум. тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Объем 16 усл. печ. л. 16,25 усл. кр.-отт. 15,72 уч.-изд. л. Тираж 15000 экз. Зак. № 3191. Цена 50 коп.

Издательство «Высшая школа», Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени Первая Образцовая типография имени А. А. Жданова Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, М-54, Валуевая, 28

50 коп.