

На правах рукописи

Гончарова Виктория Игоревна

**ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО  
УПРАВЛЕНИЯ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ**

2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2024

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения» на кафедре управления в технических системах.

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор  
**Шишлаков Владислав Федорович**

Официальные оппоненты: **Лопота Александр Витальевич**,  
доктор технических наук, профессор,  
Центральный научно-исследовательский и опытно-  
конструкторский институт робототехники и технической  
кибернетики, директор – главный конструктор

**Дударенко Наталия Александровна**,  
кандидат технических наук, доцент,  
Национальный исследовательский университет ИТМО,  
факультета систем управления и робототехники, доцент

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный  
электротехнический университет «ЛЭТИ»  
им. В.И. Ульянова (Ленина)»,  
г. Санкт-Петербург

Защита состоится 25 сентября 2024 года в 15.00 на заседании объединенного диссертационного совета 99.2.038.03, созданного на базе Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова», Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения», Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича» по адресу: Санкт-Петербург, пр. Большевиков, д. 22, корп. 1, ауд. 554/1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СПбГУТ по адресу Санкт-Петербург, пр. Большевиков, д. 22, корп. 1 и на сайте [www.sut.ru](http://www.sut.ru).

Автореферат разослан 25 июля 2024 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета 99.2.038.03,  
канд. техн. наук, доцент

А.Г. Владыко

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** В современном мире системы автоматического управления (САУ) требуют более сложных алгоритмов, учета большего количества параметров, а значит становятся все более сложными в реализации. Задача реализации систем с распределёнными параметрами (РП) по сравнению с системами с сосредоточенными параметрами имеет ряд особенностей, связанных с построением математической модели. Главной особенностью систем автоматического управления с распределёнными параметрами является учёт пространственной протяженности управляемого объекта, что влечёт за собой описание не только во времени, но и в пространстве.

Следствием особенности описания объекта можно считать тот факт, что САУ с распределёнными параметрами описываются дифференциальными уравнениями в частных производных, интегральными, а также интегро-дифференциальными уравнениями, что влечёт за собой трудности в расчётах и построении математической модели объекта.

**Степень разработанности темы.** Основоположниками теории автоматического управления систем с распределёнными параметрами по праву можно считать А.Г. Бутковского, Т.К. Сиразетдинова, Л.М. Пустыльников, И. Бегимова, В.Л. Рожанского, А.И. Егорова, Г.Л. Дегтярёва, Э.Я. Рапопорта, Ж.-Л. Лионса, И.М. Першина и других. Большинство результатов, полученных учёными в области САУ с распределёнными параметрами, можно отнести к линейным системам. На практике такое возможно, если САУ работает в режиме малых отклонений. В большинстве практических задач элементы и устройства систем управления проявляют свои нелинейные свойства. Исследование и описание нелинейных САУ, в свою очередь, всегда сопровождается преодолением значительных трудностей, связанных с математическим расчётом, а также проведением более детального анализа системы автоматического управления и определения особых частных случаев.

**Объектом** исследования являются системы автоматического управления. **Предметом** исследования является параметрический синтез операторов управления нелинейных непрерывных и нелинейных импульсных САУ.

**Цель работы** заключается в повышении точности построения математических моделей систем автоматического управления с распределёнными параметрами за счет

реализации перехода от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям, путем распространения известного метода параметрического синтеза – обобщенного метода Галеркина (метода ортогональных проекций).

Для достижения поставленной цели в работе были решены следующие основные **задачи**:

— реализация перехода от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

— распространение метода параметрического синтеза линейных и нелинейных непрерывных систем с распределенными параметрами высокого порядка, приближенно обеспечивающего показатели качества регулирования САУ.

— распространение метода параметрического синтеза линейных и нелинейных импульсных систем с распределенными параметрами высокого порядка, приближенно обеспечивающего показатели качества регулирования САУ.

**Научная задача**, решаемая в работе, состоит в разработке алгоритмов синтеза линейных и нелинейных, непрерывных и импульсных систем автоматического управления с распределенными параметрами путем применения модифицированного обобщенного метода Галеркина.

**Научная новизна**. В диссертационной работе новизна заключается в следующем:

— *впервые* предложен метод перехода, в САУ с *учетом специфики* элементов с распределенными параметрами, от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям;

— предложен модифицированный метод параметрического синтеза линейных и нелинейных непрерывных САУ с *учетом специфики* элементов и устройств с распределенными параметрами по заданным показателям качества их работы в переходном режиме;

— предложен модифицированный метод параметрического синтеза линейных и нелинейных импульсных САУ с *учетом специфики* элементов и устройств с распределенными параметрами, содержащих амплитудно-импульсные модуляторы, по заданным показателям качества их работы в переходном режиме;

— на основе предложенных методов разработаны унифицированные алгоритмы синтеза линейных и нелинейных САУ с РП, как непрерывных, так и импульсных, различной степени сложности, порядка и структуры, *отличающихся* новой интерпретацией известного метода параметрического синтеза – обобщенного метода Галеркина.

Общую математическую основу для предложенных методов составляет обращение одного из методов математической физики, обобщенного метода Галеркина, на решение поставленной задачи. Достоинство предлагаемых методов заключается в алгебраизации решения задачи синтеза и возможности с единых математических, алгоритмических и методологических позиций решать поставленную задачу для большого класса систем управления.

Кроме того, разработанные методы синтеза дают возможность существенно сократить объем вычислений по сравнению с подходами, опирающимися на прямое интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных.

**Теоретическая значимость** заключается в расширении возможности известного метода параметрического синтеза путем перехода от уравнения в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям, что дает возможность алгебраизации решения задачи синтеза систем с распределенными параметрами.

**Практическая значимость** и реализация в промышленности. Предложенные в работе модифицированные методы синтеза линейных и нелинейных САУ с РП, являются теоретической основой разработанных алгоритмов и программ синтеза систем управления с распределенными параметрами. Они могут быть использованы в качестве прикладного программного обеспечения при создании систем автоматизированного проектирования линейных и нелинейных, непрерывных и импульсных САУ с РП.

**Внедрение результатов диссертационной работы.** Полученные результаты использованы в учебном процессе на кафедре «Управление в технических системах» Санкт-Петербургского Государственного университета аэрокосмического приборостроения (ГУАП), а также в научной деятельности федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт проблем машиноведения Российской академии наук».

**Методы исследования.** Для решения поставленных задач в работе были использованы фундаментальные положения теории автоматического управления, математическое обеспечение, реализующее переход от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям, ряды Фурье. Поскольку модифицируемый в диссертационной работе метод синтеза параметров САУ с РП обеспечивает приближенное воспроизведение их динамических характеристик, то теоретические результаты, полученные в работе, подтверждаются иллюстрируемыми примерами и решением технических задач, показывающим достаточную для инженерных расчетов точность.

**Основные положения диссертации, выносимые на защиту:**

1. Разработка специального алгоритмического обеспечения систем управления с распределенными параметрами для реализации перехода от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

2. Применение метода параметрического синтеза линейных и нелинейных непрерывных систем автоматического управления, обобщенного метода Галеркина, к САУ с распределенными параметрами по заданным показателям качества работы в переходном режиме с целью улучшения их технических характеристик.

3. Применение метода параметрического синтеза линейных и нелинейных импульсных систем автоматического управления, обобщенного метода Галеркина, к САУ с распределенными параметрами по заданным показателям качества работы в переходном режиме с целью улучшения их технических характеристик.

4. Алгоритмы, реализующие метод параметрического синтеза непрерывных систем автоматического управления с распределенными параметрами, с целью улучшения их технических характеристик.

**Достоверность полученных результатов** подтверждена результатами моделирования и аналитическими расчётами. Результаты, полученные в ходе выполнения исследования, не противоречат ранее полученным данным, опубликованным в открытых источниках.

**Апробация работы.** Основные положения диссертации докладывались и обсуждались на: XXIII международной научной конференции «Волновая электроника и инфокоммуникационные системы» (г. Санкт-Петербург, 2020); IV, V, VI международных форумах «Метрологическое обеспечение инновационных

международных форумах «Метрологическое обеспечение инновационных технологий» (г. Санкт-Петербург, 2022–2024); I, II Международных форумах Математические методы и модели в высокотехнологичном производстве (г. Санкт-Петербург, 2021–2022); XIV, XVII Международных конференциях по электромеханике и робототехнике «Завалишинские чтения» (г. Санкт-Петербург, 2020, 2022); VI Международной молодежной научно-практической конференции «Энергостарт» (г. Кемерово, 2023); XV Всероссийском межотраслевом молодежном конкурсе научно-технических работ и проектов «Молодежь и будущее авиации и космонавтики» МАИ (г. Москва, 2023); опубликованы в сборнике статей “Bulletin of the UNESCO department “Distance education in engineering of the SUAI” 2019 - 2024 г.г. Также материалы диссертации частично использованы в государственном задании «Фундаментальные основы построения помехозащищенных систем космической и спутниковой связи, относительной навигации, технического зрения и аэрокосмического мониторинга».

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 28 работ, из них: 4 статьи в рецензируемых научных изданиях из перечня ВАК РФ, получены 7 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ, 1 публикация в журнале международной базы цитирования Scopus, 1 отчет о НИР и 15 работ в других изданиях и материалах конференций.

**Соответствие диссертации паспорту научной специальности.** Диссертационная работа соответствует пунктам 5, 7 и 14 паспорта научной специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика. Проведенные исследования соответствуют формуле специальности.

**Личное участие** автора состоит в том, что все научные результаты получены автором самостоятельно. В работе предлагается использовать модифицированный обобщенный метод Галеркина для решения задачи синтеза параметров оператора управления нелинейных непрерывных и нелинейных импульсных САУ с распределенными параметрами, реализован переход от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованных источников (всего 126 источников) и 2-х приложений. Общий объем работы 210 страниц, включающих 204 страницы основного текста, 46 рисунков и 2 таблицы.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** приводится обоснование актуальности выбранной темы диссертационного исследования и степень ее разработанности. Сформулированы цель, задачи и положения диссертации, выносимые на защиту, описывается новизна, теоретическая и практическая значимость работы.

**В первом разделе** проведен анализ современного состояния проблемы синтеза распределенных непрерывных и импульсных систем автоматического управления. На основании обзора и анализа методов исследования САУ с РП формулируется цель диссертационной работы и задачи исследования.

**Во втором разделе** предлагается распространение метода параметрического синтеза по заданным показателям качества линейных и нелинейных непрерывных систем с распределенными параметрами произвольно высокого порядка. В основу схемы решения задачи синтеза положена реализация перехода от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям в САУ с РП, и, обращение прямого вариационного метода математической физики – обобщенного метода Галеркина на решение задачи синтеза. Подробно рассмотрен вопрос построения математической модели САУ с РП в обобщенном виде.

В диссертационной работе решается задача параметрического синтеза операторов управления САУ с РП (при известной структуре), которые будут обеспечивать приближенное воспроизведение динамических характеристик системы по заданным показателям качества работы системы в переходном режиме, при переходе из одного установившегося состояния системы в другое.

Распространение обобщенного метода Галеркина в системах с РП, с помощью зарегистрированного программного продукта, дает возможность перехода от дифференциальных уравнений в частных производных параболического, гиперболического (для линейных систем) и эллиптического (для нелинейных систем) типа к обыкновенным дифференциальным уравнениям в САУ с РП. На рисунке 1 (а) представлена блок-схема обобщенного метода Галеркина, дополненная подпрограммой «RASPR». На рисунке 1 (б) представлена блок-схема подпрограммы «RASPR» для реализации перехода от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям с целью распространения обобщенного метода Галеркина в САУ с РП.



В ходе работы подпрограммы «RASPR» (рисунок 1 (б)) происходит разделение переменных с помощью метода Фурье. Результатом работы программы является получение дифференциального уравнения в матричном виде, коэффициенты которого в дальнейшем будут использованы для получения передаточной функции звена с РП.

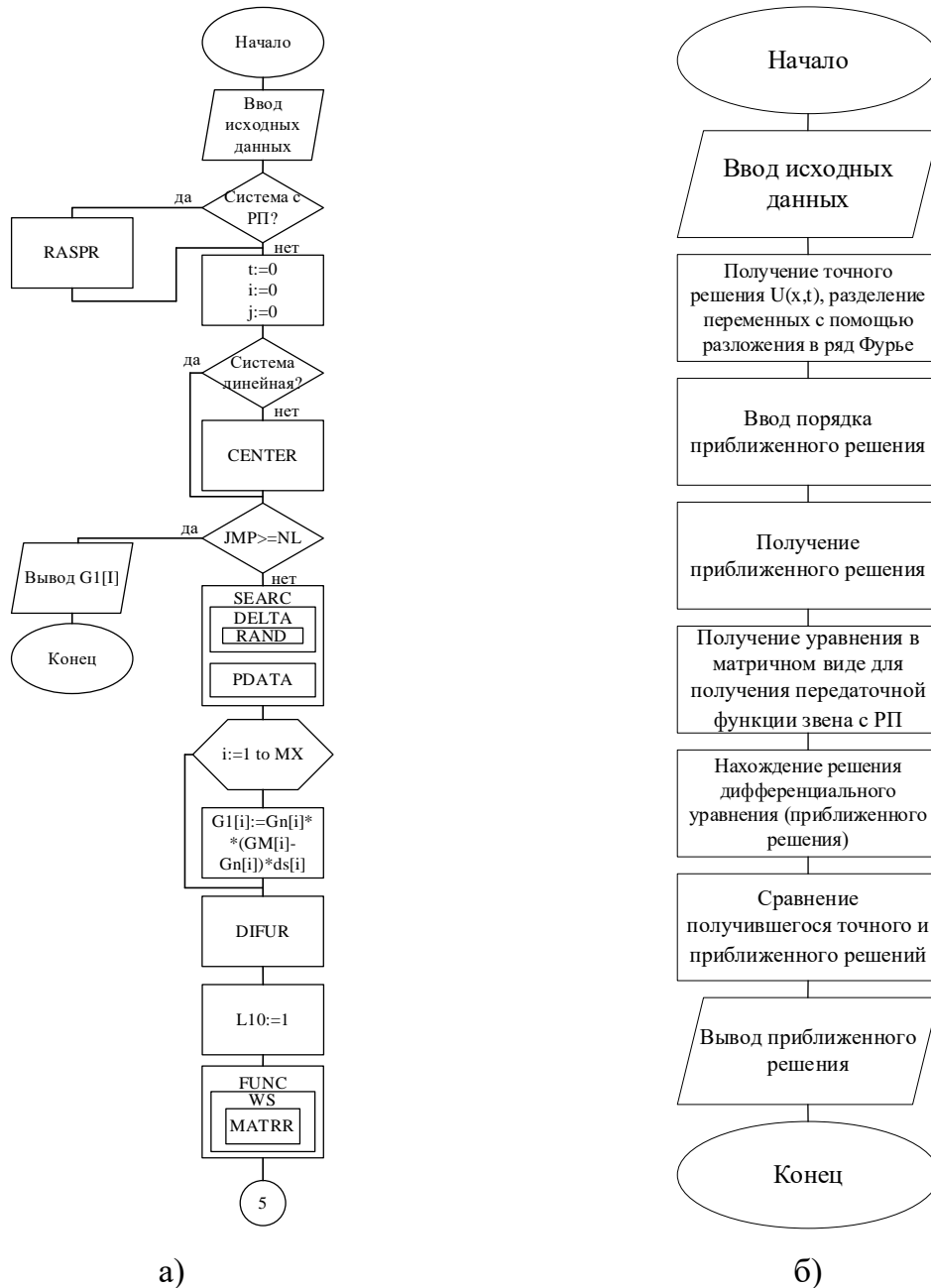


Рисунок 1 – Блок-схемы программ

Для получения передаточной функции объекта с РП с помощью преобразований Лапласа, при заданных в общем виде матрицах пространства состояний  $A$ ,  $B$ ,  $C$  передаточная функция звена нелинейной системы будет выглядеть:

$$\begin{aligned}
W_{\text{пр}}(p) = C(pI - A)^{-1}B &= [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4] \left( \begin{bmatrix} p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ a_9 & a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \\
&= [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4] \cdot \begin{bmatrix} p - a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 \\ -a_5 & p - a_6 & -a_7 & -a_8 \\ -a_9 & -a_{10} & p - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{13} & -a_{14} & -a_{15} & p - a_{16} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{1}$$

Задача синтеза технических систем модифицированным обобщенным методом Галеркина (рисунок 1 (а)), подразумевает известную структуру и параметры синтезируемой САУ. Структура регулятора системы управления задается в общем виде и определяется из условия приближенного обеспечения заданных показателей качества работы системы в переходном режиме ( $T_{\text{п.п.}}$  – время переходного процесса,  $\sigma$  – перерегулирование (выброс),  $\mu$  – колебательность). Устойчивость и грубость САУ должна обеспечиваться в пределах вариации параметров системы.

Вследствие того, что количество искоемых параметров может быть любым, регулятор структурно задается с избыточностью. В таком случае метод синтеза допускает часть параметров приравнять к нулю, в виду избыточности, что значительно упрощает структуру регулятора.

Так как модифицированный метод разрабатывается для проектирования реальных САУ, то поиск значений параметров регулятора должен осуществляться в области их технической реализуемости:

$$c_k^- \leq c_k \leq c_k^+, \quad k = 1, 2, \dots, m, \tag{2}$$

где  $c_k^+$  – максимально допустимые значения варьируемых параметров;  $c_k^-$  – минимально допустимые значения варьируемых параметров.

Ограничения на грубость системы в пределах изменяемых параметров находим исходя из:

$$\Delta = \frac{\delta c_k}{c_k} \leq \Delta^0, \tag{3}$$

где  $\Delta^0$  – заданное значение грубости системы;  $\delta c_k$  – вариации параметров, в пределах которых обеспечивается устойчивость системы.

Запишем уравнения движения системы в общем виде:

$$\begin{aligned} Q(c_k, D)x(t) + \bar{f}(c_k, D)x(t) + R(c_k, D)F[x(t), \dot{x}(t)] + \bar{f}(c_k, D)F[x(t), \dot{x}(t)] = \\ = f(t) \left( S(c_k, D) + \bar{f}(c_k, D) \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $x(t), \dot{x}(t)$  – координата входа нелинейного звена и её первая производная;  $f(t)$  – сигнал на входе САУ;  $c_k$  – изменяемые параметры;  $\bar{f}(D) = \frac{\gamma(D)}{\rho(D)}$  – обобщенные полиномы САУ с распределенными параметрами;  $Q(c_k, D), S(c_k, D)$  – полиномы оператора обобщенного дифференцирования  $D$ ;  $F[x(t), \dot{x}(t)]$  – функция, описывающая нелинейную характеристику.

Исходя из заданных показателей качества работы САУ в переходном режиме, целесообразно задать желаемое программное движение:

$$x^0(t) = \left[ x_y - H_1 e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varphi_0) \right] 1(t), \quad (5)$$

где  $x_y$  – значение желаемого переходного процесса;  $x^0(t)$  при  $t = \infty$ ; для определенности задачу синтеза рассмотрим при внешнем скачкообразном воздействии  $f(t) = H1(t)$ .

Подставим в уравнение движения желаемое программное движение и образуем невязку:

$$\begin{aligned} \psi(c_k, t) = Q(c_k, D)x^0(t) + \bar{f}(c_k, D)x^0(t) + R(c_k, D)F[x^0(t), \dot{x}^0(t)] + \\ + \bar{f}(c_k, D)F[x^0(t), \dot{x}^0(t)] - f(t) \left( S(c_k, D) + \bar{f}(c_k, D) \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Значения искомым параметров  $c_k$  в таком случае определяются из условия ортогональности невязки координатным функциям:

$$\int_0^{\infty} \psi(c_k, t) \varphi_q(t) dt = 0; \quad k, q = 1, 2, \dots, m, \quad (7)$$

где  $\varphi_q(t)$  – система из  $m$  – непрерывно дифференцируемых линейнонезависимых координатных функций.

Запишем получившееся алгебраическое уравнение в общем виде для нелинейных системы управления:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} Q(c_k, D)x^0(t) \varphi_q(t) dt + \int_0^{\infty} \bar{f}(c_k, D)x^0(t) \cdot \varphi_q(t) dt + \int_0^{\infty} R(c_k, D)F[x^0(t), \dot{x}^0(t)] \cdot \varphi_q(t) dt + \\ + \int_0^{\infty} \bar{f}(c_k, D)F[x^0(t), \dot{x}^0(t)] \cdot \varphi_q(t) dt - \int_0^{\infty} f(t) \left( S(c_k, D) + \bar{f}(c_k, D) \right) \cdot \varphi_q(t) dt = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

при  $k, q = 1, 2, \dots, m$ .

Из чего следует, что целевая функция, построенная на основе уравнений Галеркина, имеет вид:

$$J = \sum_{i=1}^r \sum_{q=1}^m \left\{ \int_0^{\infty} \psi_i(c_k, t) \varphi_q(t) dt \right\}^2, \quad (9)$$

$$i = 1, 2, \dots, r; \quad q = 1, 2, \dots, m.$$

Структура конкретной системы с распределенными параметрами будет определять некоторые особенности решения задачи синтеза параметров систем управления данного класса модифицированным обобщенным методом Галеркина.

Таким образом, реализуя переход от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям, и используя алгоритм получения матричной передаточной функции можно решать задачу синтеза САУ обобщенным методом Галеркина.

**В третьем разделе** предлагается распространение метода синтеза параметров по заданным показателям качества линейных и нелинейных систем с распределенными параметрами произвольно высокого порядка, содержащих импульсные элементы. Рассматриваются математические модели САУ с распределенными параметрами как в частных производных, так и в упрощенной форме после реализации перехода от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Поиск значений параметров регулятора должен осуществляться в области их технической реализуемости:

$$c_k^- \leq c_k \leq c_k^+, \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (10)$$

Ограничения на грубость системы в пределах изменяемых параметров находим исходя из:

$$\Delta = \frac{\delta c_k}{c_k} \leq \Delta^0. \quad (11)$$

Обобщая результаты частных случаев структур САУ, запишем в общем виде уравнение движения для систем с распределенными параметрами, содержащих модулятор и нелинейный элемент:

$$\begin{aligned}
& Q(c_k, D)x(t) + \bar{f}(c_k, D)x(t) + Q^*(c_k, D)x^*(t) + \bar{f}^*(c_k, D)x^*(t) + \\
& + R(c_k, D)y(t) + \bar{f}(c_k, D)y(t) + R^*(c_k, D)\bar{f}^*(c_k, D)y^*(t) = \\
& = f(t)\left(S(c_k, D) + \bar{f}(c_k, D)\right) + f^*(t)\left(S^*(c_k, D) + \bar{f}^*(c_k, D)\right), \\
& y(t) = F\left[x(t), \dot{x}(t)\right], \quad y^*(t) = F\left[x^*(t), \dot{x}^*(t)\right],
\end{aligned} \tag{12}$$

где  $x(t), x^*(t)$  – исследуемая координата на входе и выходе модулятора, относительно которой записано уравнение движения синтезируемой системы;  $f(t), f^*(t)$  – внешнее входное воздействие на входе и выходе модулятора;  $y(t)$  – нелинейные элементы,  $Q(c_k, D), R(c_k, D), S(c_k, D), R^*(c_k, D), Q^*(c_k, D), S^*(c_k, D), \bar{f}(c_k, D), \bar{f}^*(c_k, D)$  – полиномы оператора обобщенного дифференцирования  $D$ .

Исходя из заданных показателей качества работы САУ в переходном режиме, целесообразно задать желаемое программное движение:

$$x^0(t) = \left[ x_y - H_1 e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varphi_0) \right] 1(t), \tag{13}$$

при внешнем скачкообразном воздействии  $f(t) = H1(t)$ .

Образуем невязку:

$$\begin{aligned}
& \psi(c_k, t) = Q(c_k, D)x^0(t) + \bar{f}(c_k, D)x^0(t) + Q^*(c_k, D)x^{0*}(t) + \bar{f}^*(c_k, D)x^{0*}(t) + \\
& + R(c_k, D)y(t) + \bar{f}(c_k, D)y(t) + R^*(c_k, D)\bar{f}^*(c_k, D)y^*(t) - f(t)\left(S(c_k, D) + \bar{f}(c_k, D)\right) - \\
& - f^*(t)\left(S^*(c_k, D) + \bar{f}^*(c_k, D)\right).
\end{aligned} \tag{14}$$

Таким образом в вычислительном плане задача сводится к системе уравнений вида:

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty Q(c_k, D)x^0(t)\varphi_q(t)dt + \int_0^\infty \bar{f}(c_k, D)x^0(t)\varphi_q(t)dt + \int_0^\infty Q^*(c_k, D)x^{0*}(t)\varphi_q(t)dt + \\
& + \int_0^\infty \bar{f}^*(c_k, D)x^{0*}(t)\varphi_q(t)dt + \int_0^\infty R(c_k, D)F\left[x^0(t), D\{x^0(t)\}\right]\varphi_q(t)dt + \\
& + \int_0^\infty \bar{f}(c_k, D)F\left[x^0(t), D\{x^0(t)\}\right]\varphi_q(t)dt + \int_0^\infty R^*(c_k, D)\bar{f}^*(c_k, D)F\left[x^{0*}(t), D\{x^{0*}(t)\}\right]\varphi_q(t)dt - \\
& - \int_0^\infty f(t)\left(S(c_k, D) + \bar{f}(c_k, D)\right)\varphi_q(t)dt - \int_0^\infty f^*(t)\left(S^*(c_k, D) + \bar{f}^*(c_k, D)\right)\varphi_q(t)dt = 0, \\
& k, q = 1, 2, \dots, m,
\end{aligned} \tag{15}$$

где  $\varphi_q$  – непрерывно дифференцируемые координатные функции.

А целевая функция, построенная на основе уравнений Галеркина, имеет вид:

$$J = \sum_{i=1}^r \sum_{q=1}^m \left\{ \int_0^{\infty} \psi_i(c_k, t) \varphi_q(t) dt \right\}^2, \quad (16)$$

$$i = 1, 2, \dots, r; \quad q = 1, 2, \dots, m.$$

Таким образом, изменяемые параметры регулятора определяются посредством минимизации уравнения целевой функции, при помощи известных методов поиска экстремума целевой функции. На каждой итерации необходимо проверять ограничение на устойчивость нелинейной импульсной САУ по критерию Попова В.М.

Так как модифицированные методы являются приближенными, то в работе решаются примеры, иллюстрирующие их точность.

Решена задача параметрического синтеза обобщенным методом Галеркина нелинейных импульсных систем с распределенными параметрами с использованием, реализованного в разделе 2 метода перехода от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

**В четвертом разделе** реализуются модифицированные алгоритмы метода параметрического синтеза непрерывных систем автоматического управления с распределенными параметрами с целью улучшения их технических характеристик на примере модели трубопровода для термической жидкости, модели длинной линии электропередач. Решены задачи параметрического синтеза, когда исследуемые объекты находятся в составе САУ.

Также решена прикладная задача на примере системы управления давлением в тормозной системе с целью улучшения её технических характеристик (рисунок 2).

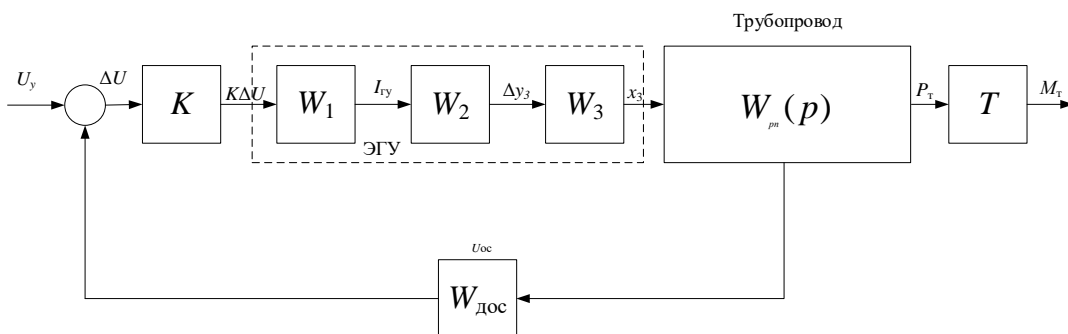


Рисунок 2 – Структурная схема исполнительной части САУ торможением колес

В научно-технической литературе звено трубопровода рассмотрено как звено «чистого запаздывания».

С целью проверки эффективности модифицированного метода, звено трубопровода было исследовано как звено с распределенными параметрами, это представляется возможным, поскольку длина трубопровода складывается из двух равных составных частей по 4 м.

Получим уравнение движения:

$$Q(c_k, D)x(t) + \bar{f}(p)x(t) = S(c_k, D)f(t). \quad (17)$$

Исходя из заданных показателей качества работы САУ в переходном режиме, были определены параметры желаемого программного движения вида:

$$x^0(t) = [x_y - H_1 e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varphi_0)] 1(t), \quad (18)$$

где  $x_y = 0.023$ ;  $H_1 = 0.023$ ;  $\alpha = 3$ ;  $\beta = 12 \text{ рад} / \text{с}$ ;  $\varphi_0 = 0.654 \text{ рад}$ .

В результате решения задачи параметрического синтеза, записано дифференциальное уравнение относительно координаты выхода системы:

$$\begin{aligned} 21.5(0.005p+1)(0.005^2 p^2 + 20.075 \cdot 0.05p+1)(0.0025p+1)(0.06p^4 + 2.2p^3 + 23.34p^2 + 77.5p + 56.3)(0.01p+1) \cdot x(t) + \\ + 0.0077(0.15p^3 + 6.7p^2 + 79.3p + 214.3)x(t) = \\ = 0.0077(0.15p^3 + 6.7p^2 + 79.3p + 214.3)f(t). \end{aligned} \quad (19)$$

Реализован переход от дифференциального параболического уравнения в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям с помощью зарегистрированного программного продукта. В результате работы программы были получены матрицы пространства состояний, коэффициенты которых необходимы для получения передаточной функции звена с РП:

$$W_{\text{рп}}(p) = \frac{0.15p^3 + 6.7p^2 + 79.3p + 214.3}{0.06p^4 + 2.2p^3 + 23.34p^2 + 77.5p + 56.3}. \quad (20)$$

Результаты решения задачи параметрического синтеза представлены на рисунке 3, где процесс «1» – желаемое программное движение, процесс «2» получен по результатам работы системы, когда блок трубопровода исследован как звено с распределенными параметрами, процесс «3» получен по результатам работы системы, когда блок трубопровода исследован как звено «чистого запаздывания».

Полученные графики переходных процессов показывают, что эквивалентная передаточная функция, полученная в результате реализации перехода от дифференциального гиперболического уравнения в частных производных к обыкновенному дифференциальному уравнению, приближенно обеспечивает заданные показатели качества работы САУ в переходном режиме.

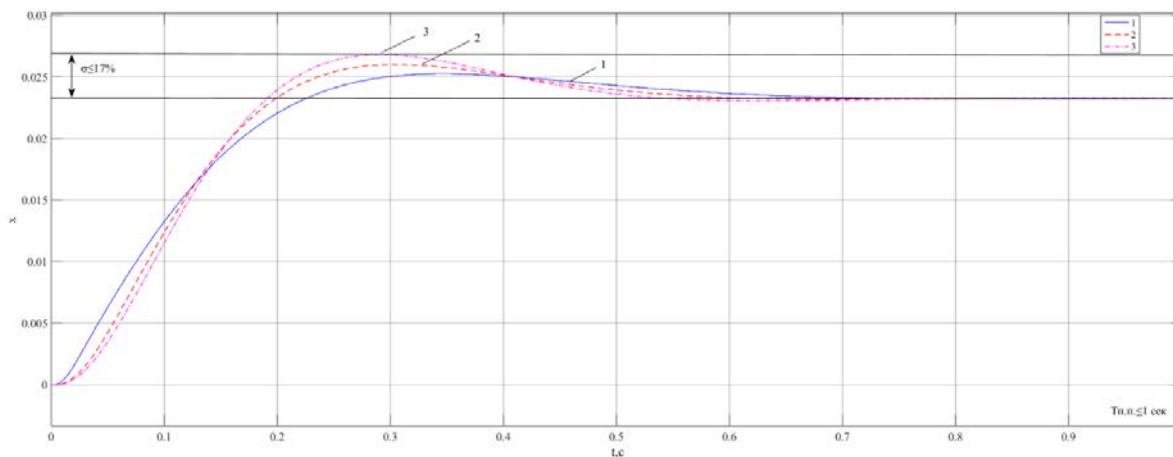


Рисунок 3 – График переходных процессов

**В заключении** изложены итоги выполненного исследования, рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы.

**В приложениях** приведены блок-схемы зарегистрированных программных продуктов для реализации перехода от дифференциальных уравнений в частных производных (параболических, гиперболических, эллиптических) к обыкновенным дифференциальным уравнениям, а также два акта о внедрении результатов диссертационной работы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По диссертационной работе можно сделать следующие выводы:

1. На основе анализа структурных схем линейных и нелинейных непрерывных и импульсных систем автоматического управления с распределенными параметрами разработаны усовершенствованные методы для распространения на новый класс систем.

2. Рассмотрена общая схема решения комплексной задачи синтеза непрерывных и импульсных систем управления с распределенными параметрами произвольно-высокого порядка с одним или несколькими импульсными элементами, в основу которой положен переход от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям и распространение прямого вариационного метода математической физики – обобщенного метода Галеркина (метода ортогональных проекций). Параметры системы определяются из условий,



приближенных к заданным показателям качества работы системы в переходном режиме: времени переходного процесса, колебательности, перерегулирования. Вместе с тем, конечно, абсолютная устойчивость и грубость синтезируемых параметров системы управления гарантируется в соответствии с изменяемыми параметрами.

3. Обобщенный метод параметрического синтеза Галеркина унифицирован с целью его применения в непрерывных системах автоматического управления с распределенными параметрами произвольно-высокого порядка, содержащих нелинейные элементы, с однозначными и неоднозначными характеристиками, которые в свою очередь допускают кусочно-линейную аппроксимацию и аппроксимацию степенными функциями.

4. Обобщенный метод параметрического синтеза Галеркина унифицирован с целью его применения в импульсных системах автоматического управления с распределенными параметрами произвольно-высокого порядка, содержащих нелинейные элементы, с однозначными и неоднозначными характеристиками, которые в свою очередь допускают кусочно-линейную аппроксимацию и аппроксимацию степенными функциями.

5. На основе предложенных методов синтеза непрерывных и импульсных систем управления, обладающих единой математической и методологической основой, разработаны унифицированные алгоритмы и программные модули синтеза САУ по заданным показателям качества работы в переходном режиме. Полученное программное обеспечение можно применять при решении задач параметрического синтеза линейных и нелинейных систем с распределенными параметрами, непрерывных и импульсных.

6. По результатам реализации алгоритма перехода в системах с распределенными параметрами от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям зарегистрированы программы для ЭВМ.

7. С помощью зарегистрированных программных продуктов решены задачи синтеза систем. Полученные результаты совпадают с результатами, приведенными в научно-технической литературе, что подтверждает эффективность полученного метода.

8. В дальнейшем данное исследование будет направлено на создание программного комплекса, учитывающего различные виды систем автоматического управления, и, типы нелинейных элементов. Интерес к данной теме обусловлен тем, что решение задач синтеза САУ с распределенными параметрами требует сокращения времени расчёта и повышения точности вычислений варьируемых параметров регулятора системы.

## **СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

### **Публикации в рецензируемых изданиях из перечня ВАК**

1. Гончарова, В.И. Моделирование трубопровода для термической жидкости / В.И. Гончарова // Датчики и системы. – 2023. – № 4-2(270). – С. 38–42.

2. Гончарова, В.И. Исследование модели длинной линии электропередач / В.И. Гончарова // Датчики и системы. – 2023. – № 4-1 (269). – С. 22–34.

3. Гончарова, В.И. Параметрический синтез линейных систем автоматического управления с распределенными параметрами / В.Ф. Шишлаков, В.И. Гончарова // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2024. Т. 67, № 3. С. 230–240. DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-3-230-240.

4. Гончарова, В.И. Параметрический синтез нелинейной системы автоматического управления с распределенными параметрами // Труды МАИ. 2024. № 134. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178476>

### **Свидетельства о результатах интеллектуальной деятельности**

5. Гончарова, В.И. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022663274 РФ. Программа выбора оптимального метода аппроксимации по коэффициенту детерминации: № 2022662977: заявл. 13.07.2022: опубл. 13.07.2022 / В.И. Гончарова; заявитель ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения».

6. Гончарова, В.И. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022663275 РФ. Программа выбора оптимального метода аппроксимации по коэффициенту корреляции: № 2022662978: заявл. 13.07.2022: опубл. 13.07.2022 / В.И. Гончарова; заявитель ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения».

7. Гончарова, В.И. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022663276 РФ. Программа выбора оптимального метода аппроксимации по средней

ошибке аппроксимации: № 2022662987: заявл. 13.07.2022: опубл. 13.07.2022 / В.И. Гончарова; заявитель ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения».

8. Гончарова, В.И. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022619027 РФ. Программа для различных видов аппроксимации нелинейных характеристик: № 2022618769: заявл. 18.05.2022: опубл. 26.05.2022 / В.И. Гончарова; заявитель ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения».

9. Гончарова, В.И. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023664433: РФ. Программа для реализации перехода от дифференциальных параболических уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям: № 2023663900: заявл. 05.07.2023: опубл. 05.07.2023 / В.И. Гончарова заявитель ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения».

10. Гончарова, В.И. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023666043: РФ. Программа для реализации перехода от дифференциальных эллиптических уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям: № 2023665378: заявл. 25.07.2023: опубл. 25.07.2023 / В.И. Гончарова; заявитель ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения».

11. Гончарова, В.И. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023681118: РФ. Программа для реализации перехода от дифференциальных гиперболических уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям: № 2023680550: заявл. 10.10.2023: опубл. 10.10.2023 / В.И. Гончарова; заявитель ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения».

### **Публикации в изданиях, индексируемых в Scopus**

12. Goncharova, V.I. Synthesis of parameters of a system control operator with distributed parameters / V.F. Shishlakov, V.I. Goncharova // 2020 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems, WECONF 2020, Saint-Petersburg, 01–05 июня 2020 года. Vol. [3]. – Saint-Petersburg, 2020. – P. 9131498. – DOI 10.1109/WECONF48837.2020.9131498.

**Публикации в других изданиях и конференциях**

13. Гончарова, В.И. Синтез параметров оператора управления системы с распределенными параметрами / В.Ф. Шишлаков, В.И. Гончарова // Волновая электроника и инфокоммуникационные системы: Материалы XXIII международной научной конференции, в 2 ч., Санкт-Петербург, 01–05 июня 2020 года. Том Часть 2. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2020. – С. 375–385.

14. Гончарова, В.И. Математическая модель звена с распределенными параметрами / Д.В. Шишлаков, В.И. Гончарова // Завалишинские чтения 20 Сборник докладов, Санкт-Петербург, 15–18 апреля 2020 года. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2020. – С. 170–174. – DOI 10.31799/978-5-8088-1446-2-2020-15-170-174.

15. Гончарова, В.И. Mathematical model of a link with distributed parameters / В.И. Гончарова // Bulletin of the unesco departament «Distance Education in engineering» of the SUAI, г. Санкт-Петербург, 2020. С. 66–73.

16. Гончарова, В.И. Выбор оптимального метода аппроксимации статической характеристики усилителя / В.И. Гончарова // Математические методы и модели в высокотехнологичном производстве: Тезисы докладов I Международного форума, Санкт-Петербург, 10–11 ноября 2021 года. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2021. – С. 56–57.

17. Гончарова, В.И. Overview of approximation methods / В.И. Гончарова // Bulletin of the UNESCO departament «Distance Education in engineering» of the SUAI, г. Санкт-Петербург, 2021. – С. 51–57.

18. Гончарова, В.И. Некоторые аппроксимирующие функции и разностные схемы для нелинейных элементов САУ / В.И. Гончарова // Математические методы и модели в высокотехнологичном производстве: Сборник тезисов докладов II Международного форума, Санкт-Петербург, 09 ноября 2022 года. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2022. – С. 329–330.

19. Гончарова, В.И. Определение достаточного числа значений для построения математических моделей нелинейных звеньев / В.И. Гончарова // Метрологическое обеспечение инновационных технологий: IV Международный форум: сборник статей, Санкт-Петербург, 04 марта 2022 года / Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2022. – С. 48–49.

20. Гончарова, В.И. Построение математических моделей нелинейных звеньев / В.Ф. Шишлаков, В.И. Гончарова // Завалишинские чтения 22: Сборник докладов XVII Международной конференции по электромеханике и робототехнике, Санкт-Петербург, 12–14 апреля 2022 года. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2022. – С. 103–109. – DOI 10.31799/978-5-8088-1705-0-2022-17-103-109. Личный вклад: соискателем построены математические модели нелинейных элементов. Применены аппроксимации нелинейных характеристик.

21. Гончарова, В.И. Various types of approximation of nonlinear links of automatic control systems / В.И. Гончарова // Bulletin of the UNESCO departament «Distance Education in engineering» of the SUAI, г. Санкт-Петербург, 2022. – С. 76–85.

22. Гончарова, В.И. About typical nonlinearities in automatic control systems / В.И. Гончарова // Журнал Bulletin of the UNESCO departament «Distance Education in engineering» of the SUAI, г. Санкт-Петербург, 2023. – С. 102–106.

23. Гончарова, В.И. Реализация перехода от дифференциальных эллиптических уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям / В.И. Гончарова // Молодёжь и будущее авиации и космонавтики – 2023: Сборник аннотаций конкурсных работ. 15-й Всероссийский межотраслевой молодёжный конкурс научно-технических работ и проектов в области авиационной и ракетно-космической техники и технологий, Москва, 20–24 ноября 2023 года. – Москва: Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2023. – С. 71.

24. Гончарова, В.И. Общая схема решения задачи синтеза линейных систем автоматического управления с распределенными параметрами / В.И. Гончарова // Метрологическое обеспечение инновационных технологий: VI Международный форум: сборник статей под ред. Академика РАН В.В. Окрепилова – СПб.: ГУАП, 2024. – С. 72–74.

25. Гончарова, В.И. Переход от линейных дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям в системах автоматического управления с распределенными параметрами / В.И. Гончарова // Метрологическое обеспечение инновационных технологий: VI Международный форум: сборник статей под ред. Академика РАН В.В. Окрепилова – СПб.: ГУАП, 2024. – С. 68–71.

26. Гончарова, В.И. Решение задачи синтеза системы автоматического управления с распределенными параметрами/ В.И. Гончарова // ЭНЕРГОСТАРТ: Материалы VI Международной молодежной научно-практической конференции, в рамках Десятилетия науки и технологий в Российской Федерации, Кемерово, 17–22 ноября 2023 года / Редколлегия: Р.В. Беляевский (отв. редактор) [и др.]. – Кемерово: Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева, 2024. – С. 304-1–304-5.

27. Гончарова, В.И. Transition from differential equations to partial equations derivatives to ordinary differential equations for solving the problem of synthesis of nonlinear continuous systems with distributed parameters / В.И. Гончарова // Журнал Bulletin of the UNESCO chair «Distance Education in engineering» of the SUAI, г. Санкт-Петербург, 2024 г. – С. 12–16.

#### **Отчеты о НИР**

28. Гончарова В.И., Шишлаков В.Ф., Гречкин Н.Л., Решетникова Н.В., Статкевич А.В., Ватаева Е.Ю. Фундаментальные основы построения помехозащищенных систем космической и спутниковой связи, относительной навигации, технического зрения и аэрокосмического мониторинга, раздел «Разработка методов синтеза операторов управления существенно нелинейных САУ во временной области». Отчет о НИР / СПб.: ГУАП, 2024. 24 с.