

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

**Задача 1.**

Для заданных матриц  $A$  и  $B$  найти матрицу  $X$ , удовлетворяющую соотношению.

$$A^T * X * A^{-1} = B, \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

**Задача 2.**

Написать разложение вектора  $x$  по базису  $\{p, q\}$ :

$$x = \{15, -7\}, \quad p = \{-3, 1\}, \quad q = \{-3, 2\}$$

**Задача 3.**

Найти угол между двумя плоскостями.

$$4x - 5y - 2z = 3, \quad -5x + 4y = 1.$$

**Задача 4.**

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.
2. По методу Крамера

$$3x_1 + x_3 = 8$$

$$5x_2 + 4x_3 = -9$$

$$5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 8$$

**Задача 5.**

Заданы вершины треугольника  $ABC$ .

Найти уравнение медианы, проведенной из угла  $C$ :  $A\{-2, 2\}$ ,  $B\{1, 3\}$ ,  $C\{0, 5\}$ .

**Задача 6.**

задано действие линейного преобразования  $\mathcal{A}$  на двух векторах

$$\text{на первом векторе: } \mathcal{A}[6\vec{i} + 3\vec{j}] = 5\vec{i} + 4\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[6\vec{i} - 6\vec{j}] = 5\vec{i} + 8\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования  $\mathcal{A}$  в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } \mathcal{A}[3\vec{i} + 4\vec{j}]$$

**Задача 7.**

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы  $A$ .

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

**Задача 8.**

В трехмерном пространстве задана система из двух линейно независимых векторов  $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$ .

К этой системе добавляется третий вектор  $\vec{x}_3$ , ортогональный вектору  $\vec{x}_2$ .

Что можно сказать о линейной зависимости или независимости системы  $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\}$ .

Ответ обосновать