

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 17

Задача 1.

Для заданных матриц А и В найти матрицу X, удовлетворяющую соотношению.

$$A^T * X * A^{-1} = B, \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 2.

Написать разложение вектора x по базису {p, q}:

$$x = \{-2, -12\}, \quad p = \{-2, -3\}, \quad q = \{1, -3\}$$

Задача 3.

Найти угол между двумя плоскостями.

$$-2x + 4y = -1, \quad -5x - y = 2.$$

Задача 4.

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.

2. По методу Крамера

$$x_1 + 2x_3 = 10$$

$$5x_2 + 5x_3 = 40$$

$$3x_1 + x_2 + 4x_3 = 23$$

Задача 5.

Заданы вершины треугольника ABC.

Найти уравнение медианы, проведенной из угла B: A{-4, 5}, B{2, 0}, C{2, -3}.

Задача 6.

задано действие линейного преобразования \mathcal{A} на двух векторах

$$\text{на первом векторе: } \mathcal{A}[6\vec{i} + 5\vec{j}] = 5\vec{i} + 6\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[6\vec{i} - 10\vec{j}] = 5\vec{i} + 12\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования \mathcal{A} в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } \mathcal{A}[4\vec{i} + 6\vec{j}]$$

Задача 7.

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы A.

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$$

Задача 8.

Задана система из двух линейно независимых векторов $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$.

Рассматриваются два новых вектора $\{\vec{y}_1, \vec{y}_2\}$, где

$$\vec{y}_1 = 4\vec{x}_1 + 1\vec{x}_2$$

$$\vec{y}_2 = 2\vec{x}_1 + 2\vec{x}_2$$

Будет ли система $\{\vec{y}_1, \vec{y}_2\}$ линейно независимой или нет?

Ответ обосновать