

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

Задача 1.

Для заданных матриц A и B найти матрицу X , удовлетворяющую соотношению.

$$A^{-1} * X * A^T = B, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Задача 2.

Написать разложение вектора x по базису $\{p, q\}$:

$$x = \{-1, -4\}, \quad p = \{1, 2\}, \quad q = \{2, 2\}$$

Задача 3.

Найти угол между двумя плоскостями.

$$-5x - 3y + z = 0, \quad 2x - 4y + z = 0.$$

Задача 4.

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.
2. По методу Крамера

$$2x_1 + 2x_3 = -6$$

$$2x_2 + 3x_3 = 9$$

$$5x_1 + 3x_2 + 3x_3 = -8$$

Задача 5.

Заданы вершины треугольника ABC .

Найти уравнение медианы, проведенной из угла C : $A\{0, 3\}$, $B\{-3, 3\}$, $C\{5, 5\}$.

Задача 6.

задано действие линейного преобразования \mathcal{A} на двух векторах

$$\text{на первом векторе: } \mathcal{A}[5\vec{i} + 6\vec{j}] = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[5\vec{i} - 12\vec{j}] = 5\vec{i} + 10\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования \mathcal{A} в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } \mathcal{A}[6\vec{i} + 2\vec{j}]$$

Задача 7.

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы A .

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$$

Задача 8.

В трехмерном пространстве задана система из двух линейно зависимых векторов $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$.

К этой системе добавляется третий вектор \vec{x}_3

Что можно сказать о линейной зависимости или независимости системы $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\}$.

Ответ обосновать