

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 20

Задача 1.

Для заданных матриц A и B найти матрицу X, удовлетворяющую соотношению.

$$A^T * X * A^{-1} = B, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$

Задача 2.

Написать разложение вектора x по базису {p, q}:

$$x = \{7, -15\}, \quad p = \{-2, 3\}, \quad q = \{-1, 3\}$$

Задача 3.

Найти угол между двумя плоскостями.

$$-5x - 4y - 2z = 3, \quad x - y - 5z = -2.$$

Задача 4.

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.
2. По методу Крамера

$$x_1 + 4x_3 = -4$$

$$3x_2 + x_3 = 1$$

$$5x_1 + 5x_2 + 5x_3 = 15$$

Задача 5.

Заданы вершины треугольника ABC.

Найти уравнение высоты, проведенной из угла C: A{3, 2}, B{0, 1}, C{2, 1}.

Задача 6.

задано действие линейного преобразования A на двух векторах

$$\text{на первом векторе : } A[2\vec{i} + 5\vec{j}] = 6\vec{i} + 4\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } A[2\vec{i} - 10\vec{j}] = 6\vec{i} + 8\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования A в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } A[2\vec{i} + 6\vec{j}]$$

Задача 7.

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы A.

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$$

Задача 8.

В трехмерном пространстве задана система из двух линейно зависимых векторов $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$.

К этой системе добавляется третий вектор \vec{x}_3

Что можно сказать о линейной зависимости или независимости системы $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\}$.

Ответ обосновать